THEORIA
PHILOSOPHIÆ NATURALIS

REDACTA AD UNICAM LEGEM VIRIUM IN NATURA EXISTENTIUM,

AUCTORE

P. ROGERIO JOSEPHO BOSCOVICH

SOCIETATIS JESU,

NUNC AB IPSO PERPOLITA, ET AUCTA,

Ac a plurimis præcedentium editionum mendis expurgata.

EDITIO VENETA PRIMA

IPSO AUCTORE PRÆSENTE, ET CORRIGENTE.



VENETIIS,

MDCCLXIII.

EX TYPOGRAPHIA REMONDINIANA.

SUPERIORUM PERMISSU, AC PRIVILEGIO.

TYPOGRAPHUS

VENETUS

LECTORI.



Pus, quod tibi offero, jam ab annis quinque Viennæ editum, quo plausu exceptum sit per Europam, noveris sane, si Diaria publica perlegeris, inter quæ si, ut omittam cætera, consulas ea, quæ in Bernensi pertinent ad initium anni 1761; videbis sane quo id loco haberi debeat. Systema continet Naturalis Philosophiæ omnino novum, quod jam ab ipso Auctore suo vulgo *Boscovichianum* appellant. Id quidem in pluribus Academiis jam passim publice traditur, nec tantum in annuis thesibus, vel dissertationibus impressis, ac propugnatis exponitur, sed & in pluribus elementaribus libris pro juventute instituenda editis adhibetur, exponitur, & a pluribus habetur pro archetypo. Verum qui omnem systematis compagem, arctissimum partium nexum mutuum, fœcunditatem summam, ac usum amplissimum ad omnem, quam late patet, Naturam ex unica simplici lege virium derivandam intimius velit inspicere, ac contemplari, hoc Opus consulat, necesse est.

Hæc omnia me permoverant jam ab initio, ut novam Operis editionem curarem: accedebat illud, quod Viennensia exemplaria non ita facile extra Germaniam itura videbam, & quidem nunc etiam in reliquis omnibus Europæ partibus, utut expetita, aut nuspiam venalia prostant, aut vix uspiam: systema vero in Italia natum, ac ab Auctore suo pluribus hic apud nos jam dissertationibus adumbratum, & casu quodam Viennæ, quo se ad breve tempus contulerat, diggestum, ac editum, Italicis potissimum typis, censebam, per universam Europam disseminandum. Et quidem editionem ipsam e Viennensi exemplari jam tum inchoaveram; cum illud mihi constitit, Viennensem editionem ipsi Auctori, post cujus discessum suscepta ibi fuerat, summopere displicere: innumera obrepsisse typorum menda; esse autem multa, inprimis ea, quæ Algebraicas formulas continent, admodum inordinata, & corrupta: ipsum eorum omnium correctionem meditari, cum nonnullis mutationibus, quibus Opus perpolitum redderetur magis, & vero etiam additamentis.

Illud ergo summopere desideravi, ut exemplar acquirerem ab ipso correctum, & auctum, ac ipsum editioni præsentem haberem, & curantem omnia per sese: At id quidem per hosce annos obtinere non licuit, eo universam fere Europam peragrante; donec demum ex tam longa peregrinatione redux huc nuper se contulit, & toto adstitit editionis tempore, ac præter correctores nostros omnem ipse etiam in corrigendo dili-

gen-

gentiam adhibuit; quanquam is ipse haud quidem sibi ita fidit, ut nihil omnino effugisse censeat, cum ea sit humanæ mentis conditio, ut in eadem re diu satis intente defigi non possit.

Hæc idcirco ut prima quædam, atque originaria editio haberi debet, quam qui cum Viennensi contulerit, videbit sane discrimen. E minoribus mutatiunculis multæ pertinent ad expolienda, & declaranda plura loca; sunt tamen etiam nonnulla potissimum in paginarum fine exigua additamenta, vel mutatiunculæ exiguæ factæ post typographicam constructionem idcirco tantummodo, ut lacunulæ implerentur quæ aliquando idcirco supererant, quod plures phyliræ a diversis compositoribus simul adornabantur, & quatuor simul præla sudabant; quod quidem ipso præsente fieri facile potuit, sine ulla perturbatione sententiarum, & ordinis.

Inter mutationes occurret ordo numerorum mutatus in paragraphis: nam numerus 82 de novo accessit totus: deinde is, qui fuerat 261 discerptus est in 5: demum in Appendice post num. 534 factæ sunt & mutatiunculæ nonnullæ, & additamenta plura in iis, quæ pertinent ad sedem animæ.

Supplementorum ordo mutatus est itidem; quæ enim fuerant 3, & 4, jam sunt 1, & 2: nam eorum usus in ipso Opere ante alia occurrit. Illi autem, quod prius fuerat primum, nunc autem est tertium, accessit in fine scholium tertium, quod pluribus numeris complectitur dissertatiunculam integram de argumento, quod

ante

ante aliquot annos in Parisiensi Academia controversiæ occasionem exhibuit in Encyclopedico etiam dictionario attactum, in qua dissertatiuncula demonstrat Auctor non esse, cur ad vim exprimendam potentia quæpiam distantiæ adhibeatur potius, quam functio.

Accesserunt per totum Opus notulæ marginales, in quibus eorum, quæ pertractantur argumenta exponuntur brevissima, quorum ope unico obtutu videri possint omnia, & in memoriam facile revocari.

Postremo loco ad calcem Operis additus est fusior catalogus eorum omnium, quæ huc usque ab ipso Auctore sunt edita, quorum collectionem omnem expolitam, & correctam, ac eorum, quæ nondum absoluta sunt, continuationem meditatur, aggressurus illico post suum regressum in Urbem Romam, quo properat. Hic catalogus impressus fuit Venetiis ante hosce duos annos in reimpressione ejus poematis de Solis ac Lunæ defectibus. Porro eam omnium suorum Operum Collectionem, ubi ipse adornaverit, typis ego meis excudendam suscipiam, quam magnificentissime potero.

Hæc erant, quæ te monendum censui: tu laboribus nostris fruere, & vive felix.



EPI-

EPISTOLA AUCTORIS
DEDICATORIA
PRIMÆ EDITIONIS VIENNENSIS

AD CELSISSIMUM TUNC PRINCIPEM ARCHIEPISCOPUM VIENNENSEM, NUNC PRÆTEREA ET CARDINALEM EMINENTISSIMUM, ET EPISCOPUM VACCIENSEM

CHRISTOPHORUM E COMITIBUS
DE MIGAZZI.



Abis veniam, Princeps Celsissime, si forte inter assiduas sacri regiminis curas importunus interpellator advenio, & libellum Tibi offero mole tenuem, nec arcana Religionis mysteria, quam in isto tanto constitutus fastigio administras, sed Naturalis Philosophiæ principia continentem. Novi ego quidem, quam totus in eo sis, ut, quam geris, personam sustineas, ac vigilantissimi sacrorum Antistitis partes agas. Videt utique Imperialis hæc Aula, videt universa Regalis Urbs, & ingenti admiratione defixa obstupescit, qua diligentia, quo labore tanti Sacerdotii munus obire pergas. Vetus nimirum illud celeberrimum *age, quod agis*, quod ab ipsa Tibi juventute, cum primum, ut Te Romæ dantem operam studiis cognoscerem, mihi sors obtigit, altissime jam insederat animo, id in omni reliquo amplissimorum munerum Tibi commissorum cursu hæsit firmissime,

atque

atque idipſum inprimis adjectum tam multis & dotibus, quas a Natura uberrime congeſtas habes, & virtutibus, quas tute diuturna Tibi exercitatione, atque aſſiduo labore comparaſti, ſanctiſſime obſervatum inter tam varias forenſes, Aulicas, Sacerdotales occupationes, iſtos Tibi tam celeres dignitatum gradus quodammodo veluti coacervavit, & omnium una tam populorum, quam Principum admirationem excitavit ubique, conciliavit amorem; unde illud eſt factum, ut ab aliis alia Te, ſublimiora ſemper, atque honorificentiora munera quodammodo velut avulſum, atque abſtractum rapuerint. Dum Romæ in celeberrimo illo, quod Auditorum Rotæ appellant, collegio toti Chriſtiano orbi jus diceres, acceſſerat Hetruſca Imperialis Legatio apud Romanum Pontificem exercenda; cum repente Mechlinienſi Archiepiſcopo in ampliſſima illa adminiſtranda Eccleſia Adjutor datus, & deſtinatus Succeſſor, poſſeſſione præſtantiſſimi muneris vixdum capta, ad Hiſpanicum Regem ab Auguſtiſſima Romanorum Imperatrice ad graviſſima tractanda negotia Legatus es miſſus, in quibus cum ſumma utriuſque Aulæ approbatione verſatum per annos quinque ditiſſima Vaccienſis Eccleſia adepta eſt; atque ibi dum poſt tantos Aularum ſtrepitus ea, qua Chriſtianum Antiſtitem decet, & animi moderatione, & demiſſione quadam, atque in omne hominum genus charitate, & ſingulari cura, ac diligentia Religionem adminiſtras, & ſacrorum exerces curam; non ea tantum urbs, atque ditio, ſed univerſum Hungariæ Regnum, quanquam exterum hominem, non ut civem ſuum tantummodo, ſed ut Parentem amantiſſimum habuit, quem adhuc ereptum ſibi dolet, & angitur; dum ſcilicet minore, quam unius anni intervallo ab Ipſa Auguſtiſſima Imperatrice ad Regalem hanc Urbem, tot Imperatorum ſedem, ac Auſtriacæ Dominationis caput, dignum tantis dotibus explicandis theatrum, evocatum videt, atque in hac Celſiſſima Archiepiſcopali Sede, accedente Romani Pontificis Auctori-

ri-

ritate collocatum; in qua Tu quidem personam itidem, quam agis, diligentissime sustinens, totus es in gravissimis Sacerdotii Tui expediendis negotiis, in iis omnibus, quæ ad sacra pertinent, curandis vel per Te ipsum usque adeo, ut sæpe, raro admodum per hæc nostra tempora exemplo, & publice operatum, ac ipsa etiam Sacramenta administrantem videamus in templis, & Tua ipsius voce populos, e superiore loco docentem audiamus, atque ad omne virtutum genus inflammantem.

Novi ego quidem hæc omnia; novi hanc indolem, hanc animi constitutionem; nec sum tamen inde absterritus, ne, inter gravissimas istas Tuas Sacerdotales curas, Philosophicas hasce meditationes meas, Tibi sisterem, ac tantulæ libellum molis homini ad tantum culmen evecto porrigerem, ac Tuo vellem Nomine insignitum. Quod enim ad primum pertinet caput, non Theologicas tantum, sed Philosophicas etiam perquisitiones Christiano Antistite ego quidem dignissimas esse censeo, & universam Naturæ contemplationem omnino arbitror cum Sacerdotii sanctitate penitus consentire. Mirum enim, quam belle ab ipsa consideratione Naturæ ad cælestium rerum contemplationem disponitur animus, & ad ipsum Divinum tantæ molis Conditorem assurgit, infinitam ejus Potentiam, Sapientiam, Providentiam admiratus, quæ erumpunt undique, & ubique se produnt.

Est autem & illud, quod ad supremi sacrorum Moderatoris curam pertinet providere, ne in prima ingenuæ juventutis institutione, quæ semper a naturalibus studiis exordium ducit, prava teneris mentibus irrepant, ac perniciosa principia, quæ sensim Religionem corrumpant, & vero etiam evertant penitus, ac eruant a fundamentis; quod quidem jam dudum tristi quodam Europæ fato passim evenire cernimus, gliscente in dies malo, ut fucatis quibusdam, profecto perniciosissimis, imbuti principiis juvenes, tum demum sibi

ſapere videantur; cum & omnem animo religionem, & Deum ipſum ſapientiſſimum Mundi Fabricatorem, atque Moderatorem ſibi mente excuſſerint. Quamobrem qui veluti ad tribunal tanti Sacerdotum Principis Univerſæ Phyſicæ Theoriam, & novam potiſſimum Theoriam ſiſtat, rem is quidem præſtet æquiſſimam, nec alienum quidpiam ab ejus munere Sacerdotali offerat, ſed cum eodem apprime conſentiens.

Nec vero exigua libelli moles deterrere me debuit, ne cum eo ad tantum Principem accederem. Eſt ille quidem ſatis tenuis libellus, at non & tenuem quoque rem continet. Argumentum pertractat ſublime admodum, & nobile, in quo illuſtrando omnem ego quidem induſtriam collocavi, ubi ſi quid præſtitero, ſi minus infeliciter me geſſero, nemo ſane me impudentiæ arguat, quaſi vilem aliquam, & tanto indignam faſtigio rem offeram. Habetur in eo novum quoddam Univerſæ Naturalis Philoſophiæ genus a receptis huc usque, uſitatisque plurimum diſcrepans, quanquam etiam ex iis, quæ maxime omnium per hæc tempora celebrantur, caſu quodam præcipua quæque mirum ſane in modum compacta, atque inter ſe veluti coagmentata conjunguntur ibidem, uti ſunt ſimplicia atque inextenſa Leibnitianorum elementa, cum Newtoni viribus inducentibus in aliis diſtantiis acceſſum mutuum, in aliis mutuum receſſum, quas vulgo attractiones, & repulſiones appellant: caſu, inquam: neque enim ego conciliandi ſtudio hinc, & inde decerpſi quædam ad arbitrium ſelecta, quæ utcumque inter ſe componerem, atque compaginarem: ſed omni præjudicio ſepoſito, a principiis exorſus inconcuſſis, & vero etiam receptis communiter, legitima ratiocinatione uſus, & continuo concluſionum nexu deveni ad legem virium in Natura exiſtentium unicam, ſimplicem, continuam, quæ mihi & conſtitutionem elementorum materiæ, & Mechanicæ leges, & generales materiæ ipſius proprietates, & præcipua corporum diſcrimina, ſua

ap-

applicatione ita exhibuit, ut eadem in iis omnibus ubique se prodat uniformis agendi ratio, non ex arbitrariis hypothesibus, & fictitiis commentationibus, sed ex sola continua ratiocinatione deducta. Ejusmodi autem est omnis, ut eas ubique vel definiat, vel adumbret combinationes elementorum, quæ ad diversa præstanda phænomena sunt adhibendæ, ad quas combinationes Conditoris Supremi consilium, & immensa Mentis Divinæ vis ubique requiritur, quæ infinitos casus perspiciat, & ad rem aptissimos seligat, ac in Naturam inducat.

Id mihi quidem argumentum est operis, in quo Theoriam meam expono, comprobo, vindico: tum ad Mechanicam primum, deinde ad Physicam applico, & uberrimos usus expono, ubi brevi quidem libello, sed admodum diuturnas annorum jam tredecim meditationes complector meas, eo plerumque tantummodo rem deducens, ubi demum cum communibus Philosophorum consentio placitis, & ubi ea, quæ habemus jam pro compertis, ex meis etiam deductionibus sponte fluunt, quod usque adeo voluminis molem contraxit. Dederam ego quidem dispersa dissertatiunculis variis Theoriæ meæ quædam velut specimina, quæ inde & in Italia Professores publicos nonnullos adstipulatores est nacta, & jam ad exteras quoque gentes pervasit: sed ea nunc primum tota in unum compacta, & vero etiam plusquam duplo aucta, prodit in publicum, quem laborem postremo hoc mense, molestioribus negotiis, quæ me Viennam adduxerant, & curis omnibus exsolutus suscepi, dum in Italiam rediturus opportunum itineri tempus inter assiduas nives opperior, sed omnem in eodem adornando, & ad communem mediocrium etiam Philosophorum captum accommodando diligentiam adhibui.

Inde vero jam facile intelliges, cur ipsum laborem meum ad Te deferre, & Tuo nuncupare Nomini non dubitaverim. Ratio ex iis, quæ proposui, est duplex: primo quidem ipsum argumenti genus, quod Christianum Antistitem non modo non dedecet, sed etiam apprime

me decet: tum ipsius argumenti vis, atque dignitas; quæ nimirum confirmat, & erigit nimium fortasse impares, sed quantum fieri per me potuit, intentos conatus meos; nam quidquid eo in genere meditando assequi possum, totum ibidem adhibui, ut idcirco nihil arbitrer a mea tenuitate proferri posse te minus indignum, cui ut aliquem offerrem laborum meorum fructum quantumcunque, exposcebat sane, ac ingenti clamore quodam efflagitabat tanta erga me humanitas Tua, qua jam olim immerentem complexus Romæ, hic etiam fovere pergis, nec in tanto dedignatus fastigio, omni benevolentiæ significatione prosequeris. Accedit autem & illud, quod in hisce terris vix adhuc nota, vel etiam ignota penitus Theoria mea Patrocinio indiget, quod, si Tuo Nomine insignita prodeat in publicum, obtinebit sane validissimum, & secura vagabitur: Tu enim illam, parente velut hic orbatam suo, in dies nimirum discessuro, & quodammodo veluti posthumam post ipsum ejus discessum typis impressam, & in publicum prodeuntem tueberis, fovebisque.

Hæc sunt, quæ meum Tibi consilium probent, Princeps Celsissime: Tu, qua soles humanitate auctorem excipere, opus excipe, & si forte adhuc consilium ipsum Tibi visum fuerit improbandum; animum saltem æquus respice obsequentissimum Tibi, ac devinctissimum. Vale.

Dabam Viennæ in Collegio Academico Soc. JESU *Idibus Febr.* *CIƆIƆCCLVIII.*

AD

AD LECTOREM
EX EDITIONE VIENNENSI.



Abes, amice Lector, Philosophiæ Naturalis Theoriam ex unica lege virium deductam, quam & ubi jam olim adumbraverim, vel etiam ex parte explicaverim, & qua occasione nunc uberius pertractandam, atque augendam etiam, susceperim, invenies in ipso primæ partis exordio. Libuit autem hoc opus dividere in partes tres, quarum prima continet explicationem Theoriæ ipsius, ac ejus analyticam deductionem, & vindicationem; secunda applicationem satis uberem ad Mechanicam; tertia applicationem ad Physicam.

Porro illud inprimis curandum duxi, ut omnia, quam liceret, dilucide exponerentur, nec sublimiore Geometria, aut Calculo indigerent. Et quidem in prima, ac tertia parte non tantum nullæ analyticæ, sed nec geometricæ demonstrationes occurrunt, paucissimis quibusdam, quibus indigeo, rejectis in adnotatiunculas, quas in fine paginarum quarundam invenies. Quædam autem admodum pauca, quæ majorem Algebræ, & Geometriæ cognitionem requirebant, vel erant complicatiora aliquanto, & alibi a me jam edita, in fine operis apposui, quæ Supplementorum *appellavi nomine, ubi & ea addidi, quæ sentio de spatio, ac tempore, Theoriæ meæ consentanea, ac edita itidem jam alibi. In secunda parte, ubi ad Mechanicam applicatur Theoria, a geometricis, & aliquando etiam ab algebraicis demonstrationibus abstinere omnino non potui; sed eæ ejusmodi sunt, ut vix unquam requirant aliud, quam Euclideam Geometriam, & primas Trigonometriæ notiones maxime simplices, ac simplicem algorithmum.*

In prima quidem parte occurrunt Figuræ geometricæ complures, quæ prima fronte videbuntur etiam complicatæ rem ipsam intimius non perspectanti; verum eæ nihil aliud exhibent, nisi imaginem quandam rerum, quæ ipsis oculis per ejusmodi figuras sistuntur contemplandæ. Ejusmodi est ipsa illa curva, quæ legem virium exhibet. Invenio ego quidem inter

omnia

omnia materiæ puncta vim quandam mutuam, quæ a distantiis pendet, & mutatis distantiis mutatur ita, ut in aliis attractiva sit, in aliis repulsiva, sed certa quadam, & continua lege. Leges ejusmodi variationis binarum quantitatum a se invicem pendentium, uti hic sunt distantia, & vis, exprimi possunt vel per analyticam formulam, vel per geometricam curvam; sed illa prior expressio & multo plures cognitiones requirit ad Algebram pertinentes, & imaginationem non ita adjuvat, ut hæc posterior, qua idcirco sum usus in ipsa prima operis parte, rejecta in Supplementa formula analytica, quæ & curvam, & legem virium ab illa expressam exhibeat.

Porro huc res omnis reducitur. Habetur in recta indefinita, quæ axis dicitur, punctum quoddam, a quo abscissa ipsius rectæ segmenta referunt distantias. Curva linea protenditur secundum rectam ipsam, circa quam etiam serpit, & eandem in pluribus secat punctis: rectæ a fine segmentorum erectæ perpendiculariter usque ad curvam, exprimunt vires, quæ majores sunt, vel minores, prout ejusmodi rectæ sunt itidem majores, vel minores; ac eædem ex attractivis migrant in repulsivas, vel vice versa, ubi illæ ipsæ perpendiculares rectæ directionem mutant, curva ab altera axis indefiniti plaga migrante ad alteram. Id quidem nullas requirit geometricas demonstrationes, sed meram cognitionem vocum quarundam, quæ vel ad prima pertinent Geometriæ elementa, & notissimæ sunt, vel ibi explicantur, ubi adhibentur. Notissima autem etiam est significatio vocis Asymptotus, *unde & crus asymptoticum curvæ appellatur: dicitur nimirum recta asymptotus cruris cujuspiam curvæ, cum ipsa recta in infinitum producta, ita ad curvilineum arcum productum itidem in infinitum semper accedit magis, ut distantia minuatur in infinitum, sed nusquam penitus evanescat, illis idcirco nunquam invicem convenientibus.*

Consideratio porro attenta curvæ propositæ in fig. 1, *& rationis, qua per illam exprimitur nexus inter vires, & distantias, est utique admodum necessaria ad intelligendam Theoriam ipsam, cujus ea est præcipua quædam veluti clavis, sine qua omnino incassum tentarentur cetera: sed & ejusmodi est, ut tironum, & sane etiam mediocrium, immo etiam longe infra mediocritatem collocatorum, captum non excedat, potissimum si viva accedat Professoris vox mediocriter etiam versati in Mechanica, cujus ope, pro certo habeo, rem ita patentem omnibus reddi posse, ut ii etiam, qui Geometriæ penitus ignari sunt, paucorum admodum explicatione vo-*

ne vocabulorum accedente, eam ipsis oculis intueantur omnino perspicuam.

In tertia parte supponuntur utique nonnulla, quæ demonstrantur in secunda; sed ea ipsa sunt admodum pauca, & iis, qui geometricas demonstrationes fastidiunt, facile admodum exponi possunt res ipsæ ita, ut penitus etiam sine ullo Geometriæ adjumento percipiantur, quanquam sine iis ipsa demonstratio haberi non poterit; ut idcirco in eo differre debeat is, qui secundam partem attente legerit, & Geometriam calleat, ab eo, qui eam omittat, quod ille primus veritates in tertia parte adhibitas, ac ex secunda erutas, ad explicationem Physicæ, intuebitur per evidentiam ex ipsis demonstrationibus haustam, hic secundus easdem qnodammodo per fidem Geometris adhibitam credet. Hujusmodi inprimis est illud, particulam compositam ex punctis etiam homogeneis, præditis lege virium proposita, posse per solam diversam ipsorum punctorum dispositionem aliam particulam per certum intervallum vel perpetuo attrahere, vel perpetuo repellere, vel nihil in eam agere, atque id ipsum viribus admodum diversis, & quæ respectu diversarum particularum diversæ sint, & diversæ respectu partium diversarum ejusdem particulæ, ac aliam particulam alicubi etiam urgeant in latus, unde plurium phænomenorum explicatio in Physica sponte fluit.

Verum qui omnem Theoriæ, & deductionum compagem aliquanto altius inspexerit, ac diligentius perpenderit, videbit, ut spero, me in hoc perquisitionis genere multo ulterius progressum esse, quam olim Newtonus ipse desideraverit. Is enim in postrema Opticæ quæstione prolatis iis, quæ per vim attractivam, & vim repulsivam, mutata distantia ipsi attractivæ succedentem, explicari poterant, hæc addidit: „ Atque hæc quidem omnia si ita sint, jam Natura universa valde erit simplex, & „ consimilis sui, perficiens nimirum magnos omnes corporum cælestium „ motus attractione gravitatis, quæ est mutua inter corpora illa omnia, „ & minores fere omnes particularum suarum motus alia aliqua vi attrahente, & repellente, quæ est inter particulas illas mutua. „ Aliquanto autem inferius de primigeniis particulis agens sic habet: „ Porro „ videntur mihi hæ particulæ primigeniæ non modo in se vim inertiæ „ habere, motusque leges passivas illas, quæ ex vi ista necessario oriuntur; verum etiam motum perpetuo accipere a certis principiis actuosis, „ qualia nimirum sunt gravitas, & causa fermentationis, & cohærentia corporum. Atque hæc quidem principia considero non ut occultas

„ qua-

„ *qualitates, quæ ex ſpecificis rerum formis oriri fingantur, ſed ut uni-*
„ *verſales Naturæ leges, quibus res ipſæ ſunt formatæ. Nam principia*
„ *quidem talia revera exiſtere oſtendunt phænomena Naturæ, licet ipſo-*
„ *rum cauſæ quæ ſint, nondum fuerit explicatum. Affirmare, ſingulas*
„ *rerum ſpecies ſpecificis præditas eſſe qualitatibus occultis, per quas eæ*
„ *vim certam in agendo habent, hoc utique eſt nihil dicere: at ex phæ-*
„ *nomenis Naturæ duo, vel tria derivare generalia motus principia, &*
„ *deinde explicare, quemadmodum proprietates, & actiones rerum corpo-*
„ *rearum omnium ex iſtis principiis conſequantur, id vero magnus eſſet*
„ *factus in Philoſophia progreſſus, etiamſi principiorum iſtorum cauſæ*
„ *nondum eſſent cognitæ. Quare motus principia ſupradicta proponere non*
„ *dubito, cum per Naturam univerſam latiſſime pateant.* „

Hæc ibi Newtonus, ubi is quidem magnos in Philoſophia progreſſus factum arbitratus eſt eum, qui ad duo, vel tria generalia motus principia ex Naturæ phænomenis derivata phænomenorum explicationem reduxerit, & ſua principia protulit, ex quibus inter ſe diverſis eorum aliqua tantummodo explicari poſſe cenſuit. Quid igitur, ubi & ea ipſa tria, & alia præcipua quæque, ut ipſa etiam impenetrabilitas, & impulſio reducantur ad principium unicum legitima ratiocinatione deductum? At id per meam unicam, & ſimplicem virium legem præſtari, patebit ſane conſideranti operis totius Synopſim quandam, quam hic ſubjicio; ſed multo magis opus ipſum diligentius pervolventi.



SY-

SYNOPSIS
TOTIUS OPERIS.
EX EDITIONE VIENNENSI
PARS I.

Rimis ſex numeris exhibeo, quando, & qua occaſione Theoriam meam (A) 1
inveneriṁ, ac ubi hucuſque de ea egerim in diſſertationibus jam editis, quid ea commune habeat cum Leibnitiana, quid cum Newtoniana Theoria, in quo ab utraque diſcrepet, & vero etiam utrique præſtet: addo, quid alibi promiſerim pertinens ad æquilibrium, & oſcillationis centrum, & quemadmodum iis nunc inventis, ac ex unico ſimpliciſſimo, ac elegantiſſimo theoremate profluentibus omnino ſponte, cum diſſertatiunculam brevem meditarer, jam eo conſilio rem aggreſſus; repente mihi in opus integrum juſtæ molis evaſerit tractatio.

Tum uſque ad num. 11 expono Theoriam ipſam: materiam conſtantem punctis prorſus ſim- 7
plicibus, indiviſibilibus, & inextenſis, ac a ſe invicem diſtantibus, quæ puncta habeant ſingula vim inertiæ, & præterea vim activam mutuam pendentem a diſtantiis, ut nimirum, data diſtantia, detur & magnitudo, & directio vis ipſius, mutata autem diſtantia, mutetur vis ipſa, quæ, imminuta diſtantia in infinitum, ſit repulſiva, & quidem excreſcens in infinitum: aucta autem diſtantia, minuatur, evaneſcat, mutetur in attractivam creſcentem primo, tum decreſcentem, evaneſcentem, abeuntem iterum in repulſivam, idque

(A) *Series numerorum, quibus tractari incipiunt, quæ ſunt in textu.*

per multas vices, donec demum in majoribus distantiis abeat in attractivam decrescentem ad sensum in ratione reciproca duplicata distantiarum: quem nexum virium cum distantiis, & vero etiam earum transitum a positivis ad negativas, sive a repulsivis ad attractivas, vel vice versa, oculis ipsis propono in vi, qua binæ elastri cuspides conantur ad se invicem accedere, vel a se invicem recedere, prout sunt plus justo distractæ, vel contractæ.

11 Inde ad num. 16 ostendo, quo pacto id non sit aggregatum quoddam virium temere coalescentium, sed per unicam curvam continuam exponatur ope abscissarum exprimentium distantias, & ordinatarum exprimentium vires, cujus curvæ ductum, & naturam expono, ac ostendo, in quo differat ab hyperbola illa gradus tertii, quæ Newtonianam gravitatem exprimit: ac demum ibidem & argumentum, & divisionem propono operis totius.

Hisce expositis gradum facio ad exponendam totam illam analysim, qua ego ad ejusmodi Theoriam deveni, & ex qua ipsam arbitror directa, &
16 solidissima ratiocinatione deduci totam. Contendo nimirum usque ad numerum 19 illud, in collisione corporum debere vel haberi compenetrationem, vel violari legem continuitatis, velocitate mutata per saltum, si cum inæqualibus velocitatibus deveniant ad immediatum contactum, quæ continuitatis lex cum (ut evinco) debeat omnino observari, illud infero, antequam ad contactum deveniant corpora, debere mutari eorum velocitates per vim quandam, quæ sit par extinguendæ velocitati, vel velocitatum differentiæ, cuivis utcunque magnæ.

19 A num. 19 ad 28 expendo effugium, quo ad eludendam argumenti mei vim utuntur ii, qui negant corpora dura, qua quidem responsione uti non possunt Newtoniani, & Corpusculares generaliter, qui

qui elementares corporum particulas assumunt prorsus duras: qui autem omnes utcunque parvas corporum particulas molles admittunt, vel elasticas, difficultatem non effugiunt, sed transferunt ad primas superficies, vel puncta, in quibus committeretur omnino saltus, & lex continuitatis violaretur: ibidem quendam verborum lusum evolvo, frustra adhibitum ad eludendam argumenti mei vim.

Sequentibus num. 28 & 29 binas alias responsio- 28
nes rejicio aliorum, quarum altera, ut mei argumenti vis elidatur, affirmat quispiam, prima materiæ elementa compenetrari, altera dicuntur materiæ puncta adhuc moveri ad se invicem, ubi localiter omnino quiescunt, & contra primum effugium evinco impenetrabilitatem ex inductione: contra secundum expono æquivocationem quandam in significatione vocis *motus*, cui æquivocationi totum innititur.

Hinc num. 30, & 31 ostendo, in quo a Mac-Lau- 30
rino dissentiam, qui considerata eadem, quam ego contemplatus sum, collisione corporum, conclusit, continuitatis legem violari, cum ego eandem illæsam esse debere ratus ad totam devenerim Theoriam meam.

Hic igitur, ut meæ deductionis vim exponam, in 32
ipsam continuitatis legem inquiro, ac a num. 32 ad 38 expono, quid ipsa sit, quid mutatio continua per gradus omnes intermedios, quæ nimirum excludat omnem saltum ab una magnitudine ad aliam sine transitu per intermedias, ac Geometriam etiam ad
explicationem rei in subsidium advoco: tum eam 39
probo primum ex inductione, ac in ipsum inductionis principium inquirens usque ad num. 44, exhibeo, unde habeatur ejusdem principii vis, ac ubi id adhiberi possit, rem ipsam illustrans exemplo impenetrabilitatis erutæ passim per inductionem, donec demum ejus vim applicem ad legem
continuitatis demonstrandam: ac sequentibus nu- 45

 meris

meris casus evolvo quosdam binarum classium, in quibus continuitatis lex videtur lædi, nec tamen læditur.

Post probationem principii continuitatis petitam
48 ab inductione, aliam num. 48 ejus probationem aggredior metaphysicam quandam, ex necessitate utriusque limitis in quantitatibus realibus, vel seriebus quantitatum realium finitis, quæ nimirum nec suo principio, nec suo fine carere possunt. Ejus rationis vim ostendo in motu locali, & in Geometria
52 sequentibus duobus numeris: tum num. 52 expono difficultatem quandam, quæ petitur ex eo, quod in momento temporis, in quo transitur a *non esse* ad *esse*, videatur juxta ejusmodi Theoriam debere simul haberi ipsum *esse*, & *non esse*, quorum alterum ad finem præcedentis seriei statuum pertinet, alterum ad sequentis initium, ac solutionem ipsius fuse evolvo, Geometria etiam ad rem oculo ipsi sistendam vocata in auxilium.
63 Num. 63, post epilogum eorum omnium, quæ de lege continuitatis sunt dicta, id principium applico ad excludendum saltum immediatum ab una velocitate ad aliam, sine transitu per intermedias, quod & inductionem læderet pro continuitate amplissimam, & induceret pro ipso momento temporis, in quo fieret saltus, binas velocitates, ultimam nimirum seriei præcedentis, & primam novæ, cum tamen duas simul velocitates idem mobile habere omnino non possit. Id autem ut illustrem, & evincam, usque ad num. 72 considero velocitatem ipsam, ubi potentialem quandam, ut appello, velocitatem ab actuali secerno, & multa, quæ ad ipsarum naturam, ac mutationes pertinent, diligenter evolvo, nonnullis etiam, quæ inde contra meæ Theoriæ probationem objici possunt, dissolutis.

His expositis concludo jam illud ex ipsa conti-
[illegible] nuitate, ubi corpus quodpiam velocius movetur
post

post aliud lentius, ad contactum immediatum cum illa velocitatum inæqualitate deveniri non posse, in quo scilicet contactu primo mutaretur vel utriusque velocitas, vel alterius, per saltum, sed debere mutationem velocitatis incipere ante contactum ipsum. Hinc num. 73 infero, debere haberi 73
mutationis causam, quæ appelletur vis: tum num.
74 hanc vim debere esse mutuam, & agere in 74
partes contrarias, quod per inductionem evinco,
& inde infero num. 75, appellari posse repulsi- 75
vam ejusmodi vim mutuam, ac ejus legem exquirendam propono. In ejusmodi autem perquisitione usque ad num. 80 invenio illud, debere vim ipsam imminutis distantiis crescere in infinitum ita, ut par sit extinguendæ velocitati utcunque magnæ; tum & illud, imminutis in infinitum etiam distantiis, debere in infinitum augeri, in maximis autem debere esse e contrario attractivam, uti est gravitas: inde vero colligo limitem inter attractionem, & repulsionem: tum sensim plures, ac etiam plurimos ejusmodi limites invenio, sive transitus ab attractione ad repulsionem, & vice versa, ac formam totius curvæ per ordinatas suas exprimentis virium legem determino.

Eo usque virium legem deduco, ac definio; tum 81
num. 81 eruo ex ipsa lege constitutionem elementorum materiæ, quæ debent esse simplicia, ob repulsionem in minimis distantiis in immensum auctam; nam ea, si forte ipsa elementa partibus constarent, nexum omnem dissolveret. Usque ad num. 88 inquiro in illud, an hæc elementa, ut simplicia esse debent, ita etiam inextensa esse debeant, ac exposita illa, quam virtualem extensionem appellant, eandem excludo inductionis principio, & difficultatem evolvo tum eam, quæ peti possit ab exemplo ejus generis extensionis, quam in anima indivisibili, & simplice per aliquam corporis par-

tem divisibilem, & extensam passim admittunt; vel omnipræsentiæ Dei: tum eam, quæ peti possit ab analogia cum quiete, in qua nimirum conjungi debeat unicum spatii punctum cum serie continua momentorum temporis, uti in extensione virtuali unicum momentum temporis cum serie continua punctorum spatii conjungeretur, ubi ostendo, nec quietem omnimodam in Natura haberi usquam, nec adesse semper omnimodam inter tempus,
88 & spatium analogiam. Hic autem ingentem colligo ejusmodi determinationis fructum, ostendens usque ad num. 91, quantum prosit simplicitas, indivisibilitas, inextensio elementorum materiæ, ob summotum transitum a vacuo continuo per saltum ad materiam continuam, ac ob sublatum limitem densitatis, quæ in ejusmodi Theoria ut minui in infinitum potest, ita potest in infinitum etiam augeri, dum in communi, ubi ad contactum deventum est, augeri ultra densitas nequaquam potest, potissimum vero ob sublatum omne continuum coexistens, quo sublato & gravissimæ difficultates plurimæ evanescunt, & infinitum actu existens habetur nullum, sed in possibilibus tantummodo remanet series finitorum in infinitum producta.

91 His definitis, inquiro usque ad num. 99 in illud, an ejusmodi elementa sint censenda homogenea, an heterogenea: ac primo quidem argumentum pro homogeneitate saltem in eo, quod pertinet ad totam virium legem, invenio in homogeneitate tanta primi curis repulsivi in minimis distantiis, ex quo pendet impenetrabilitas, & postremi attractivi, quo gravitas exhibetur, in quibus omnis materia est penitus homogenea. Ostendo autem, nihil contra ejusmodi homogeneitatem evinci ex principio Leibnitiano indiscernibilium, nihil ex inductione, & ostendo, unde tantum proveniat discrimen in compositis massulis, ut in frondibus, &

fo-

foliis; ac per inductionem, & analogiam demonstro, naturam nos ad homogeneitatem elementorum, non ad heterogeneitatem deducere.

Ea ad probationem Theoriæ pertinent; qua absoluta, antequam inde fructus colligantur multiplices, gradum hic facio ad evolvendas difficultates, quæ vel objectæ jam sunt, vel objici posse videntur mihi, primo quidem contra vires in genere, tum contra meam hanc expositam, comprobatamque virium legem, ac demum contra puncta illa indivisibilia, & inextensa, quæ ex ipsa ejusmodi virium lege deducuntur. 100

Primo quidem, ut iis etiam faciam satis, qui inani vocabulorum quorundam sono perturbantur, a num. 101 ad 104 ostendo, vires hasce non esse quoddam occultarum qualitatum genus, sed patentem sane Mechanismum, cum & idea earum sit admodum distincta, & existentia, ac lex positive comprobata; ad Mechanicam vero pertineat omnis tractatio de Motibus, qui a datis viribus etiam sine immediato impulsu oriuntur. A num. 104 ad 106 ostendo, nullum committi saltum in transitu a repulsionibus ad attractiones, & vice versa, cum nimirum per omnes intermedias quantitates is transitus fiat. Inde vero ad objectiones gradum facio, quæ totam curvæ formam impetunt. Ostendo nimirum usque ad num. 116, non posse omnes repulsiones a minore attractione desumi; repulsiones ejusdem esse seriei cum attractionibus, a quibus differant tantummodo ut minus a majore, sive ut negativum a positivo; ex ipsa curvarum natura, quæ, quo altioris sunt gradus, eo in pluribus punctis rectam secare possunt, & eo in immensum plures sunt numero; haberi potius, ubi curva quæritur, quæ vires exprimat, indicium pro curva ejus naturæ, ut rectam in plurimis punctis secet, adeoque plurimos secum afferat virium transitus

101 (beside "Primo quidem…"); 106 (beside "itus fiat. Inde vero…")

a re-

a repulſivis ad attractivas, quam pro curva, quæ nuſquam axem ſecans attractiones ſolas, vel ſolas pro diſtantiis omnibus repulſiones exhibeat: ſed vires repulſivas, & multiplicitatem tranſituum eſſe poſitive probatam, & deductam totam curvæ formam, quam itidem oſtendo, non eſſe ex arcubus natura diverſis temere coaleſcentem, ſed omnino ſimplicem, atque eam ipſam ſimplicitatem in Supplementis evidentiſſime demonſtro, exhibens methodum, qua deveniri poſſit ad æquationem ejuſmodi curvæ ſimplicem, & uniformem; licet, ut hic oſtendo, ipſa illa lex virium poſſit mente reſolvi in plures, quæ per plures curvas exponantur, a quibus tamen omnibus illa reapſe unica lex, per unicam illam continuam, & in ſe ſimplicem curvam componatur.

121 A num. 121 refello, quæ objici poſſunt a lege gravitatis decreſcentis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, quæ nimirum in minimis diſtantiis attractionem requirit creſcentem in infinitum. Oſtendo autem, ipſam non eſſe uſpiam accurate in ejuſmodi ratione, niſi imaginarias reſolutiones exhibeamus; nec vero ex Aſtronomia deduci ejuſmodi legem prorſus accurate ſervatam in ipſis Planetarum, & Cometarum diſtantiis, ſed ad ſummum ita proxime, ut differentia ab ea lege ſit perquam exi-
124 gua: ac a num. 124 expendo argumentum, quod pro ejuſmodi lege deſumi poſſit ex eo, quod cuipiam viſa ſit omnium optima, & idcirco electa ab Auctore Naturæ, ubi ipſum Optimiſmi principium ad trutinam revoco, ac excludo, & vero illud etiam evinco, non eſſe, cur omnium optima ejuſmodi lex cenſeatur: in Supplementis vero oſtendo, ad quæ potius abſurda deducet ejuſmodi lex, & vero etiam leges aliæ plures attractionis, quæ imminutis in infinitum diſtantiis excreſcat in infinitum.

Num.

Num. 131 a viribus transeo ad elementa, & primum ostendo, cur punctorum inextensorum ideam non habeamus, quod nimirum eam haurire non possumus per sensus, quos solæ massæ, & quidem grandiores, afficiunt, atque idcirco eandem nos ipsi debemus per reflexionem efformare, quod quidem facile possumus. Ceterum illud ostendo, me non inducere primum in Physicam puncta indivisibilia, & inextensa, cum eo etiam Leibnitianæ monades recidant, sed sublata extensione continua difficultatem auferre illam omnem, quæ jam olim contra Zenonicos objecta, nunquam est satis soluta, qua fit, ut extensio continua ab inextensis effici omnino non possit. 131

Num. 140 ostendo, inductionis principium contra ipsa nullam habere vim, ipsorum autem existentiam vel inde probari, quod continuitas se se ipsam destruat, & ex ea assumpta probetur argumentis a me institutis hoc ipsum, prima elementa esse indivisibilia, & inextensa, nec ullum haberi extensum continuum. A num. 143 ostendo, ubi continuitatem admittam, nimirum in solis motibus; ac illud explico, quid mihi sit spatium, quid tempus, quorum naturam in Supplementis multo uberius expono. Porro continuitatem ipsam ostendo a natura in solis motibus obtineri accurate, in reliquis affectari quodammodo; ubi & exempla quædam evolvo continuitatis primo aspectu violatæ, in quibusdam proprietatibus luminis, ac in aliis quibusdam casibus, in quibus quædam crescunt per additionem partium, non (ut ajunt) per intussumptionem. 140 143

A num. 153 ostendo, quantum hæc mea puncta a spiritibus differant; ac illud etiam evolvo, unde fiat, ut in ipsa idea corporis videatur includi extensio continua, ubi in ipsam idearum nostrarum originem inquiro, & quæ inde præjudicia profluant, expono. Postremo autem loco num. 165 innuo, qui fieri possit, 153 165

ut puncta inextensa, & a se invicem distantia, in massam coalescant, quantum libet, cohærentem, & iis proprietatibus præditam, quas in corporibus experimur, quod tamen ad tertiam partem pertinet, ibi multo uberius pertractandum: ac ibi quidem primam hanc partem absolvo.

P A R S II.

166 NUm. 166. hujus partis argumentum propono; sequenti vero 167, quæ potissimum in curva virium consideranda sint, enuncio. Eorum consi-
168 derationem aggressus, primo quidem usque ad num. 172 in ipsos arcus inquiro, quorum alii attractivi, alii repulsivi, alii asymptotici, ubi casuum occurrit mira multitudo, & in quibusdam consectaria notatu digna, ut & illud, cum ejus formæ curva plurium asymptotorum esse possit, Mundorum prorsus similium seriem posse oriri, quorum alter respectu alterius vices agat unius, & indis-
172 solubilis elementi. Ad num. 179 areas contemplor arcubus clausas, quæ respondentes segmento axis cuicunque, esse possunt magnitudine utcunque magnæ, vel parvæ, sunt autem mensura incrementi, vel decrementi quadrati velocita-
179 tum. Ad num. 189 inquiro in appulsus curvæ ad axem, sive is ibi secetur ab eadem (quo casu habentur transitus vel a repulsione ad attractionem, vel ab attractione ad repulsionem, quos dico limites, & quorum maximus est in tota mea Theoria usus), sive tangatur, & curva retro redeat, ubi etiam pro appulsibus considero recessus in infinitum per arcus asymptoticos, & qui transitus, sive limites, oriantur inde, vel in Natura admitti possint, evolvo.

189 Num. 189 a consideratione curvæ ad punctorum combinationem gradum facio, ac primo quidem usque

uſque ad num. 204 ago de ſyſtemate duorum punctorum, ea pertractans, quæ pertinent ad eorum vires mutuas, & motus, ſive ſibi relinquantur, ſive projiciantur utcunque, ubi & conjunctione ipſorum expoſita in diſtantiis limitum, & oſcillationibus variis, ſive nullam externam punctorum aliorum actionem ſentiant, ſive perturbentur ab eadem, illud innuo in anteceſſum, quanto id uſui futurum ſit in parte tertia ad exponenda cohæſionis varia genera, fermentationes, conflagrationes, emiſſiones vaporum, proprietates luminis, elaſticitatem, mollitiem.

Succedit a Num. 204 ad 239 multo uberior con- 204
ſideratio trium punctorum, quorum vires generaliter facile definiuntur data ipſorum poſitione quacunque: verum utcunque data poſitione, & celeritate, nondum a Geometris inventi ſunt motus ita, ut generaliter pro caſibus omnibus abſolvi calculus poſſit. Vires igitur, & variationem ingentem, quam diverſæ pariunt combinationes punctorum, utut tantummodo numero trium, perſequor uſque ad
num. 209. Hinc uſque ad num. 214 quædam evol- 209
vo, quæ pertinent ad vires ortas in ſingulis ex actione compoſita reliquorum duorum, & quæ tertium punctum non ad acceſſum urgeant, vel receſſum tantummodo reſpectu eorundem, ſed & in latus, ubi & ſoliditatis imago prodit, & ingens ſane diſcrimen in diſtantiis particularum perquam exiguis, ac ſumma in maximis, in quibus gravitas agit, conformitas, quod quanto itidem ad Naturæ explicationem futurum ſit uſui, ſigni-
fico. Uſque ad num. 221 ipſis etiam oculis con- 214
templandum propono ingens diſcrimen in legibus virium, quibus bina puncta agunt in tertium, ſive id jaceat in recta, qua junguntur, ſive in recta ipſi perpendiculari, & eorum intervallum ſecante bifariam, conſtructis ex data primigenia curva cur-
vis vires compoſitas exhibentibus: tum ſequentibus 221

 binis

binis numeris casum evolvo notatu dignissimum, in quo mutata sola positione binorum punctorum, punctum tertium per idem quoddam intervallum, situm in eadem distantia a medio eorum intervallo, vel perpetuo attrahitur, vel perpetuo repellitur, vel nec attrahitur, nec repellitur; cujusmodi discrimen cum in massis haberi debeat multo ma-
222 jus, illud indico num. 222, quantus inde itidem in Physicam usus proveniat.

223 Hic jam num. 223 a viribus binorum punctorum transeo ad considerandum totum ipsorum systema, & usque ad num. 228 contemplor tria puncta in directum sita, ex quorum mutuis viribus relationes quædam exurgunt, quæ multo generaliores redduntur inferius, ubi in tribus etiam punctis tantummodo adumbrantur, quæ pertinent ad virgas rigidas, flexiles, elasticas, ac ad vectem, & ad alia plura, quæ itidem inferius, ubi de massis, multo
228 generaliora fiunt. Demum usque ad num. 238 contemplor tria puncta posita non in directum, sive in æquilibrio sint, sive in perimetro ellipsium quarundam, vel curvarum aliarum; in quibus mira occurrit analogia limitum quorundam cum limitibus, quos habent bina puncta in axe curvæ primigeniæ ad se invicem, atque ibidem multo major varietas casuum indicatur pro massis, & specimen applicationis exhibetur ad soliditatem, & liquationem per celerem intestinum motum punctis
238 impressum. Sequentibus autem binis numeris generalia quædam expono de systemate punctorum quatuor cum applicatione ad virgas solidas, rigidas, flexiles, ac ordines particularum varios exhibeo, per pyramides, quarum infimæ ex punctis quatuor, superiores ex quatuor pyramidibus singulæ coalescant.

240 A num. 240 ad massas gradu facto usque a num.
264 considero, quæ ad centrum gravitatis pertinent,

 ac

ac demonſtro generaliter, in quavis maſſa eſſe aliquod, & eſſe unicum: oſtendo, quo pacto determinari generaliter poſſit, & quid in methodo, quæ communiter adhibetur, deſit ad habendam demonſtrationis vim, luculenter expono, & ſuppleo, ac exemplum profero quoddam ejuſdem generis, quod ad numerorum pertinet multiplicationem, & ad virium compoſitionem per parallelogramma, quam alia methodo generaliore exhibeo analoga illi ipſi, qua generaliter in centrum gravitatis inquiro: tum vero ejusdem ope demonſtro admodum expedite, & accuratiſſime celebre illud Newtoni theorema de ſtatu centri gravitatis per mutuas internas vires nunquam turbato.

Ejus tractationis fructus colligo plures · conſer- 264
vationem ejusdem quantitatis motus in Mundo in
eandem plagam num. 264, æqualitatem actionis, 265
& reactionis in maſſis num. 265, colliſionem cor- 266
porum, & communicationem motus in congreſſibus
directis cum eorum legibus, inde num. 276 con- 276
greſſus obliquos, quorum Theoriam a reſolutione
motuum reduco ad compoſitionem num. 277, quod 277
ſequenti numero 278 transfero ad incurſum etiam 278
in planum immobile; ac a num. 279 ad 289 oſtendo, 279
nullam haberi in Natura veram virium, aut motuum reſolutionem, ſed immaginariam tantum modo, ubi omnia evolvo, & explico caſuum genera, quæ prima fronte virium reſolutionem requirere videntur.

A num. 289. ad 297 leges expono compoſitionis 289
virium, & reſolutionis, ubi & illud notiſſimum, quo pacto in compoſitione decreſcat vis, in reſolutione creſcat; ſed in illa priore conſpirantium ſumma ſemper maneat, contrariis eliſis; in hac poſteriore concipiantur tantummodo binæ vires contrariæ adjectæ, quæ conſideratio nihil turbet phænomena; unde fiat, ut nihil inde pro virium vivarum Theoria deduci poſſit, cum ſine iis explicentur

omnia, ubi plura itidem explico ex iis phænomenis, quæ pro ipsis viribus vivis afferri solent.

297 A num. 297 occasione inde arrepta aggredior quædam, quæ ad leges continuitatis pertinent, ubique in motibus sancte servatam, ac ostendo illud, idcirco in collisionibus corporum, ac in motu reflexo, leges vulgo definitas, non nisi proxime tantummodo observari, & usque ad num. 307 relationes varias persequor angulorum incidentiæ, & reflexionis, sive vires constanter in accessu attrahant, vel repellant constanter, sive jam attrahant, jam repellant: ubi & illud considero, quid accidat, si scabrities superficiei agentis exigua sit, quid, si ingens, ac elementa profero, quæ ad luminis reflexionem, & refractionem explicandam, definiendamque ex Mechanica requiritur, relationem itidem vis absolutæ ad relativam in obliquo gravium descensu, & nonnulla, quæ ad oscillationum accuratiorem Theoriam necessaria sunt, prorsus elementaria, diligenter expono.

307 A num. 307 inquiro in trium massarum systema, ubi usque ad num. 313 theoremata evolvo plura, quæ pertinent ad directionem virium in singulis compositarum e binis reliquarum actionibus, ut illud, eas directiones vel esse inter se parallelas, vel, si utrinque indefinite producantur, per quoddam
313 commune punctum transire omnes: tum usque ad 321 theoremata alia plura, quæ pertinent ad earumdem compositarum virium rationem ad se invicem, ut illud & simplex, & elegans, binarum massarum vires acceleratrices esse semper in ratione composita ex tribus reciprocis rationibus, distantiæ ipsarum a massa tertia, sinus anguli, quem singularum directio continet cum sua ejusmodi distantia, & massæ ipsius eam habentis compositam vim, ad distantiam, sinum, massam alteram; vires autem motrices habere tantummodo priores rationes duas elisa tertia.

Eorum

Eorum theorematum fructum colligo deducens inde usque ad num. 328, quæ ad æquilibrium per- 321
tinent divergentium utcumque virium, & ipsius æquilibrii centrum, ac nisum centri in fulcrum, & quæ ad præponderantiam, Theoriam extendens ad casum etiam, quo massæ non in se invicem agant mutuo immediate, sed per intermedias alias, quæ nexum concilient, & virgarum nectentium suppleant vices, ac ad massas etiam quotcunque, quarum singulas cum centro conversionis, & alia quavis assumpta massa connexas concipio, unde principium momenti deduco pro machinis omnibus: tum omnium vectium genera evolvo, ut & illud, facta suspensione per centrum gravitatis haberi æquilibrium, sed in ipso centro debere sentiri vim a fulcro, vel sustinente puncto, æqualem summæ ponderum totius systematis, unde demum pateat ejus ratio, quod passim sine demonstratione assumitur, nimirum systemate quiescente, & impedito omni partium motu per æquilibrium, totam massam concipi posse ut in centro gravitatis collectam.

A num. 328 ad 347 deduco ex iisdem theorema- 328
tis, quæ pertinent ad centrum oscillationis quotcunque massarum, sive sint in eadem recta, sive in plano perpendiculari ad axem rotationis ubicunque, quæ Theoria per systema quatuor massarum, excolendum aliquanto diligentius, uberius promoveri deberet & extendi ad generalem habendum
solidorum nexum, qua re indicata, centrum iti- 344
dem percussionis inde evolvo, & ejus analogiam cum centro oscillationis exhibeo.

Collecto ejusmodi fructu ex theorematis pertinentibus ad massas tres, innuo num. 347, quæ mihi communia sint cum ceteris omnibus, & cum Newtonianis potissimum, pertinentia ad summas virium, quas habet punctum, vel massa attracta,
vel repulsa a punctis singulis alterius massæ; tum 348
a num.

a num. 348 ad finem hujus partis, sive ad num. 358, expono quædam, quæ pertinent ad fluidorum Theoriam, & primo quidem ad pressionem, ubi illud innuo demonstratum a Newtono, si compressio fluidi sit proportionalis vi comprimenti, vires repulsivas punctorum esse in ratione reiproca distantiarum, ac vice versa: ostendo autem illud, si eadem vis sit insensibilis, rem, præter alias curvas, exponi posse per Logisticam, & in fluidis gravitate nostra terrestri præditis pressiones haberi debere ut altitudines; deinde vero attingo illa etiam, quæ pertinent ad velocitatem fluidi erumpentis e vase, & expono, quid requiratur, ut ea sit æqualis velocitati, quæ acquireretur cadendo per altitudinem ipsam, quemadmodum videtur res obtingere in aquæ effluxu: quibus partim expositis, partim indicatis, hanc secundam partem concludo.

P A R S III.

358 NUm. 358 propono argumentum hujus tertiæ
partis, in qua omnes e Theoria mea generales
materiæ proprietates deduco, & particulares
360 plerasque: tum usque ad num. 371 ago aliquanto
fusius de impenetrabilitate, quam duplicis generis
agnosco in meis punctorum inextensorum massis,
ubi etiam de ea apparenti quadam compenetratione
ago, ac de luminis transitu per substantias intimas
sine vera compenetratione, & mira quædam
phænomena huc pertinentia explico admodum ex-
371 pedite. Inde ad num. 375 de extensione ago, quas
mihi quidem in materia, & corporibus non est
continua, sed adhuc eadem præbet phænomena
sensibus, ac in communi sententia; ubi etiam de
Geometria ago, quæ vim suam in mea Theoria re-
375 tinet omnem: tum ad num. 383 figurabilitatem
persequor, ac molem, massam, densitatem singillatim,
in quibus omnibus sunt quædam Theoriæ

meæ

meæ propria ſcitu non indigna. De Mobilitate, & 383
Motuum Continuitate, uſque ad num. 388 notatu
digna continentur: tum uſque ad num. 391 ago de 388
æqualitate actionis, & reactionis, cujus conſectaria vires ipſas, quibus Theoria mea innititur, mirum in modum confirmant. Succedit uſque ad num. 391
398 diviſibilitas, quam ego ita admitto, ut quævis maſſa exiſtens numerum punctorum realium habeat finitum tantummodo, ſed qui in data quavis mole poſſit eſſe utcunque magnus; quamobrem diviſibilitati in infinitum vulgo admiſſæ ſubſtituo componibilitatem in infinitum, ipſi, quod ad Naturæ phænomena explicanda pertinet, prorſus æquivalentem. Iis evolutis addo num. 398 immutabilitatem 398
primorum materiæ elementorum, quæ cum mihi ſint ſimplicia prorſus, & inextenſa, ſunt utique immutabilia, & ad exhibendam perennem phænomenorum ſeriem aptiſſima.

A num 399 ad 406 gravitatem deduco ex mea 399
virium Theoria, tanquam ramum quendam e communi trunco, ubi & illud expono, qui fieri poſſit, ut fixæ in unicam maſſam non coaleſcant, quod gravitas generalis requirere videretur. Inde ad num. 406
419 ago de cohæſione, qui eſt itidem veluti alter quidam ramus, quam oſtendo, nec in quiete conſiſtere, nec in motu conſpirante, nec in preſſione fluidi cujuſpiam, nec in attractione maxima in contactu, ſed in limitibus inter repulſionem, & attractionem; ubi & problema generale propono quoddam huc pertinens, & illud explico, cur maſſa fracta non iterum coaleſcat, cur fibræ ante fractionem diſtendantur, vel contrahantur, & innuo, quæ ad cohæſionem pertinentia mihi cum reliquis Philoſophis communia ſint.

A cohæſione gradum facio num. 419 ad particu- 419
las, quæ ex punctis cohærentibus efformantur, de quibus ago uſque ad num. 426, & varia per-

ſequor earum diſcrimina: oſtendo nimirum, quo pacto varias induere poſſint figuras quaſcunque, quarum tenaciſſimæ ſint; poſſint autem data quavis figura diſcrepare plurimum in numero, & diſtributione punctorum, unde & oriantur admodum inter ſe diverſæ vires unius particulæ in aliam, ac itidem diverſæ in diverſis partibus ejuſdem particulæ reſpectu diverſarum partium, vel etiam reſpectu ejuſdem partis particulæ alterius, cum a ſolo numero, & diſtributione punctorum pendeat illud, ut data particula datam aliam in datis earum diſtantiis, & ſuperficierum locis, vel attrahat, vel repellat, vel reſpectu ipſius ſit prorſus iners: tum illud addo, particulas eo difficilius diſſolubiles eſſe, quo minores ſint; debere autem in gravitate eſſe penitus uniformes, quæcunque punctorum diſpoſitio habeatur, & in aliis proprietatibus pleriſque debere eſſe admodum (uti obſervamus) diverſas, quæ diverſitas multo major in majoribus maſſis eſſe debeat.

426 A num. 426 ad 446 de ſolidis, & fluidis, quod diſcrimen itidem pertinet ad varia cohæſionum genera; & diſcrimen inter ſolida, & fluida diligenter expono, horum naturam potiſſimum repetens ex motu faciliori particularum in gyrum circa alias, atque id ipſum ex viribus circumquaque æqualibus; illorum vero ex inæqualitate virium, & viribus quibuſdam in latus, quibus certam poſitionem ad ſe invicem ſervare debeant. Varia autem diſtinguo fluidorum genera, & diſcrimen profero inter virgas rigidas, flexiles, elaſticas, fragiles, ut & de viſcoſitate, & humiditate ago, ac de organicis, & ad certas figuras determinatis corporibus, quorum efformatio nullam habet difficultatem, ubi una particula unam aliam poſſit in certis tantummodo ſuperficiei partibus attrahere, & proinde cogere ad certam quandam poſitionem acquirendam reſpe-

respectu ipsius, & retinendam. Demonstro autem & illud, posse admodum facile ex certis particularum figuris, quarum ipsæ tenacissimæ sint, totum etiam Atomistarum, & Corpuscularium systema a mea Theoria repeti ita, ut id nihil sit aliud, nisi unicus itidem hujus veluti trunci fœcundissimi ramus e diversa cohæsionis ratione prorumpens. Demum ostendo, cur non quævis massa, utut constans ex homogeneis punctis, & circa se maxime in gyrum mobilibus, fluida sit; & fluidorum resistentiam quoque attingo, in ejus leges inquirens.

A num. 446 ad 450 ago de iis, quæ itidem ad 446
diversa pertinent soliditatis genera, nimirum de elasticis, & mollibus, illa repetens a magna inter limites proximos distantia, qua fiat, ut puncta longe dimota a locis suis, idem ubique genus virium sentiant, & proinde se ad priorem restituant locum; hæc a limitum frequentia, atque ingenti vicinia, qua fiat, ut ex uno ad alium delata limitem puncta, ibi quiescant itidem respective, ut prius. Tum vero de ductilibus, & malleabilibus ago, ostendens, in quo a fragilibus discrepent: ostendo autem, hæc omnia discrimina a densitate nullo modo pendere, ut nimirum corpus, qud multo sit altero densius, possit tam multo majorem, quam multo minorem soliditatem, & cohæsionem habere, & quævis ex proprietatibus expositis æque possit cum quavis vel majore, vel minore densitate componi.

Num. 450 inquiro in vulgaria quatuor elementa; 450
tum a num. 451 ad num. 467 persequor chemicas 452
operationes; num. 452 explicans dissolutionem, 453
præcipitationem, 454, & 455 commixtionem plurium substantiarum in unam: tum num. 456, & 457 liquationem binis methodis, 458 volatilizationem, & effervescentiam, 461 emissionem effluviorum, quæ e massa constanti debeat esse ad sensum constans, 462 ebullitionem cum variis evaporatio-

num generibus; 463 deflagrationem, & generationem aeris; 464 cryſtallizationem cum certis figuris; ac demum oſtendo illud num. 465, quo pacto poſſit fermentatio deſinere; & num. 466, quo pacto non omnia fermenteſcant cum omnibus.

467 A fermentatione num. 467 gradum facio ad ignem, qui mihi eſt fermentatio quædam ſubſtantiæ lucis cum ſulphurea quadam ſubſtantia, ac plura
471 inde conſectaria deduco uſque ad num. 471; tum
472 ab igne ad lumen ibidem tranſeo, cujus proprietates præcipuas, ex quibus omnia lucis phænomena oriuntur, propono num. 472, ac ſingulas a Theoria mea deduco, & fuſe explico uſque ad num. 503, nimirum emiſſionem num. 473, celeritatem 474, propagationem rectilineam per media homogenea, & apparentem tantummodo compenetrationem a num. 475 ad 483, pelluciditatem, & opacitatem num. 483, reflexionem ad angulos æquales inde ad 484, refractionem ad 487, tenuitatem num. 487, calorem, & ingentes inteſtinos motus allapſu tenuiſſimæ lucis genitos, num. 488, actionem majorem corporum oleoſorum, & ſulphuroſorum in lumen num. 489: tum num. 490 oſtendo, nullam reſiſtentiam veram pati, ac num. 491 explico, unde ſint phoſphora, num. 492 cur lumen cum majore obliquitate incidens reflectatur magis, num. 493 & 494 unde diverſa refrangibilitas ortum ducat, ac num. 495, & 496 deduco duas diverſas diſpoſitiones ad æqualia redeuntes intervalla, unde num. 497 vices illas a Newtono detectas facilioris reflexionis, & facilioris transmiſſus eruo, & num. 498 illud, radios alios debere reflecti, alios transmitti in appulſu ad novum medium, & eo plures reflecti, quo obliquitas incidentiæ ſit major, ac num. 499 & 500 expono, unde diſcrimen in intervallis vicium, ex quo uno omnis naturalium colorum pendet Newtoniana Theoria. Demum num. 501 mi-

ram

ram attingo crystalli Islandicæ proprietatem, & ejusdem causam, ac num. 502 diffractionem expono, quæ est quædam inchoata refractio, sive reflexio.

Post lucem ex igne derivatam, quæ ad oculos pertinet, ago brevissime num. 503 de sapore, & 503
odore, ac sequentibus tribus numeris de sono: 504
tum aliis quatuor de tactu, ubi etiam de frigo- 507
re, & calore: deinde vero usque ad num. 514 de 511
electricitate, ubi totam Franklinianam Theoriam ex meis principiis explico, eandem ad bina tantummodo reducens principia, quæ ex mea generali virium Theoria eodem fere pacto deducuntur, quo præcipitationes, atque dissolutiones. Demum num. 514, ac 515 magnetismum persequor, 514
tam directionem explicans, quam attractionem magneticam.

Hisce expositis, quæ ad particulares etiam proprietates pertinent, iterum a num. 516 ad finem 516
usque generalem corporum complector naturam, & quid materia sit, quid forma, quæ censeri debeant essentialia, quæ accidentalia attributa, adeoque quid transformatio sit, quid alteratio, singillatim persequor, & partem hanc tertiam Theoriæ meæ absolvo.

De Appendice ad Metaphysicam pertinente innuam hic illud tantummodo, me ibi exponere de anima illud inprimis, quantum spiritus a materia differat, quem nexum anima habeat cum corpore, & quomodo in ipsum agat: tum de DEO, ipsius & existentiam me pluribus evincere, quæ nexum habeant cum ipsa Theoria mea, & Sapientiam inprimis, ac Providentiam, ex qua gradum ad revelationem faciendum innuo tantummodo. Sed hæc in antecessum veluti delibasse sit satis.

INDEX.

PARS I.

PARS II.

de

PARS III.

Applicatio Theoriæ ad Physicam. Pag. 164 Num.

De

NOI RIFORMATORI
Dello Studio di Padova.

AVendo veduto per la Fede di Revisione, ed Approvazione del P. F. *Gio. Paolo Zapparella* Inquisitor Generale del Santo Officio di *Venezia* nel Libro intitolato *Philosophiæ Naturalis Theoria redacta ad unicam legem virium in natura existentium Auctore P. Rogerio Josepho Boscovich &c.* non v'esser cosa alcuna contro la Santa Fede Cattolica, e parimente per attestato del Segretario Nostro, niente contro Principi, e buoni costumi concediamo licenza a *Giambattista Remondini* Stampator *di Venezia*, che possa essere stampato, osservando gli ordini in materia di stampe, e presentando le solite Copie alle Publiche Librerie di Venezia, e di Padova.

Dat. li 7. Settembre 1758.

(Gio. Emo Procurator Rif.
(Z. Alvise Mocenigo Rif.
(

Registrato in Libro a carte 47. al num. 383.

Gio: Girolamo Zuccato Segretario.

Adi 18. Settembre 1758.

Registrato nel Magistr. Eccellentiss. degli Esec. contro la Bestemmia

Gio. Pietro Dolfin Segretario.

PHI-



PHILOSOPHIÆ NATURALIS THEORIA.

PARS I.

Theoriæ expositio, analytica deductio, & vindicatio.

1.  Irium mutuarum Theoria, in quam incidi jam ab Anno 1745, dum e notissimis principiis alia ex aliis consectaria eruerem, & ex qua ipsam simplicium materiæ elementorum constitutionem deduxi, systema exhibet medium inter Leibnitianum, & Newtonianum, quod nimirum & ex utroque habet plurimum, & ab utroque plurimum differt; at utroque in immensum simplicius, proprietatibus corporum generalibus sane omnibus, & Cujusmodi systema Theoria exhibeat.

pecu-

peculiaribus quibusque præcipuis per accuratissimas demonstrationes deducendis est profecto mirum in modum idoneum.

In quo conveniat cum systemate Newtoniano, & Leibnitiano.

2. Habet id quidem ex Leibnitii Theoria elementa prima simplicia, ac prorsus inextensa: habet ex Newtoniano systemate vires mutuas, quæ pro aliis punctorum distantiis a se invicem aliæ sint; & quidem ex ipso itidem Newtono non ejusmodi vires tantummodo, quæ ipsa puncta determinent ad accessum, quas vulgo attractiones nominant; sed etiam ejusmodi, quæ determinent ad recessum, & appellantur repulsiones: atque id ipsum ita, ut, ubi attractio desinat, ibi, mutata distantia, incipiat repulsio, & vice versa, quod nimirum Newtonus idem in postrema Opticæ Quæstione proposuit, ac exemplo transitus a positivis ad negativa, qui habetur in algebraicis formulis, illustravit. Illud autem utrique systemati commune est cum hoc meo, quod quævis particula materiæ cum aliis quibusvis, utcunque remotis, ita connectitur, ut ad mutationem utcunque exiguam in positione unius cujusvis, determinationes ad motum in omnibus reliquis immutentur, & nisi forte elidantur omnes oppositæ, qui casus est infinities improbabilis, motus in iis omnibus aliquis inde ortus habeatur.

In quo differat a Leibnitiano, & ipsi præstet.

3. Distat autem a Leibnitiana Theoria longissime, tum quia nullam extensionem continuam admittit, quæ ex contiguis, & se contingentibus inextensis oriatur: in quo quidem difficultas jam olim contra Zenonem proposita, & nunquam sane aut soluta satis, aut solvenda, de compenetratione omnimoda inextensorum contiguorum, eandem vim adhuc habet contra Leibnitianum systema: tum quia homogeneitatem admittit in elementis, omni massarum discrimine a sola dispositione, & diversa combinatione derivato, ad quam homogeneitatem in elementis, & discriminis rationem in massis, ipsa nos Naturæ analogia ducit, ac chemicæ resolutiones inprimis, in quibus cum ad adeo pauciora numero, & adeo minus inter se diversa principiorum genera, in compositorum corporum analysi deveniatur, id ipsum indicio est, quo ulterius promoveri possit analysis, eo ad majorem simplicitatem, & homogeneitatem deveniri debere, adeoque in ultima demum resolutione ad homogeneitatem, & simplicitatem summam, contra quam quidem indiscernibilium principium, & principium rationis sufficientis usque adeo a Leibnitianis deprædicata, meo quidem judicio, nihil omnino possunt.

In quo differat a Newtoniano, & ipsi præstet.

4. Distat itidem a Newtoniano systemate quamplurimum, tum in eo, quod ea, quæ Newtonus in ipsa postrema Quæstione Opticæ conatus est explicare per tria principia, gravitatis, cohæsionis, fermentationis, immo & reliqua quamplurima, quæ ab iis tribus principiis omnino non pendent, per unicam explicat legem virium, expressam unica , & ex pluribus inter se commixtis non composita algebraica formula, vel unica continua geometrica curva: tum in eo, quod in minimis

nimis

nimis distantiis vires admittat non positivas, sive attractivas, uti Newtonus, sed negativas, sive repulsivas, quamvis itidem eo majores in infinitum, quo distantiæ in infinitum decrescant. Unde illud necessario consequitur, ut nec cohæsio a contactu immediato oriatur, quam ego quidem longe aliunde desumo; nec ullus immediatus, &, ut illum appellare soleo, mathematicus materiæ contactus habeatur, quod simplicitatem, & inextensionem inducit elementorum, quæ ipse variarum figurarum voluit, & partibus a se invicem distinctis composita, quamvis ita cohærentia, ut nulla Naturæ vi dissolvi possit compages, & adhæsio labefactari, quæ adhæsio ipsi, respectu virium nobis cognitarum, est absolute infinita.

5. Quæ ad ejusmodi Theoriam pertinentia hucusque sunt edita, continentur dissertationibus meis, *De viribus vivis*, edita Anno 1745, *De Lumine* A. 1748, *De Lege Continuitatis* A. 1754, *De Lege virium in natura existentium* A. 1755, *De divisibilitate materiæ, & principiis corporum* A. 1757, ac in meis *Supplementis* Stayanæ Philosophiæ versibus traditæ, cujus primus Tomus prodiit A. 1755: eandem autem satis dilucide proposuit, & amplissimum ipsius per omnem Physicam demonstravit usum vir e nostra Societate doctissimus Carolus Benvenutus in sua *Physicæ Generalis Synopsi* edita Anno 1754. In ea Synopsi proposuit idem & meam deductionem æquilibrii binarum massarum, viribus parallelis animatarum, quæ ex ipsa mea Theoria per notissimam legem compositionis virium, & æqualitatis inter actionem, & reactionem, fere sponte consequitur, cujus quidem in supplementis illis §. 4. ad lib. 3. mentionem feci, ubi & quæ in dissertatione *De centro Gravitatis* edideram, paucis proposui; & de centro oscillationis agens, protuli aliorum methodos præcipuas quasque, quæ ipsius determinationem a subsidiariis tantummodo principiis quibusdam repetunt. Ibidem autem de æquilibrii centro agens illud affirmavi: *In Natura nullæ sunt rigidæ virgæ, inflexiles, & omni gravitate, ac inertia carentes, adeoque nec revera ullæ leges pro iis conditæ; & si ad genuina, & simplicissima naturæ principia res exigatur, invenietur, omnia pendere a compositione virium, quibus in se invicem agunt particulæ materiæ; a quibus nimirum viribus omnia Naturæ phænomena proficiscuntur.* Ibidem autem exhibitis aliorum methodis ad centrum oscillationis pertinentibus, promisi, me in quarto ejusdem Philosophiæ tomo ex genuinis principiis investigaturum, ut æquilibrii, sic itidem oscillationis centrum.

Ubi de ipsa actum ante; & quid promissum.

6. Porro cum nuper occasio se mihi præbuisset inquirendi in ipsum oscillationis centrum ex meis principiis, urgente Scherffero nostro viro doctissimo, qui in eodem hoc Academico Societatis Collegio nostros Mathesim docet; casu incidi in theorema simplicissimum sane, & admodum elegans, quo trium massarum in se mutuo agentium comparantur vires,

Qua occasione hoc de ipsa conscriptum opus.

quod quidem ipsa fortasse tanta sua simplicitate effugit hucusque Mechanicorum oculos; nisi forte ne effugerit quidem, sed alicubi jam ab alio quopiam inventum, & editum, me, quod admodum facile fieri potest, adhuc latuerit, ex quo theoremate & æquilibrium, ac omne vectium genus, & momentorum mensura pro machinis, & oscillationis centrum etiam pro casu, quo oscillatio fit in latus in plano ad axem oscillationis perpendiculari, & centrum percussionis sponte fluunt, & quod ad sublimiores alias perquisitiones viam aperit admodum patentem. Cogitaveram ego quidem initio brevi dissertatiuncula hoc theorema tantummodo edere cum consectariis, ac breve Theoriæ meæ specimen quoddam exponere; sed paullatim excrevit opusculum, ut demum & Theoriam omnem exposuerim ordine suo, & vindicarim, & ad Mechanicam prius, tum ad Physicam fere universam applicaverim, ubi & quæ maxime notatu digna erant, in memoratis dissertationibus ordine suo digessi omnia, & alia adjeci quamplurima, quæ vel olim animo conceperam, vel modo sese obtulerunt scribenti, & omnem hanc rerum farraginem animo pervolventi.

Prima elementa indivisibilia, inextensa, nec contigua.

7. Prima elementa materiæ mihi sunt puncta prorsus indivisibilia, & inextensa, quæ in immenso vacuo ita dispersa sunt, ut bina quævis a se invicem distent per aliquod intervallum, quod quidem indefinite augeri potest, & minui, sed penitus evanescere non potest, sine compenetratione ipsorum punctorum: eorum enim contiguitatem nullam admitto possibilem; sed illud arbitror omnino certum, si distantia duorum materiæ punctorum sit nulla, idem prorsus spatii vulgo concepti punctum indivisibile occupari ab utroque debere, & haberi veram, ac omnimodam compenetrationem. Quamobrem non vacuum ego quidem admitto disseminatum in materia, sed materiam in vacuo disseminatam, atque innatantem.

Eorum inertiæ vis cujusmodi.

8. In hisce punctis admitto determinationem perseverandi in eodem statu quietis, vel motus uniformis in directum (*a*) in quo semel sint posita, si seorsum singula in Natura existant; vel si alia alibi existant puncta, componendi per notam, & communem methodum compositionis virium, & motuum, parallelogrammorum ope, præcedentem motum cum motu

tu

(a) *Id quidem respectu ejus spatii, in quo continemur nos, & omnia, quæ nostris obversari sensibus possunt, corpora; quod quidem spatium si quiescat, nihil ego in ea re a reliquis differo; si forte moveatur motu quopiam, quem motum ex hujusmodi determinatione sequi debeant ipsa materiæ puncta; tum hæc mea erit quædam non absoluta, sed respectiva inertiæ vis, quam ego quidem exposui & in dissertatione* De Maris æstu, *& in* Supplementis Stayanis *Lib.* 1. §. 13.; *ubi etiam illud occurrit, quam ob causam ejusmodi respectivam inertiam excogitarim, & quibus rationibus evinci putem, absolutam omnino demonstrari non posse; sed ea huc non pertinent.*

tu, quem determinant vires mutuæ, quas inter bina quævis puncta agnosco a distantiis pendentes, & iis mutatis mutatas, juxta generalem quandam omnibus communem legem. In ea determinatione stat illa, quam dicimus, inertiæ vis, quæ, an a libera pendeat Supremi Conditoris lege, an ab ipsa punctorum natura, an ab aliquo iis adjecto, quodcunque istud sit, ego quidem non quæro; nec vero, si velim quærere, inveniendi spem habeo; quod idem sane censeo de ea virium lege, ad quam gradum jam facio.

Eorundem vires mutuæ in aliis distantiis attractivæ, in aliis repulsivæ: virium ejusmodi exempla.

9. Censeo igitur bina quæcunque materiæ puncta determinari æque in aliis distantiis ad mutuum accessum, in aliis ad recessum mutuum, quam ipsam determinationem appello vim, in priore casu attractivam, in posteriore repulsivam, eo nomine non agendi modum, sed ipsam determinationem exprimens, undecunque proveniat, cujus vero magnitudo mutatis distantiis mutetur & ipsa secundum certam legem quandam, quæ per geometricam lineam curvam, vel algebraicam formulam exponi possit, & oculis ipsis, uti moris est apud Mechanicos, repræsentari. Vis mutuæ a distantia pendentis, & ea variata itidem variatæ, atque ad omnes in immensum & magnas, & parvas distantias pertinentis, habemus exemplum in ipsa Newtoniana generali gravitate mutata in ratione reciproca duplicata distantiarum, quæ idcirco nunquam e positiva in negativam migrare potest, adeoque ab attractiva ad repulsivam, sive a determinatione ad accessum ad determinationem ad recessum nusquam migrat. Verum in elastris inflexis habemus etiam imaginem ejusmodi vis mutuæ variatæ secundum distantias, & a determinatione ad recessum migrantis in determinationem ad accessum, & vice versa. Ibi enim si duæ cuspides, compresso elastro, ad se invicem accedant, acquirunt determinationem ad recessum, eo majorem, quo magis, compresso elastro, distantia decrescit; aucta distantia cuspidum, vis ad recessum minuitur, donec in quadam distantia evanescat, & fiat prorsus nulla; tum distantia adhuc aucta, incipit determinatio ad accessum, quæ perpetuo eo magis crescit, quo magis cuspides a se invicem recedunt: ac si e contrario cuspidum distantia minuatur perpetuo; determinatio ad accessum itidem minuetur, evanescet, & in determinationem ad recessum mutabitur. Ea determinatio oritur utique non ab immediata cuspidum actione in se invicem, sed a natura, & forma totius intermediæ laminæ plicatæ; sed hic physicam rei causam non moror, & solum persequor exemplum determinationis ad accessum, & recessum, quæ determinatio in aliis distantiis alium habeat nisum, & migret etiam ab altera in alteram.

Virium earundem lex.

10. Lex autem virium est ejusmodi, ut in minimis distantiis sint repulsivæ, atque eo majores in infinitum, quo distantiæ ipsæ minuuntur in infinitum, ita, ut pares sint extinguen-

dæ

dæ cuivis velocitati utcunque magnæ, cum qua punctum alterum ad alterum possit accedere, antequam eorum distantia evanescat; distantiis vero auctis minuuntur ita, ut in quadam distantia perquam exigua evadat vis nulla: tum adhuc, aucta distantia, mutentur in attractivas, primo quidem crescentes, tum decrescentes, evanescentes, abeuntes in repulsivas, eodem pacto crescentes, deinde decrescentes, evanescentes, migrantes iterum in attractivas, atque id per vices in distantiis plurimis, sed adhuc perquam exiguis, donec, ubi ad aliquanto majores distantias ventum sit, incipiant esse perpetuo attractivæ, & ad sensum reciproce proportionales quadratis distantiarum, atque id vel utcunque augeantur distantiæ etiam in infinitum, vel saltem donec ad distantias deveniatur omnibus Planetarum, & Cometarum distantiis longe majores.

Legis simplicitas exprimibilis per continuam curvam.

11. Hujusmodi lex primo aspectu videtur admodum complicata, & ex diversis legibus temere inter se coagmentatis coalescens; at simplicissima, & prorsus incomposita esse potest, expressa videlicet per unicam continuam curvam, vel simplicem Algebraicam formulam, uti innui superius. Hujusmodi curva linea est admodum apta ad sistendam oculis ipsis ejusmodi legem, nec requirit Geometram, ut id præstare possit: satis est, ut quis eam intueatur tantummodo, & in ipsa, ut in imagine quadam solemus intueri depictas res qualescunque, virium illarum indolem contempletur. In ejusmodi curva eæ, quas Geometræ abscissas dicunt, & sunt segmenta axis, ad quem ipsa refertur curva, exprimunt distantias binorum punctorum a se invicem; illæ vero, quæ dicuntur ordinatæ, ac sunt perpendiculares lineæ ab axe ad curvam ductæ, referunt vires; quæ quidem, ubi ad alteram jacent axis partem, exhibent vires attractivas; ubi jacent ad alteram, repulsivas, & prout curva accedit ad axem, vel recedit, minuuntur ipsæ etiam, vel augentur: ubi curva axem secat, & ab altera ejus parte transit ad alteram, mutantibus directionem ordinatis, abeunt ex positivis in negativas, vel vice versa: ubi autem arcus curvæ aliquis ad rectam quampiam axi perpendicularem in infinitum productam semper magis accedit ita ultra quoscumque limites, ut nunquam in eam recidat, quem arcum asymptoticum appellant Geometræ, ibi vires ipsæ in infinitum excrescunt.

Forma curvæ ipsius.

12. Ejusmodi curvam exhibui, & exposui in dissertationibus De *Viribus vivis* a Num. 51, *De Lumine* Num. 5, *De Lege virium in Naturam existentium* a Num. 68, & in sua *Synopsi Physicæ Generalis* P. Benvenutus eandem protulit a Num. 108. En brevem quandam ejus ideam. In Fig. 1. Axis

Fig. 1.

CAC habet in puncto A asymptotum curvæ rectilineam AB indefinitam, circa quam habentur bini curvæ rami hinc, & inde æquales, prorsus inter se, & similes, quorum alter DEFGHIKLMNOPQRSTV habet inprimis arcum ED asym-

asymptoticum, qui nimirum ad partes BD, si indefinite producatur ultra quoscunque limites, semper magis accedit ad rectam AB producitam ultra quoscunque limites, quin unquam ad eandem deveniat; hinc vero versus DE perpetuo recedit ab eadem recta, immo etiam perpetuo versus V ab eadem recedunt arcus reliqui omnes, quin uspiam recessus mutetur in accessum. Ad axem CC perpetuo primum accedit, donec ad ipsum deveniat alicubi in E; tum eodem ibi secto progreditur, & ab ipso perpetuo recedit usque ad quandam distantiam F, post quam recessum in accessum mutat, & iterum ipsum axem secat in G, ac flexibus continuis contorquetur circa ipsum, quem pariter secat in punctis quamplurimis, sed paucas admodum ejusmodi sectiones figura exhibet, uti I, L, N, P, R. Demum is arcus desinit in alterum crus T*ps*V, jacens ex parte opposita axis respectu primi cruris, quod alterum crus ipsum habet axem pro asymptoto, & ad ipsum accedit ad sensum ita, ut distantiæ ab ipso sint in ratione reciproca duplicata distantiarum a recta BA.

13. Si ex quovis axis puncto *a*, *b*, *d*, erigatur usque ad curvam recta ipsi perpendicularis *ag*, *br*, *dh*, segmentum axis *Aa*, *Ab*, *Ad*, dicitur abscissa, & refert distantiam duorum materiæ punctorum quorumcunque a se invicem; perpendicularis *ag*, *br*, *dh*, dicitur ordinata, & exhibet vim repulsivam, vel attractivam, prout jacet respectu axis ad partes D, vel oppositas. Abscissæ exprimentes distantias, ordinatæ exprimentes vires.

14. Patet autem, in ea curvæ forma ordinatam *ag* augeri ultra quoscunque limites, si abscissa A*a*, minuatur pariter ultra quoscunque limites; quæ si augeatur, ut abeat in A*b*, ordinata minuetur, & abibit in *br*, perpetuo imminutam in accessu *b* ad E, ubi evanescet: tum aucta abscissa in A*d*, mutabit ordinata directionem in *dh*, ac ex parte opposita augebitur prius usque ad F, tum decrescet per *il* usque ad G, ubi evanescet, & iterum mutabit directionem regressa in *mn* ad illam priorem, donec post evanescentiam, & directionis mutationem factam in omnibus sectionibus I, L, N, P, R, fiant ordinatæ *op*, *vs*, directionis constantis, & decrescentes ad sensum in ratione reciproca duplicata abscissarum A*o*, A*v*. Quamobrem illud est manifestum, per ejusmodi curvam exprimi eas ipsas vires, initio repulsivas, & imminutis in infinitum distantiis auctas in infinitum, auctis imminutas, tum evanescentes, abeuntes, mutata directione, in attractivas, ac iterum evanescentes, mutatasque per vices; donec demum in satis magna distantia evadant attractivæ ad sensum in ratione reciproca duplicata distantiarum. Mutationes ordinatarum, & virium iis expressarum.

15. Hæc virium lex a Newtoniana gravitate differt in ductu, & progressu curvæ eam exprimentis, quæ nimirum, ut in fig. 2, apud Newtonum est hyperbola DV gradus tertii, jacens tota citra axem, quem nusquam secat, jacentibus omnibus Discrimen hujus legis virium a gravitate Newtoniana: ejus usus in Physica: ordo

pertractandorum. Fig. 2. bus ordinatis *vs*, *op*, *bt*, *ag* ex parte attractiva, ut idcirco nulla habeatur mutatio e positivo in negativum, ex attractione in repulsionem, vel vice versa; cæterum utraque per ductum exponitur curvæ continuæ habentis duo crura infinita asymptotica in ramis singulis utrinque in infinitum productis. Ex hujusmodi autem virium lege, & ex solis principiis Mechanicis notissimis, nimirum quod ex pluribus viribus, vel motibus componatur vis, vel motus quidam ope parallelogrammorum, quorum latera exprimant vires, vel motus componentes, & quod vires ejusmodi in punctis singulis, tempusculis singulis æqualibus, inducant velocitates, vel motus proportionales sibi, omnes mihi profluunt generales, & præcipuæ quæque particulares proprietates corporum, uti etiam superius innui, nec ad singulares proprietates derivandas in genere affirmo, eas haberi per diversam combinationem, sed combinationes ipsas evolvo, & geometrice demonstro, quæ e quibus combinationibus phænomena, & corporum species oriri debeant. Verum antequam ea evolvo in parte secunda, & tertia, ostendam in hac prima, qua via, & quibus positivis rationibus ad eam virium legem devenerim, & qua ratione illam elementorum materiæ simplicitatem eruerim, tum, quæ difficultatem aliquam videantur habere posse, dissolvam.

Occasio inveniendæ Theoriæ ex consideratione impulsus.

16. Cum anno 1745 *De Viribus vivis* dissertationem conscriberem, & omnia, quæ a viribus vivis repetunt, qui Leibnitianam tuentur sententiam, & vero etiam plerique ex iis, qui per solam velocitatem vires vivas metiuntur, repeterem immediate a sola velocitate genita per potentiarum vires, quæ juxta communem omnium Mechanicorum sententiam velocitates vel generant, vel utcunque inducunt proportionales sibi, & tempusculis, quibus agunt, uti est gravitas, elasticitas, atque aliæ vires ejusmodi; cœpi aliquanto diligentius inquirere in eam productionem velocitatis, quæ per impulsum censetur fieri, ubi tota velocitas momento temporis produci creditur ab iis, qui idcirco percussionis vim infinities majorem esse censent viribus omnibus, quæ pressionem solam momentis singulis exercent. Statim illud mihi sese obtulit, alias pro percussionibus ejusmodi, quæ nimirum momento temporis finitam velocitatem inducant, actionum leges haberi debere.

Origo ejusdem ex oppositione impulsus immediati cum lege Continuitatis.

17. Verum re altius considerata, mihi illud incidit, si recta utamur ratiocinandi methodo, eum agendi modum submovendum esse a Natura, quæ nimirum eandem ubique virium legem, ac eandem agendi rationem adhibeat: impulsum nimirum immediatum alterius corporis in alterum, & immediatam percussionem haberi non posse sine illa productione finitæ velocitatis facta momento temporis indivisibili, & hanc sine saltu quodam, & læsione illius, quam legem *Continuitatis* appellant, quam quidem legem in Natura existere, & quidem satis

validа

valida ratione evinci posse existimabam. En autem ratiocinationem ipsam, qua tum quidem primo sum usus, ac deinde novis aliis, atque aliis meditationibus illustravi, ac confirmavi.

Læsio legis Continuitatis necessaria, si corpus velocius immediate incurrat in minus velox.

18. Concipiantur duo corpora æqualia, quæ moveantur in directum versus eandem plagam, & id, quod præcedit, habeat gradus velocitatis 6, id vero, quod ipsum persequitur, gradus 12. Si hoc posterius cum sua illa velocitate illæsa deveniat ad immediatum contactum cum illo priore; oportebit utique, ut ipso momento temporis, quo ad contactum devenerint, illud posterius minuat velocitatem suam, & illud prius suam augeat, utrumque per saltum, abeunte hoc a 12 ad 9, illo a 6 ad 9, sine ullo transitu per intermedios gradus 11, & 7; 10, & 8; 9 $\frac{1}{2}$, & 8 $\frac{1}{2}$ &c. Neque enim fieri potest, ut per aliquam utcunque exiguam continui temporis particulam ejusmodi mutatio fiat per intermedios gradus, durante contactu. Si enim aliquando alterum corpus jam habuit 7 gradus velocitatis, & alterum adhuc retinet 11; toto illo tempusculo, quod effluxit ab initio contactus, quando velocitates erant 12, & 6, ad id tempus, quo sunt 11, & 7, corpus secundum debuit moveri cum velocitate majore, quam primum, adeoque plus percurrere spatii, quam illud, & proinde anterior ejus superficies debuit transcurrere ultra illius posteriorem superficiem, & idcirco pars aliqua corporis sequentis cum aliqua antecedentis corporis parte compenetrari debuit, quod cum ob impenetrabilitatem, quam in materia agnoscunt passim omnes Physici, & quam ipsi tribuendam omnino esse, facile evincitur, fieri omnino non possit; oportuit sane, in ipso primo initio contactus, in ipso indivisibili momento temporis, quod, inter tempus continuum præcedens contactum, & subsequens, est indivisibilis limes, ut punctum apud Geometras est limes indivisibilis inter duo continuæ lineæ segmenta, mutatio velocitatum facta fuerit per saltum sine transitu per intermedias, læsa penitus illa continuitatis lege, quæ itum ab una magnitudine ad aliam sine transitu per intermedias omnino vetat. Quod autem in corporibus æqualibus diximus de transitu immediato utriusque ad 9 gradus velocitatis, recurrit utique in iisdem, vel in utcunque inæqualibus de quovis alio transitu ad numeros quosvis. Nimirum ille posterioris corporis excessus graduum 6 momento temporis auferri debet, sive imminuta velocitate in ipso, sive aucta in priore, vel in altero imminuta utcunque, & aucta in altero, quod utique sine saltu, qui omissis infinitis intermediis velocitatibus habeatur, obtineri omnino non poterit.

Objectio petita a negatione durorum corporum.

19. Sunt, qui difficultatem omnem submoveri posse censeant, dicendo, id quidem ita se habere debere, si corpora dura habeantur, quæ nimirum nullam compressionem sentiant, nullam mutationem figuræ; & quoniam hæc a multis excluduntur penitus a Natura; dum se duo globi contingunt, introcessione,

& compressione partium fieri posse, ut in ipsis corporibus velocitas immutetur per omnes intermedios gradus transitu facto, & omnis argumenti vis eludatur.

Ea uti non posse, qui admittunt elementa solida, & dura.

20. At inprimis ea responsione uti non possunt, quicunque cum Newtono, & vero etiam cum plerisque veterum Philosophorum prima elementa materiæ omnino dura admittunt, & solida, cum adhæsione infinita, & impossibilitate absoluta mutationis figuræ. Nam in primis elementis illis solidis, & duris, quæ in anteriore adsunt sequentis corporis parte, & in præcedentis posteriore, quæ nimirum se mutuo immediate contingunt, redit omnis argumenti vis prorsus illæsa.

Extensionem continuam requirere primos poros, & parietes solidos, ac duros.

21. Deinde vero illud omnino intelligi sane non potest, quo pacto corpora omnia partes aliquas postremas circa superficiem non habeant penitus solidas, quæ idcirco comprimi omnino non possint. In materia quidem, si continua sit, divisibilitas in infinitum haberi potest, & vero etiam debet; at actualis divisio in infinitum difficultates secum trahit sane inextricabiles; qua tamen divisione in infinitum ii indigent, qui nullam in corporibus admittunt particulam utcunque exiguam compressionis omnis expertem penitus, atque incapacem. Ii enim debent admittere, particulam quamcunque actu interpositis poris distinctam, divisamque in plures pororum ipsorum velut parietes, poris tamen ipsis iterum distinctos. Illud sane intelligi non potest, qui fiat, ut, ubi e vacuo spatio transitur ad corpus, non aliquis continuus haberi debeat alicujus in se determinatæ crassitudinis paries usque ad primum porum, poris utique carens; vel quomodo, quod eodem recidit, nullus sit extimus, & superficiei externæ omnium proximus porus, qui nimirum, si sit aliquis, parietem habeat utique poris expertem, & compressionis incapacem, in quo omnis argumenti superioris vis redit prorsus illæsa.

Læsio legis Continuitatis saltem in primis superficiebus, vel punctis.

22. At ea etiam, utcunque penitus inintelligibili, sententia admissa, redit omnis eadem argumenti vis in ipsa prima, & ultima corporum se immediate contingentium superficie, vel si nullæ continuæ superficies congruant, in lineis, vel punctis. Quidquid enim sit id, in quo contactus fiat, debet utique esse aliquid, quod nimirum impenetrabilitati occasionem præstet, & cogat motum in sequente corpore minui, in præcedente augeri: id, quidquid est, in quo exeritur impenetrabilitatis vis, quo fit immediatus contactus, id sane velocitatem mutare debet per saltum, sine transitu per intermedia, & in eo continuitatis lex abrumpi debet, atque labefactari, si ad ipsum immediatum contactum cum illo velocitatum discrimine deveniatur. Id vero est sane aliquid in quacunque e sententiis omnibus continuam extensionem tribuentibus materiæ. Est nimirum realis affectio quædam corporis, videlicet ejus limes ultimus realis, superficies, realis superficiei limes linea, realis lineæ limes punctum, quæ affectiones utcunque in iis sententiis sint prorsus inseparabiles

ab ipso

ab ipſo corpore, ſunt tamen non utique intellectu confictæ, ſed reales, quæ nimirum reales dimenſiones aliquas habent, ut ſuperficies binas, linea unam, ac realem motum, & translationem cum ipſo corpore, cujus idcirco in iis ſententiis debent eſſe affectiones quædam, vel modi.

Objectio petita a voce *maſſæ*, & *motus*, quæ ſuperficiebus, & punctis non conveniant.

23. Eſt, qui dicat, nullum in iis committi ſaltum idcirco, quod cenſendum ſit, nullum habere motum, ſuperficiem, lineam, punctum, quæ maſſam habeant nullam. Motus, inquit, a Mechanicis habet pro menſura maſſam in velocitatem ductam; maſſa autem eſt ſuperficies baſeos ducta in craſſitudinem, ſive altitudinem, ex. gr. in priſmatis. Quo minor eſt ejuſmodi craſſitudo, eo minor eſt maſſa, & motus, ac ipſa craſſitudine evaneſcente, evaneſcat oportet & maſſa, & motus.

Reſponſionis initium: ſuperficiem, lineam, punctum, poſita extenſione continua, eſſe aliquid.

24. Verum qui ſic ratiocinatur, inprimis ludit in ipſis vocibus. Maſſam vulgo appellant quantitatem materiæ, & motum corporum metiuntur per maſſam ejuſmodi, ac velocitatem. At quemadmodum in ipſa geometrica quantitate tria genera ſunt quantitatum, corpus, vel ſolidum, quod trinam dimenſionem habet, ſuperficies, quæ binas, linea, quæ unicam, quibus accedit lineæ limes punctum, omni dimenſione, & extenſione carens; ſic etiam in Phyſica habetur in communi ſententia corpus tribus extenſionis ſpeciebus præditum; ſuperficies, realis extimus corporis limes, prædita binis; linea, limes realis ſuperficiei, habens unicam; & ejuſdem lineæ indiviſibilis limes punctum. Utrobique alterum alterius eſt limes, non pars, & quatuor diverſa genera conſtituunt. Superficies eſt nihil corporeum, ſed non & nihil ſuperficiale, quin immo partes habet, & augeri poteſt, & minui; & eodem pacto linea in ratione quidem ſuperficiei eſt nihil, ſed aliquid in ratione lineæ; ac ipſum demum punctum eſt aliquid in ſuo genere, licet in ratione lineæ ſit nihil.

Quo pacto nomen *maſſæ* poſſit, *motus* debeat convenire ſuperficiebus, lineis, punctis.

25. Hinc autem in iis ipſis maſſa quædam conſiderari poteſt duarum dimenſionum, vel unius, vel etiam nullius continuæ dimenſionis, ſed numeri punctorum tantummodo, uti quantitas ejus generis deſignetur; quod ſi pro iis etiam uſurpetur nomen maſſæ generaliter, motus quantitas definiri poterit per productum ex velocitate, & maſſa; ſi vero maſſæ nomen tribuendum ſit ſoli corpori, tum motus quidem corporis menſura erit maſſa in velocitatem ducta; ſuperficiei, lineæ, punctorum quotcunque motus pro menſura habebit quantitatem ſuperficiei, vel lineæ, vel numerum punctorum in velocitatem ducta; ſed motus utique iis omnibus ſpeciebus tribuendus erit, eruntque quatuor motuum genera, ut quatuor ſunt quantitatum, ſolidi, ſuperficiei, lineæ, punctorum; ac ut altera harum erit nihil in alterius ratione, non in ſua; ita alterius motus erit nihil in ratione alterius, ſed erit ſane aliquid in ratione ſui, non purum nihil.

Motum passim tribui punctis: fore, ut in eo lædatur Continuitatis lex.

26. Et quidem ipsi Mechanici vulgo motum tribuunt & superficiebus, & lineis, & punctis, ac centri gravitatis motum ubique nominant Physici, quod centrum utique punctum est aliquod, non corpus trina præditum dimensione, quam iste ad motus rationem, & appellationem requirit, ludendo, ut ajebam, in verbis. Porro in ejusmodi motibus extimarum saltem superficierum, vel linearum, vel punctorum, saltus omnino committi debet, si ea ad contactum immediatum deveniant cum illo velocitatum discrimine, & continuitatis lex violari.

Fore, ut ea lædatur saltem in velocitate punctorum.

27. Verum hac omni disquisitione omissa de notione motus, & massæ, si factum ex velocitate, & massa, evanescente una e tribus dimensionibus, evanescit; remanet utique velocitas reliquarum dimensionum, quæ remanet, si eæ reapse remanent, uti quidem omnino remanent in superficie, & ejus velocitatis mutatio haberi deberet per saltum, ac in ea violari continuitatis lex jam toties memorata.

Objectio ex impenetrabilitate admissa in minimis particulis, & ejus confutatio.

28. Hæc quidem ita evidentia sunt, ut omnino dubitari non possit, quin continuitatis lex infringi debeat, & saltus in Naturam induci, ubi cum velocitatis discrimine ad se invicem accedant corpora, & ad immediatum contactum deveniant, si modo impenetrabilitas corporibus tribuenda sit, uti revera est. Eam quidem non in integris tantummodo corporibus, sed in minimis etiam quibusque corporum particulis, atque elementis agnoverunt Physici universi. Fuit sane, qui post meam editam Theoriam, ut ipsam vim mei argumenti infringeret, affirmarit, minimas corporum particulas post contactum superficierum compenetrari non nihil, & post ipsam compenetrationem mutari velocitates per gradus. At id ipsum facile demonstrari potest contrarium illi inductioni, & analogiæ, quam unam habemus in Physica investigandis generalibus naturæ legibus idoneam, cujus inductionis vis quæ sit, & quibus in locis usum habeat, quorum locorum unus est hic ipse impenetrabilitatis ad minimas quasque particulas extendendæ, inferius exponam.

Objectio a voce *motus* assumpta pro mutatione: confutatio ex realitate motus localis.

29. Fuit itidem e Leibnitianorum familia, qui post evulgatam Theoriam meam censuerit, difficultatem ejusmodi amoveri posse dicendo, duas monades sibi etiam invicem occurrentes cum velocitatibus quibuscunque oppositis æqualibus, post ipsum contactum pergere moveri sine locali progressione. Eam progressionem, ajebat, revera omnino nihil esse, si a spatio percurso æstimetur, cum spatium sit nihil; motum utique perseverare, & extingui per gradus, quia per gradus extinguatur energia illa, qua in se mutuo agunt, sese premendo invicem. Is itidem ludit in voce *motus*, quam adhibet pro mutatione quacunque, & actione, vel actionis modo. Motus localis, & velocitas motus ipsius, sunt ea, quæ ego quidem adhibeo, & quæ ibi abrumpuntur per saltum. Ea, ut evidentissime constat, erant aliqua ante contactum, & post contactum mo-

men-

mento temporis in eo casu abrumpuntur: nec vero sunt nihil; licet spatium pure imaginarium sit nihil. Sunt realis affectio rei mobilis fundata in ipsis modis localiter existendi, qui modi etiam relationes inducunt distantiarum reales utique. Quod duo corpora magis a se ipsis invicem distent, vel minus; quod localiter celerius moveantur, vel lentius; est aliquid non imaginarie tantummodo, sed realiter diversum: in eo vero per immediatum contactum saltus utique induceretur in eo casu, quo ego superius sum usus.

30. Et sane summus nostri ævi Geometra, & Philosophus Mac-Laurinus, cum etiam ipse collisionem corporum contemplatus vidisset, nihil esse, quod continuitatis legem in collisione corporum facta per immediatum contactum conservare, ac tueri posset, ipsam continuitatis legem deserendam censuit, quam in eo casu omnino violari affirmavit in eo opere, quod de Newtoni Compertis inscripsit, lib. 1, cap. 4. Et sane sunt alii nonnulli, qui ipsam continuitatis legem nequaquam admiserint, quos inter Maupertuisius, vir celeberrimus, ac de Republica Litteraria optime meritus, absurdam etiam censuit, & quodammodo inexplicabilem. Eodem nimirum in nostris de corporum collisione contemplationibus devenimus Mac-Laurinus, & ego, ut videremus in ipsa immediatum contactum, atque impulsionem cum continuitatis lege conciliari non posse. At quoniam de impulsione, & immediato corporum contactu ille ne dubitari quidem posse arbitrabatur, (nec vero scio, an alius quisquam omnem omnium corporum immediatum contactum subducere sit ausus antea, utcunque aliqui aeris velum, corporis nimirum alterius, in collisione intermedium retinuerint) continuitatis legem deseruit, atque infregit. Qui Continuitatis legem summoverint.

31. Ast ego cum ipsam continuitatis legem aliquanto diligentius considerarim, & fundamenta, quibus ea innititur, perpenderim, arbitratus sum, ipsam omnino e Natura submoveri non posse, qua proinde retenta contactum ipsum immediatum submovendum censui in collisionibus corporum, ac ea consectaria persecutus, quæ ex ipsa continuitate servata sponte profluebant, directa ratiocinatione delatus sum ad eam, quam superius exposui, virium mutuarum legem, quæ consectaria suo quæque ordine proferam, ubi ipsa, quæ ad continuitatis legem retinendam argumenta me movent, attigero. Theoriæ exortus, ea lege, uti fieri debet, retenta.

32. Continuitatis lex, de qua hic agimus, in eo sita est, uti superius innui, ut quævis quantitas, dum ab una magnitudine ad aliam migrat, debeat transire per omnes intermedias ejusdem generis magnitudines. Solet etiam idem exprimi nominando transitum per gradus intermedios, quos quidem gradus Maupertuisius ita accepit, quasi vero quædam exiguæ accessiones fierent momento temporis, in quo quidem is censuit violari jam necessario legem ipsam, quæ utcunque exiguo saltu utique violatur nihilo minus, quam maximo; cum nimi- Lex Continuitatis quid sit: discrimen inter status, & incrementa.

rum magnum, & parvum ſint tantummodo reſpectiva: & jure quidem id cenſuit; ſi nomine graduum incrementa magnitudinis cujuſcunque momentanea intelligerentur. Verum id ita intelligendum eſt; ut ſingulis momentis ſinguli ſtatus reſpondeant: incrementa, vel decrementa non niſi continuis tempuſculis.

Geometriæ uſus ad eam exponendam: momenta punctis, tempora continua lineis expreſſa.

33. Id ſane admodum facile concipitur ope Geometriæ. Sit recta quædam AB in fig. 3, ad quam referatur quædam alia linea CDE. Exprimat prior ex iis tempus, uti ſolet utique in ipſis horologiis circularis peripheria ab indicis cuſpide denotata tempus definire. Quemadmodum in Geometria in lineis puncta ſunt indiviſibiles limites continuarum lineæ partium, non vero partes lineæ ipſius; ita in tempore diſtinguendæ erunt partes continui temporis reſpondentes ipſis lineæ partibus, continuæ itidem & ipſæ, a momentis, quæ ſunt indiviſibiles earum partium limites, & punctis reſpondent; nec inpoſterum alio ſenſu agens de tempore *momenti* nomen adhibebo, quam eo indiviſibilis limitis; particulam vero temporis utcunque exiguam, & habitam etiam pro infiniteſima, tempuſculum appellabo.

Fig. 3.

Fluxus ordinatæ tranſeuntis per magnitudines omnes intermedias.

34. Si jam a quovis puncto rectæ AB, ut F, H, erigatur ordinata perpendicularis FG, HI, uſque ad lineam CD; ea poterit repræſentare quantitatem quampiam continuo variabilem. Cuicunque momento temporis F, H, reſpondebit ſua ejus quantitatis magnitudo FG, HI; momentis autem intermediis aliis K, M, aliæ magnitudines, KL, MN, reſpondebunt; ac ſi a puncto G ad I continua, & finita abeat pars lineæ CDE, facile patet, & accurate demonſtrari poteſt, utcunque eadem contorqueatur, nullum fore punctum K intermedium, cui aliqua ordinata KL non reſpondeat; & e converſo nullam fore ordinatam magnitudinis intermediæ inter FG, HI, quæ alicui puncto inter F, H intermedio non reſpondeat.

Idem in quantitate variabili expreſſa: æquivocatio in voce *gradus*.

35. Quantitas illa variabilis per hanc variabilem ordinatam expreſſa mutatur juxta continuitatis legem, quia a magnitudine FG, quam habet momento temporis F, ad magnitudinem HI, quæ reſpondet momento temporis H, tranſit per omnes intermedias magnitudines KL, MN, reſpondentes intermediis momentis K, M, & momento cuivis reſpondet determinata magnitudo. Quod ſi aſſumatur tempuſculum quoddam continuum KM utcunque exiguum ita, ut inter puncta L, N arcus ipſe LN non mutet receſſum a recta AB in acceſſum; ducta LO ipſi parallela, habebitur quantitas NO, quæ in ſchemate exhibito eſt incrementum magnitudinis ejus quantitatis continuo variatæ. Quo minor eſt ibi temporis particula KM, eo minus eſt id incrementum NO, & illa evaneſcente, ubi congruant momenta K, M, hoc etiam evaneſcit. Poteſt quævis magnitudo KL, MN appellari ſtatus quidam variabilis illius quantitatis, & gradus nomine deberet potius intelli-

telligi illud incrementum N O, quanquam aliquando etiam ille status, illa magnitudo K L nomine gradus intelligi solet, ubi illud dicitur, quod ab una magnitudine ad aliam per omnes intermedios gradus transeatur; quod quidem æquivocationibus omnibus occasionem exhibuit.

Status singulos momentis, incrementa vero utcumque parva tempusculis continuis respondere.

36. Sed omissis æquivocationibus ipsis, illud, quod ad rem facit, est accessio incrementorum facta non momento temporis, sed tempusculo continuo, quod est particula continui temporis. Utcunque exiguum sit incrementum O N, ipsi semper respondet tempusculum quoddam K M continuum. Nullum est in linea punctum M ita proximum puncto K, ut sit primum post ipsum; sed vel congruunt, vel intercipiunt lineolam continua bisectione per alia intermedia puncta perpetuo divisibilem in infinitum. Eodem pacto nullum est in tempore momentum ita proximum alteri præcedenti momento, ut sit primum post ipsum, sed vel idem momentum sunt, vel interjacet inter ipsa tempusculum continuum per alia intermedia momenta divisibile in infinitum: ac nullus itidem est quantitatis continuo variabilis status ita proximus præcedenti statui, ut sit primus post ipsum accessu aliquo momentaneo facto: sed differentia, quæ inter ejusmodi status est, debetur intermedio continuo tempusculo; ac data lege variationis, sive natura lineæ ipsam exprimentis, & quacunque utcunque exigua accessione, inveniri potest tempusculum continuum, quo ea accessio advenerit.

Transitus sine saltu, etiam a positivis ad negativa per nihilum, quod tamen non est vere nihilum, sed quidam realis status.

37. Atque sic quidem intelligitur, quo pacto fieri possit transitus per intermedias magnitudines omnes, per intermedios status, per gradus intermedios, quin ullus habeatur saltus utcunque exiguus momento temporis factus. Notari illud potest tantummodo, mutationem fieri alicubi per incrementa, ut ubi K L abit, in M N per N O; alicubi per decrementa, ut ubi K'L' abeat in N'M' per O'N'; quin immo si linea C D E, quæ legem variationis exhibet, alicubi secet rectam, temporis A B, potest ibidem evanescere magnitudo, ut ordinata M'N', puncto M' allapso ad D, evanesceret, & deinde mutari in negativam P Q, R S, habentem videlicet directionem contrariam, quæ, quo magis ex opposita parte crescit, eo minor censetur in ratione priore, quemadmodum in ratione possessionis, vel divitiarum, pergit perpetuo se habere pejus, qui iis omnibus, quæ habebat, absumptis, æs alienum contrahit perpetuo majus. Et in Geometria quidem habetur a positivo ad negativa transitus, uti etiam in Algebraicis formulis, tam transeundo per nihilum, quam per infinitum, quos ego transitus persecutus sum partim in dissertatione adjecta meis *Sectionibus Conicis*, partim in *Algebra* §. 14. & utrumque simul in dissertatione *De Lege Continuitatis*; sed in Physica, ubi nulla quantitas in infinitum excrescit, is casus locum non habet, & non, nisi transeundo per nihilum, transitus fit a positi-

vis

vis ad negativa, ac vice versa; quanquam, uti inferius innuam, id ipsum fit non nihilum revera in se ipso, sed realis quidam status, & habeatur pro nihilo in consideratione quadam tantummodo, in qua negativa etiam, qui sunt veri status, in se positivi, ut ut ad priorem seriem pertinentes negativo quodam modo, negativa appellentur.

Proponitur probanda existentia legis Continuitatis.

38. Exposita hoc pacto, & vindicata continuitatis lege, eam in Natura existere plerique Philosophi arbitrantur, contradicentibus nonnullis, uti supra innui. Ego, cum in eam primo inquirerem, censui, eandem omitti omnino non posse; si eam, quam habemus unicam, Naturæ analogiam, & inductionis vim consulamus, ope cujus inductionis eam demonstrare conatus sum in pluribus e memoratis dissertationibus, ac eandem probationem adhibet Benvenutus in sua *Synopsi* Num. 119; in quibus etiam locis, prout diversis occasionibus conscripta sunt, repetuntur non nulla.

Ejus probatio ab inductione satis ampla.

39. Longum hic esset singula inde excerpere in ordinem redacta: satis erit exscribere dissertationis *De lege Continuitatis* numerum 138. Post inductionem petitam præcedente numero a Geometria, quæ nullum uspiam habet saltum, atque a motu locali, in quo nunquam ab uno loco ad alium devenitur, nisi ductu continuo aliquo, unde consequitur illud, distantiam a dato loco nunquam mutari in aliam, neque densitatem, quæ utique a distantiis pendet particularum, in aliam, nisi transeundo per intermedias; fit gradus in eo numero ad motuum velocitates, & ductus, quæ magis hic ad rem faciunt, nimirum ubi de velocitate agimus non mutanda per saltum in corporum collisionibus. Sic autem habetur: „ Quin immo in „ motibus ipsis continuitas servatur etiam in eo, quod motus „ omnes in lineis continuis fiunt nusquam abruptis. Plurimos „ ejusmodi motus videmus. Planetæ, & cometæ in lineis continuis cursum peragunt suum, & omnes retrogradationes „ fiunt paullatim, ac in stationibus semper exiguus quidem motus, sed tamen habetur semper, atque hinc etiam dies paullatim per auroram venit, per vespertinum crepusculum abit, „ Solis diameter non per saltum, sed continuo motu supra horizontem ascendit, vel descendit. Gravia itidem oblique projecta in lineis itidem pariter continuis motus exercent suos, „ nimirum in parabolis, seclusa aeris resistentia, vel, ea considerata, in orbibus ad hyperbolas potius accedentibus, & quidem semper cum aliqua exigua obliquitate projiciuntur, cum „ infinities infinitam improbabilitatem habeat motus accurate „ verticalis inter infinities infinitas inclinationes, licet exiguas, & sub sensum non cadentes, fortuito obveniens, qui „ quidem motus in hypothesi Telluris motæ a parabolicis plurimum distant, & curvam continuam exhibent etiam pro „ casu projectionis accurate verticalis, quo, quiescente penitus „ Tellure, & nulla ventorum vi deflectente motum, haberetur

„ ascen-

„ ascensus rectilineus, vel descensus. Immo omnes alii motus a „ gravitate pendentes, omnes ab elasticitate, a vi magnetica, „ continuitatem itidem servant; cum eam servent vires illæ i- „ psæ, quibus gignuntur. Nam gravitas, cum decrescat in ra- „ tione reciproca duplicata distantiarum, & distantiæ per saltum „ mutari non possint, mutatur per omnes intermedias magnitu- „ dines. Videmus pariter, vim magneticam a distantiis pende- „ re lege continua; vim elasticam ab inflexione, uti in laminis, „ vel a distantia, ut in particulis aeris compressi. In iis, & „ omnibus ejusmodi viribus, & motibus, quos gignunt, conti- „ nuitas habetur semper, tam in lineis, quæ describuntur, quam „ in velocitatibus, quæ pariter per omnes intermedias magnitu- „ dines mutantur, ut videre est in pendulis, in ascensu corporum „ gravium, & in aliis mille ejusmodi, in quibus mutationes ve- „ locitatis fiunt gradatim, nec retro cursus reflectitur, nisi im- „ minuta velocitate per omnes gradus. Ea diligentissime conti- „ nuitatem servant omnia. Hinc nec ulli in naturalibus moti- „ bus habentur anguli, sed semper mutatio directionis fit paulla- „ tim, nec vero anguli exacti habentur in corporibus ipsis, in „ quibus utcunque videatur tenuis acies, vel cuspis, microsco- „ pii saltem ope videri solet curvatura, quam etiam habent al- „ vei fluviorum semper, habent arborum folia, & frondes, ac „ rami, habent lapides quicunque, nisi forte alicubi cuspides „ continuæ occurrant, vel primi generis, quas Natura videtur „ affectare in spinis, vel secundi generis, quas videtur affectare „ in avium unguibus, & rostro, in quibus tamen manente in „ ipsa cuspide unica tangente continuitatem servari videbimus „ infra. Infinitum esset singula persequi, in quibus continuitas „ in Natura observatur. Satius est generaliter provocare ad „ exhibendum casum in Natura, in quo continuitas non ser- „ vetur, qui omnino exhiberi non poterit.

Duplex inductionis genus, ubi & cur vim habeat inductio incompleta.

40. Inductio amplissima tum ex hisce motibus, ac velocitatibus, tum ex aliis pluribus exemplis, quæ habemus in Natura, in quibus ea ubique, quantum observando licet deprehendere, continuitatem vel observat accurate, vel affectat, debet omnino id efficere, ut ab ea ne in ipsa quidem corporum collisione recedamus. Sed de inductionis natura, & vi, ac ejusdem usu in Physica, libet itidem hic inserere partem numeri 134, & totum 135. dissertationis *De Lege Continuitatis*. Sic autem habent ibidem: „ Inprimis ubi generales Naturæ leges inve- „ stigantur, inductio vim habet maximam, & ad earum in- „ ventionem vix alia ulla superest via. Ejus ope extensio- „ nem, figurabilitatem, mobilitatem, impenetrabilitatem cor- „ poribus omnibus tribuerunt semper Philosophi etiam vete- „ res, quibus eodem argumento inertiam, & generalem gra- „ vitatem plerique e recentioribus addunt. Inductio, ut „ demonstrationis vim habeat, debet omnes singulares ca- „ sus, quicunque haberi possunt percurrere. Ea in Natu-

„ ræ legibus stabiliendis locum habere non potest. Habet lo-
„ cum laxior quædam inductio, quæ, ut adhiberi possit,
„ debet esse ejusmodi, ut inprimis in omnibus iis casibus, qui
„ ad trutinam ita revocari possunt, ut deprehendi debeat, an
„ ea lex observetur, eadem in iis omnibus inveniatur, & ii
„ non exiguo numero sint; in reliquis vero, si quæ prima
„ fronte contraria videantur, re accuratius perspecta, cum
„ illa lege possint omnia conciliari; licet, an eo potissimum
„ pacto concilientur, immediate innotescere, nequaquam pos-
„ sit. Si eæ conditiones habeantur; inductio ad legem stabi-
„ liendam censeri debet idonea. Sic quia videmus corpora
„ tam multa, quæ habemus præ manibus, aliis corporibus re-
„ sistere, ne in eorum locum adveniant, & loco cedere, si
„ resistendo sint imparia, potius, quam eodem perstare simul;
„ impenetrabilitatem corporum admittimus; nec obest, quod
„ quædam corpora videamus intra alia, licet durissima, insi-
„ nuari, ut oleum in marmora, lumen in crystalla, & gem-
„ mas. Videmus enim hoc phænomenum facile conciliari
„ cum ipsa impenetrabilitate, dicendo, per vacuos corporum
„ poros ea corpora permeare. (*Num.* 135) Præterea, quæ-
„ cunque proprietates absolutæ, nimirum quæ relationem non
„ habent ad nostros sensus, deteguntur generaliter in massis
„ sensibilibus corporum, easdem ad quascunque utcunque exi-
„ guas particulas debemus transferre; nisi positiva aliqua ratio
„ obstet, & nisi sint ejusmodi, quæ pendeant a ratione to-
„ tius, seu multitudinis, contradistincta a ratione partis.
„ Primum evincitur ex eo, quod magna, & parva sunt re-
„ spectiva, ac insensibilia dicuntur ea, quæ respectu nostræ
„ molis, & nostrorum sensuum sunt exigua. Quare ubi agi-
„ tur de proprietatibus absolutis non respectivis, quæcunque
„ communia videmus in iis, quæ intra limites continentur no-
„ bis sensibiles, ea debemus censere communia etiam infra eos
„ limites: nam ii limites respectu rerum, ut sunt in se, sunt
„ accidentales, adeoque siqua fuisset analogiæ læsio, poterat il-
„ la multo facilius cadere intra limites nobis sensibiles, qui tan-
„ to laxiores sunt, quam infra eos, adeo nimirum propinquos
„ nihilo. Quod nulla ceciderit, indicio est, nullam esse. Id
„ indicium non est evidens, sed ad investigationis principia
„ pertinet, quæ si juxta quasdam prudentes regulas fiat, suc-
„ cessum habere solet. Cum id indicium fallere possit; fieri
„ potest, ut committatur error, sed contra ipsum errorem habe-
„ bitur præsumptio, ut etiam in jure appellant, donec positiva
„ ratione evincatur oppositum. Hinc addendum fuit, *nisi ratio*
„ *positiva obstet*. Sic contra hasce regulas peccaret, qui dice-
„ ret, corpora quidem magna compenetrari, ac replicari, &
„ inertia carere non posse, compenetrari tamen posse, vel
„ replicari, vel sine inertia esse exiguas eorum partes. At si
„ proprietas sit respectiva, respectu nostrorum sensuum, ex
„ eo,

„ eo, quod habeatur in majoribus massis, non debemus inferre,
„ eam haberi in particulis minoribus, ut est hoc ipsum, esse
„ sensibile, ut est, esse coloratas, quod ipsis majoribus massis
„ competit, minoribus non competit; cum ejusmodi magnitu-
„ dinis discrimen, accidentale respectu materiæ, non sit acciden-
„ tale respectu ejus denominationis *sensibile*, *coloratum*. Sic
„ etiam siqua proprietas ita pendet a ratione aggregati, vel to-
„ tius, ut ab ea separari non possit; nec ea, ob rationem nimi-
„ rum eandem, a toto, vel aggregato debet transferri ad partes.
„ Est de ratione totius, ut partes habeat, nec totum sine parti-
„ bus haberi potest. Est de ratione figurabilis, & extensi, ut
„ habeat aliquid, quod ab alio distet, adeoque, ut habeat par-
„ tes; hinc eæ proprietates, licet in quovis aggregato particu-
„ larum materiæ, sive in quavis sensibili massa, inveniantur,
„ non debent inductionis vi transferri ad particulas quascun-
„ que.

41. Ex his patet, & impenetrabilitatem, & continuitatis legem per ejusmodi inductionis genus abunde probari, atque evinci, & illam quidem ad quascunque utcunque exiguas particulas corporum, hanc ad gradus utcunque exiguos momento temporis adjectos debere extendi. Requiritur autem ad hujusmodi inductionem primo, ut illa proprietas, ad quam probandam ea adhibetur, in plurimis casibus observetur, aliter enim probabilitas esset exigua; & ut nullus sit casus observatus, in quo evinci possit, eam violari. Non est necessarium illud, ut in iis casibus, in quibus primo aspectu timeri possit defectus proprietatis ipsius, positive demonstretur, eam non deficere; satis est, si pro iis casibus haberi possit ratio aliqua conciliandi observationem cum ipsa proprietate, & id multo magis, si in aliis casibus habeatur ejus conciliationis exemplum, & positive ostendi possit, eo ipso modo fieri aliquando conciliationem.

Et Impenetrabilitatem, & continuitatem evinci per inductionem: ad ipsam quid requiratur.

42. Id ipsum fit, ubi per inductionem impenetrabilitas corporum accipitur pro generali lege Naturæ. Nam impenetrabilitatem ipsam magnorum corporum observamus in exemplis sane innumeris tot corporum, quæ pertractamus. Habentur quidem & casus, in quibus eam violari quis crederet, ut ubi oleum per ligna, & marmora penetrat, atque insinuatur, & ubi lux per vitra, & gemmas traducitur. At præsto est conciliatio phænomeni cum impenetrabilitate, petita ab eo, quod illa corpora, in quæ se ejusmodi substantiæ insinuant, poros habeant, quos eæ permeent. Et quidem hæc conciliatio exemplum habet manifestissimum in spongia, quæ per poros ingentes aqua immissa imbuitur. Poros marmorum illorum, & multo magis vitrorum, non videmus, ac multo minus videre possumus illud, non insinuari eas substantias nisi per poros. Hoc satis est reliquæ inductionis vi, ut dicere debeamus, eo potissimum pacto se rem habere, & ne ibi quidem violari generalem utique impenetrabilitatis legem.

Ejus applicatio ad impenetrabilitatem.

Similis ad continuitatem: duo casuum genera, in quibus ea videatur lædi.

43. Eodem igitur pacto in lege ipsa continuitatis agendum est. Illa tam ampla inductio, quam habemus, debet nos movere ad illam generaliter admittendam etiam pro iis casibus, in quibus determinare immediate per observationes non possumus, an eadem habeatur, uti est collisio corporum; ac si sunt casus nonnulli, in quibus eadem prima fronte violari videatur; ineunda est ratio aliqua, qua ipsum phænomenum cum ea lege conciliari possit, uti revera potest. Nonnullos ejusmodi casus protuli in memoratis dissertationibus, quorum alii ad geometricam continuitatem pertinent, alii ad physicam. In illis prioribus non immorabor; neque enim geometrica continuitas necessaria est ad hanc physicam propugnandam, sed eam ut exemplum quoddam ad confirmationem quandam inductionis majoris adhibui. Posterior, ut sæpe & illa prior, ad duas classes reducitur: altera est eorum casuum, in quibus saltus videtur committi idcirco, quia nos per saltum omittimus intermedias quantitates: rem exemplo geometrico illustro, cui physicum adjicio.

Fig. 4.

Exemplum geometricum primi generis, ubi nos intermedias magnitudines omittimus.

44. In axe curvæ cujusdam in fig. 4. sumantur segmenta AC, CE, EG æqualia, & erigantur ordinatæ AB, CD, EF, GH. Areæ BACD, DCEF, FEGH videntur continuæ cujusdam seriei termini ita, ut ab illa BACD ad DCEF, & inde ad FEGH immediate transeatur, & tamen secunda a prima, ut & tertia a secunda, differunt per quantitates finitas: si enim capiantur CI, EK æquales BA, DC, & arcus BD transferatur in IK; area DIKF erit incrementum secundæ supra primam, quod videtur immediate advenire totum absque eo, quod unquam habitum sit ejus dimidium, vel quævis alia pars incrementi ipsius; ut idcirco a prima ad secundam magnitudinem areæ itum sit sine transitu per intermedias. At ibi omittuntur a nobis termini intermedii, qui continuitatem servant; si enim *ac* æqualis AC motu continuo feratur ita, ut incipiendo ab AC desinat in CE; magnitudo areæ BACD per omnes intermedias *bacd* abit in magnitudinem DCEF sine ullo saltu, & sine ulla violatione continuitatis.

Quando id accidat: exempla physica dierum, & oscillationum consequentium.

45. Id sane ubique accidit, ubi initium secundæ magnitudinis aliquo intervallo distat ab initio primæ; sive statim veniat post ejus finem, sive quavis alia lege ab ea disjungatur. Sic in physicis, si diem concipiamus intervallum temporis ab occasu ad occasum, vel etiam ab ortu ad occasum, dies præcedens a sequenti quibusdam anni temporibus differt per plura secunda, ubi videtur fieri saltus sine ullo intermedio die, qui minus differat. At seriem quidem continuam ii dies nequaquam constituunt. Concipiatur parallelus integer Telluris, in quo sunt continuo ductu disposita loca omnia, quæ eandem latitudinem geographicam habent: ea singula loca suam habent durationem diei, & omnium ejusmodi dierum initia, ac fines continenter fluunt; donec ad eundem redeatur locum, cujus præ-

cedens

cedens dies est in continua illa serie primus, & sequens postremus. Illorum omnium dierum magnitudines continenter fluunt sine ullo saltu: nos, intermediis omissis, saltum committimus, non Natura. Atque huic similis responsio est ad omnes reliquos casus ejusmodi, in quibus initia, & fines continenter non fluunt, sed a nobis per saltum accipiuntur. Sic ubi pendulum oscillat in aere; sequens oscillatio per finitam magnitudinem distat a præcedente; sed & initium, & finis ejus finito intervallo temporis distat a præcedentis initio, & fine, ac intermedii termini continua serie fluente a prima oscillatione ad secundam essent ii, qui haberentur, si primæ, & secundæ oscillationis arcu in æqualem partium numerum diviso, assumeretur via confecta, vel tempus in ea impensum, interjacens inter fines partium omnium proportionalium, ut inter trientem, vel quadrantem prioris arcus, & trientem, vel quadrantem posterioris, quod ad omnes ejus generis casus facile transferri potest, in quibus semper immediate etiam demonstrari potest illud, continuitatem nequaquam violari.

Exempla secundi generis, ubi mutatio fit celerrime, sed non momento temporis.

46. Secunda classis casuum est ea, in qua videtur aliquid momento temporis peragi, & tamen peragitur tempore successivo, sed perbrevi. Sunt, qui objiciant pro violatione continuitatis casum, quo quisquam manu lapidem tenens, ipsi statim det velocitatem quandam finitam: alius objicit aquæ e vase effluentis, foramine constituto aliquanto infra superficiem ipsius aquæ, velocitatem oriri momento temporis finitam. At in priore casu admodum evidens est, momento temporis velocitatem finitam nequaquam produci. Tempore opus est, utcunque brevissimo, ad excursum spirituum per nervos, & musculos, ad fibrarum tensionem, & alia ejusmodi: ac idcirco ut velocitatem aliquam sensibilem demus lapidi, manum retrahimus, & ipsum aliquandiu, perpetuo accelerantes, retinemus. Sic etiam, ubi tormentum bellicum exploditur, videtur momento temporis emitti globus, ac totam celeritatem acquirere; at id successive fieri, patet vel inde, quod debeat inflammari tota massa pulveris pyrii, & dilatari aer, ut elasticitate sua globum acceleret, quod quidem fit omnino per omnes gradus. Successionem multo etiam melius videmus in globo, qui ab elastro sibi relicto propellatur: quo elasticitas est major, eo citius, sed nunquam momento temporis velocitas in globum inducitur.

Applicatio ipsorum ad alia, nominatim ad effluxum aquæ e vase.

47. Hæc exempla illud præstant, quod aqua per poros spongiæ ingressa respectu impenetrabilitatis, ut ea responsione uti possimus in aliis casibus omnibus, in quibus accessio aliqua magnitudinis videtur fieri tota momento temporis; ut nimirum dicamus fieri tempore brevissimo, utique per omnes intermedias magnitudines, ac illæsa penitus lege continuitatis. Hinc & in aquæ effluentis exemplo res eodem redit, ut non unico momento, sed successivo aliquo tempore, & per

omnes

omnes intermedias magnitudines progignatur velocitas, quod quidem ita se habere optimi quique Physici affirmant. Et ibi quidem, qui momento temporis omnem illam velocitatem progigni, contra me affirmet, principium utique, ut ajunt, petat, necesse est. Neque enim aqua, nisi foramen aperiatur, operculo dimoto, effluet; remotio vero operculi, sive manu fiat, sive percussione aliqua, non potest fieri momento temporis, sed debet velocitatem suam acquirere per omnes gradus; nisi illud ipsum, quod quærimus, supponatur jam definitum, nimirum an in collisione corporum communicatio motus fiat momento temporis, an per omnes intermedios gradus, & magnitudines. Verum eo omisso, si etiam concipiamus momento temporis impedimentum auferri, non idcirco momento itidem temporis omnis illa velocitas produceretur; illa enim non a percussione aliqua, sed a pressione superincumbentis aquæ orta, oriri utique non potest, nisi per accessiones continuas tempusculo admodum parvo, sed non omnino nullo: nam pressio tempore indiget, ut velocitatem progignat, in communi omnium sententia.

Transitus ad metaphysicam: probationem: limes in continuis unicus, ut in Geometria.

48. Illæsa igitur esse debet continuitatis lex, nec ad eam evertendam contra inductionem tam uberem quidquam poterunt casus allati hucusque, vel iis similes. At ejusdem continuitatis aliam metaphysicam rationem adinveni, & proposui in dissertatione *De Lege Continuitatis*, petitam ab ipsa continuitatis natura, in qua quod Aristoteles ipse olim notaverat, communis esse debet limes, qui præcedentia cum consequentibus conjungit, qui idcirco etiam indivisibilis est in ea ratione, in qua est limes. Sic superficies duo solida dirimens & crassitudine caret, & est unica, in qua immediatus ab una parte fit transitus ad aliam; linea dirimens binas superficiei continuæ partes latitudine caret; punctum continuæ lineæ segmenta discriminans, dimensione omni: nec duo sunt puncta contigua, quorum alterum sit finis prioris segmenti, alterum initium sequentis, cum duo contigua indivisibilia, & inextensa haberi non possint sine compenetratione, & coalescentia quadam in unum.

Idem in tempore & in quavis serie continua: evidentius in quibusdam:

49. Eodem autem pacto idem debet accidere etiam in tempore, ut nimirum inter tempus continuum præcedens, & continuo subsequens unicum habeatur momentum, quod sit indivisibilis terminus utriusque; nec duo momenta, uti supra innuimus, contigua esse possint, sed inter quodvis momentum, & aliud momentum debeat intercedere semper continuum aliquod tempus divisibile in infinitum. Et eodem pacto in quavis quantitate, quæ continuo tempore duret, haberi debet series quædam magnitudinum ejusmodi, ut momento temporis cuivis respondeat sua, quæ præcedentem cum consequente conjungat, & ab illa per aliquam determinatam magnitudinem differat. Quin immo in illo quantitatum genere, in qua

binæ

binæ magnitudines simul haberi non possunt, id ipsum multo evidentius conficitur, nempe nullum haberi posse saltum immediatum ab una ad alteram. Nam illo momento temporis, quo deberet saltus fieri, & abrumpi series accessu aliquo momentaneo, deberent haberi duæ magnitudines, postrema seriei præcedentis, & prima seriei sequentis. Id ipsum vero adhuc multo evidentius habetur in illis rerum statibus, in quibus ex una parte quovis momento haberi debet aliquis status ita, ut nunquam sine aliquo ejus generis statu res esse possit; & ex alia duos simul ejusmodi status habere non potest.

50. Id quidem satis patebit in ipso locali motu, in quo habetur phænomenum omnibus sane notissimum, sed cujus ratio non ita facile aliunde redditur, inde autem patentissima est. Corpus a quovis loco ad alium quemvis devenire utique potest motu continuo per lineas quascunque utcunque contortas, & in immensum productas quaquaversum, quæ numero infinities infinitæ sunt: sed omnino debet per continuam aliquam abire, & nullibi interruptam. En inde rationem ejus rei admodum manifestam. Si alicubi linea motus abrumperetur; vel momentum temporis, quo esset in primo puncto posterioris lineæ, esset posterius eo momento, quo esset in puncto postremo anterioris, vel esset idem, vel anterius? In primo, & tertio casu inter ea momenta intercederet tempus aliquod continuum divisibile in infinitum per alia momenta intermedia, cum bina momenta temporis, in eo sensu accepta, in quo ego hic ea accipio, contigua esse non possint, uti superius exposui. Quamobrem in primo casu in omnibus iis infinitis intermediis momentis nullibi esset id corpus, in secundo casu idem esset eodem illo momento in binis locis, adeoque replicaretur; in tertio haberetur replicatio non tantum respectu eorum binorum momentorum, sed omnium etiam intermediorum, in quibus nimirum omnibus id corpus esset in binis locis. Cum igitur corpus existens nec nullibi esse possit, nec simul in locis pluribus; illa viæ mutatio, & ille saltus haberi omnino non possunt.

Inde cur motus localis non fiat, nisi per lineam continuam.

51. Idem ope Geometriæ magis adhuc oculis ipsis subjicitur. Exponantur per rectam AB tempora, ac per ordinatas ad lineas CD, EF, abruptas alicubi, diversi status rei cujuspiam. Ductis ordinatis DG, EH, vel punctum H jaceret post G, ut in Fig. 5; vel cum ipso congrueret, ut in 6; vel ipsum præcederet, ut in 7. In primo casu nulla responderet ordinata omnibus punctis rectæ GH; in secundo binæ responderent GD, & HE eidem puncto G; in tertio vero binæ HI, HE puncto H, binæ GD, GK puncto G, & binæ LM, LN puncto cuivis intermedio L; nam ordinata est relatio quædam distantiæ, quam habet punctum curvæ cum puncto axis sibi respondente, adeoque ubi jacent in recta eadem perpendiculari axi bina curvarum puncta, habentur binæ ordinatæ respondentes eidem puncto axis. Quamobrem si nec omni

Illustratio ejus argumenti ex Geometria; ratiocinatione metaphysica, pluribus exemplis.

Fig. 5. 6. 7.

mnì

mni ſtatu carere res poſſit, nec haberi poſſint ſtatus ſimul bini; neceſſario conſequitur, ſaltum illum committi non poſſe. Saltus ipſe, ſi deberet accidere, uti vulgo fieri concipitur, accideret binis momentis G, & H, quæ ſibi in fig. *6.* immediate ſuccederent ſine ullo immediato hiatu, quod utique fieri non poteſt ex ipſa limitis ratione, qui in continuis debet eſſe idem, & antecedentibus, & conſequentibus communis, uti diximus. Atque idem in quavis reali ſerie accidit; ut hic linea finita ſine puncto primo, & poſtremo, quod ſit ejus limes, & ſuperficies ſine linea eſſe non poteſt; unde ſit, ut in caſu figuræ *6.* binæ ordinatæ neceſſario reſpondere debeant eidem puncto: ita in quavis finita reali ſerie ſtatuum primus terminus, & poſtremus haberi neceſſario debent: adeoque ſi ſaltus ſit, uti ſupra de loco diximus; debet eo momento, quo ſaltus confici dicitur, haberi ſimul ſtatus duplex; qui cum haberi non poſſit; ſaltus itidem ille haberi omnino non poteſt. Sic, ut aliis utamur exemplis, diſtantia unius corporis ab alio mutari per ſaltum non poteſt, nec denſitas, quia duæ ſimul haberentur diſtantiæ, vel duæ ſimul denſitates, quod utique ſine replicatione haberi non poteſt: caloris itidem, & frigoris mutatio in thermometris, ponderis atmoſphæræ mutatio in barometris, non ſit per ſaltum, quia binæ ſimul altitudines mercurii in inſtrumento haberi deberent eodem momento temporis, quod fieri utique non poteſt; cum quovis momento determinato unica altitudo haberi debeat, ac unicus determinatus caloris gradus, vel frigoris; quæ quidem theoria innumeris caſibus pariter aptari poteſt.

Objectio ab eſſe, & non eſſe conjungendis in creatione, & annihilatione, ac ejus ſolutio.

52. Contra hoc argumentum videtur primo aſpectu adeſſe aliquid, quod ipſum prorſus evertat, & tamen ipſi illuſtrando idoneum eſt maxime. Videtur nimirum inde erui, impoſſibilem eſſe & creationem rei cujuſpiam, & interitum. Si enim conjungendus eſt poſtremus terminus præcedentis ſeriei cum primo ſequentis; in ipſo tranſitu a *non eſſe* ad *eſſe*, vel vice verſa, debebit utrumque conjungi, ac idem ſimul erit, & non erit, quod eſt abſurdum. Reſponſio in promptu eſt. Seriei finitæ realis, & exiſtentis, reales itidem, & exiſtentes termini eſſe debent; non vero nihili, quod nullas proprietates habet, quas exigat. Hinc ſi realium ſtatuum ſeriei altera ſeries realium itidem ſtatuum ſuccedat, quæ non ſit communi termino conjuncta; bini eodem momento debebuntur ſtatus, qui nimirum ſint bini limites earundem. At quoniam *non eſſe* eſt merum nihilum; ejuſmodi ſeries limitem nullum extremum requirit, ſed per ipſum *eſſe* immediate, & directe excluditur. Quamobrem primo, & poſtremo momento temporis ejus continui, quo res eſt, erit utique, nec cum hoc *eſſe* ſuum *non eſſe* conjunget ſimul; at ſi denſitas certa per horam duret, tum momento temporis in aliam mutetur duplam, duraturam itidem per alteram ſequentem horam; momento temporis, quod

quod horas dirimit, binæ debebunt esse densitates simul, nimirum & simplex, & dupla, quæ sunt reales binarum realium serierum termini.

Unde huc transferenda solutio ipsa.

53. Id ipsum in dissertatione *De lege virium in Natura existentium* satis, ni fallor, luculenter exposui, ac geometricis figuris illustravi, adjectis nonnullis, quæ eodem recidunt, & quæ in applicatione ad rem, de qua agimus, & in cujus gratiam hæc omnia ad legem continuitatis pertinentia allata sunt, proderunt infra; libet autem novem ejus dissertationis numeros huc transferre integros, incipiendo ab octavo, sed numeros ipsos, ut & schematum numeros mutabo hic, ut cum superioribus consentiant.

Solutio petita ex geometrico exemplo.

Fig. 8.

54. „ Sit in fig. 8. circulus GMM'*m*, qui referatur ad „ datam rectam A B per ordinatas H M ipsi rectæ perpendi- „ culares; uti itidem perpendiculares sint binæ tangentes „ E G F, E'G'F'. Concipiantur igitur recta quædam indefi- „ nita ipsi rectæ A B perpendicularis, motu quodam continuo „ delata ab A ad B. Ubi ea habuerit, positionem quamcum- „ que CD, quæ præcedat tangentem EF, vel C'D', quæ con- „ sequatur tangentem E' F'; ordinata ad circulum nulla erit, „ sive erit impossibilis, & ut Geometræ loquuntur, imaginaria. „ Ubicunque autem ea sit inter binas tangentes E G F, „ E'G'F', in H I, H'I', occurret circulo in binis punctis M, „ *m*, vel M'*m*', & habebitur valor ordinatæ H M, H*m*, vel „ H' M', H'*m*'. Ordinata quidem ipsa respondet soli interval- „ lo E E': & si ipsa linea A B referat tempus; momentum E „ est limes inter tempus præcedens continuum A E, quo or- „ dinata non est, & tempus continuum E E' subsequens, quo „ ordinata est; punctum E' est limes inter tempus præcedens „ E E', quo ordinata est, & subsequens E'B, quo non est. „ Vita igitur quædam ordinatæ est tempus E E': ortus habetur „ in E, interitus in E'. Quid autem in ipso ortu, & interitu? „ Habetur-ne quoddam *esse* ordinatæ, an *non esse*? Habetur uti- „ que *esse*, nimirum E G, vel E'G', non autem *non esse*. O- „ ritur tota finitæ magnitudinis ordinata E G, interit tota fi- „ nitæ magnitudinis E'G', nec tamen ibi conjungit *esse*, & non „ *esse*, nec ullum absurdum secum trahit. Habetur momento E „ primus terminus seriei sequentis sine ultimo seriei præceden- „ tis, & habetur momento E' ultimus terminus seriei præceden- „ tis sine primo termino seriei sequentis.

Solutio ex metaphysica consideratione.

55. „ Quare autem id ipsum accidat, si metaphysica consi- „ deratione rem perpendimus, statim patebit. Nimirum veri „ nihili nullæ sunt veræ proprietates: entis realis veræ, & „ reales proprietates sunt. Quævis realis series initium rea- „ le habere debet, & finem, sive primum, & ultimum termi- „ num. Id, quod non est, nullam habet veram proprietatem, „ nec proinde sui generis ultimum terminum, aut primum exi- „ git. Series præcedens ordinatæ nullius, ultimum terminum non

 ha-

„ habet, ſeries conſequens non habet primum: ſeries realis „ contenta intervallo EE', & primum habere debet, & ultimum. Hujus reales termini terminum illum nihili per ſe ſe „ excludunt, cum ipſum *eſſe* per ſe excludat *non eſſe*.

Illuſtratio ulterior geometrica.

56. „ Atque id quidem manifeſtum fit magis; ſi conſideremus ſeriem aliquam præcedentem realem, quam exprimant „ ordinatæ ad lineam continuam PL*g*, quæ reſpondeat toti „ tempori AE ita, ut cuivis momento C ejus temporis reſpondeat ordinata CL. Tum vero ſi momento E debeat fieri „ ſaltus ab ordinata E*g* ad ordinatam EG; neceſſario ipſi momento E debent reſpondere binæ ordinatæ EG, E*g*. Nam „ in tota linea PL*g* non poteſt deeſſe ſolum ultimum punctum „ *g*; cum ipſo ſublato debeat adhuc illa linea terminum habere ſuum, qui terminus eſſet itidem punctum; id vero punctum idcirco fuiſſet ante contiguum puncto *g*, quod eſt abſurdum, ut in eadem diſſertatione *De Lege Continuitatis* „ demonſtravimus. Nam inter quodvis punctum, & aliud „ punctum linea aliqua interjacere debet; quæ ſi non interjaceat: jam illa puncta in unicum coaleſcunt. Quare non „ poteſt deeſſe niſi lineola aliqua *g*L ita, ut terminus ſeriei „ præcedentis ſit in aliquo momento C præcedente momentum E, & disjuncto ab eo per tempus quoddam continuum, in cujus temporis momentis omnibus ordinata ſit „ nulla.

Applicatio ad creationem, & annihilationem.

57. „ Patet igitur diſcrimen inter tranſitum a vero nihilo, „ nimirum a quantitate imaginaria, ad *eſſe*, & tranſitum ab „ una magnitudine ad aliam. In primo caſu terminus nihili non habetur; habetur terminus uterque ſeriei veram habentis exiſtentiam, & poteſt quantitas, cujus ea eſt ſeries, „ oriri, vel occidere quantitate finita, ac per ſe excludere „ *non eſſe*. In ſecundo caſu neceſſario haberi debet utriuſque „ ſeriei terminus, alterius nimirum poſtremus, alterius primus. „ Quamobrem etiam in creatione, & in annihilatione poteſt „ quantitas oriri, vel interire magnitudine finita, & primum, „ ac ultimum *eſſe* erit quoddam *eſſe*, quod ſecum non conjunget una *non eſſe*. Contra vero ubi magnitudo realis ab una „ quantitate ad aliam tranſire debet per ſaltum; momento „ temporis, quo ſaltus committitur, uterque terminus haberi „ deberet. Manet igitur illæſum argumentum noſtrum metaphyſicum pro excluſione ſaltus a creatione, & annihilatione, ſive ortu, & interitu.

Aliquando videri nihilum id, quod eſt aliquid.

58. „ At hic illud etiam notandum eſt; quoniam ad ortum, „ & interitum conſiderandum geometricas contemplationes aſſumpſimus, videri quidem prima fronte, aliquando etiam realis ſeriei terminum poſtremum eſſe nihilum; ſed re altius „ conſiderata, non erit vere nihilum, ſed ſtatus quidam itidem „ realis, & ejuſdem generis cum præcedentibus, licet alio nomine inſignitus.

59. „ Sit

59. „ Sit in Fig. 9. Linea AB, ut prius, ad quam linea „ quædam PL deveniat in G (pertinet punctum G ad lineam „ PL, E ad AB continuatas, & sibi occurrentes ibidem), & „ sive pergat ultra ipsam in GM', sive retro resiliat per GM'. „ Recta CD habebit ordinatam CL, quæ evanescet, ubi pun„ cto C abeunte in E, ipsa CD abibit in EF, tum in posi„ tione ulteriori rectæ perpendicularis HI, vel abibit in ne„ gativam HM, vel retro positiva regredietur in HM'. Ubi li„ nea altera cum altera coit, & punctum E alterius cum alte„ rius puncto G congreditur, ordinata CL videtur abire in ni„ hilum ita, ut nihilum, quemadmodum & supra innuimus, „ sit limes quidam inter seriem ordinatarum positivarum CL, „ & negativarum HM; vel positivarum CL, & iterum posi„ tivarum HM'. Sed, si res altius consideretur ad metaphy„ sicum conceptum reducta, in situ EF non habetur verum ni„ hilum. In situ CD, HI habetur distantia quædam puncto„ rum C, L; H, M: in situ EF habetur eorundem punctorum „ compenetratio. Distantia est relatio quædam binorum mo„ dorum, quibus bina puncta existunt; compenetratio itidem est „ relatio binorum modorum, quibus ea existunt, quæ compene„ tratio est aliquid reale ejusdem prorsus generis, cujus est di„ stantia, constituta nimirum per binos reales existendi modos.

Ordinatam nullam, ut & distantiam nullam existentium esse compenetrationem.

Fig. 9.

60. „ Totum discrimen est in vocabulis, quæ nos imposui„ mus. Bini locales existendi modi infinitas numero relationes „ possunt constituere, alii alias. Hæ omnes inter se & diffe„ runt, & tamen simul etiam plurimum conveniunt; nam reales „ sunt, & in quodam genere congruunt, quod nimirum sint re„ lationes ortæ a binis localibus existendi modis. Diversa vero „ habent nomina ad arbitrium instituta, cum aliæ ex ejusmodi „ relationibus, ut CL, dicantur distantiæ positivæ, relatio EG „ dicatur compenetratio, relationes HM dicantur distantiæ ne„ gativæ. Sed quoniam, ut a decem palmis distantiæ demptis „ 5, relinquuntur 5, ita demptis aliis 5, habetur nihil (non „ quidem verum nihil, sed nihil in ratione distantiæ a nobis ita „ appellatæ, cum remaneat compenetratio); ablatis autem aliis „ quinque, remanent quinque palmi distantiæ negativæ; ista o„ mnia realia sunt, & ad idem genus pertinent; cum eodem „ prorsus modo inter se differant distantia palmorum 10 a distan„ tia palmorum 5, hæc a distantia nulla, sed reali, quæ com„ penetrationem importat, & hæc a distantia negativa palmorum „ 5. Nam ex prima illa quantitate eodem modo devenitur ad „ hasce posteriores per continuam ablationem palmorum 5. Eo„ dem autem pacto infinitas ellipses, ab infinitis hyperbolis uni„ ca interjecta parabola discriminat, quæ quidem unica nomen „ peculiare sortita est, cum illas numero infinitas, & a se invi„ cem admodum discrepantes unico vocabulo complectamur; li„ cet altera magis oblonga ab altera minus oblonga plurimum „ itidem diversa sit.

Ad idem pertinere seriei realis genus eam distantiam nullam, & aliquam.

Alia, quæ videntur nihil, & sunt aliquid: discrimen inter radicem imaginariam, & zero.

61. „ Et quidem eodem pacto status quidam realis est „ quies, sive perseverantia in eodem modo locali existendi; „ status quidam realis est velocitas nulla puncti existentis, „ nimirum determinatio perseverandi in eodem loco; status „ quidam realis puncti existentis est vis nulla, nimirum deter- „ minatio retinendi præcedentem velocitatem, & ita porro: „ plurimum hæc discrepant a vero *non esse*. Casus ordinatæ re- „ spondentis lineæ EF in fig. 9. differt plurimum a casu „ ordinatæ circuli respondentis lineæ CD figuræ 8: in prima „ existunt puncta, sed compenetrata, in secunda alterum pun- „ ctum impossibille est. Ubi in solutione problematum deveni- „ tur ad quantitatem primi generis, problema determinationem „ peculiarem accipit; ubi devenitur ad quantitatem secundi ge- „ neris, problema evadit impossibile: usque adeo in hoc se- „ cundo casu habetur verum nihilum, omni reali proprietate „ carens; in illo primo habetur aliquid realibus proprietatibus „ præditum, quod ipsis etiam solutionibus problematum, & con- „ structionibus veras sufficit, & reales determinationes; cum „ realis, non imaginaria sit radix æquationis cujuspiam, quæ „ sit $= 0$, sive nihilo æqualis.

Conclusio pro solutione ejus objectionis.

62. „ Firmum igitur manebit semper, & stabile, seriem rea- „ lem quamcunque, quæ continuo tempore finito duret, de- „ bere habere & primum principium, & ultimum finem realem, „ sine ullo absurdo, & sine conjunctione sui *esse* cum *non esse*, „ si forte duret eo solo tempore; dum si præcedenti etiam exti- „ tit tempore, habere debet & ultimum terminum seriei præce- „ dentis, & primum sequentis, qui debent esse unicus indivisi- „ bilis communis limes, ut momentum est unicus indivisibilis „ limes inter tempus continuum præcedens, & subsequens. Sed „ hæc de ortu, & interitu jam satis.

Applicatio legis continuitatis ad collisionem corporum.

63. Ut igitur contrahamus jam vela, continuitatis lex & inductione, & metaphysico argumento abunde nititur, quæ idcirco etiam in velocitatis communicatione retineri omnino debet, ut nimirum ab una velocitate ad aliam nunquam transeatur, nisi per intermedias velocitates omnes sine saltu. Et quidem in ipsis motibus, & velocitatibus inductionem habuimus num. 39, ac difficultates solvimus num. 46, & 47 pertinentes ad velocitates, quæ videri possent mutatæ per saltum. Quod autem pertinet ad metaphysicum argumentum, si toto tempore ante contactum subsequentis corporis superficies antecedens habuit 12 gradus velocitatis, & sequenti 9, saltu facto momentaneo ipso initio contactus; in ipso momento ea tempora dirimente debuisset habere & 12, & 9 simul, quod est absurdum. Duas enim velocitates simul habere corpus non potest, quod ipsum aliquanto diligentius demonstrabo.

Duo velocitatum genera, potentialis, & actualis.

64. Velocitatis nomen, uti passim usurpatur a Mechanicis, æquivocum est; potest enim significare velocitatem actualem, quæ nimirum est relatio quædam in motu æquabili spatii percursi divisi per tempus, quo percurritur; & potest significare quan-

quandam, quam apto Scholasticorum vocabulo potentialem appello, quæ nimirum est determinatio ad actualem, sive determinatio, quam habet mobile, si nulla vis mutationem inducat, percurrendi motu æquabili determinatum quoddam spatium quovis determinato tempore, quæ quidem duo & in dissertatione *De Viribus Vivis*, & in Stayanis Supplementis distinxi, distinctione utique necessaria ad æquivocationes evitandas. Prima haberi non potest momento temporis, sed requirit tempus continuum, quo motus fiat, & quidem etiam motum æquabilem requirit ad accuratam sui mensuram; secunda habetur etiam momento quovis determinata; & hanc alteram intelligunt utique Mechanici, cum scalas geometricas efformant pro motibus quibuscunque difformibus, sive abscissa exprimente tempus, & ordinata velocitatem, utcunque etiam variatam, area exprimat spatium; sive abscissa exprimente itidem tempus, & ordinata vim, area exprimat velocitatem jam genitam, quod itidem in aliis ejusmodi scalis, & formulis algebraicis fit passim, hac potentiali velocitate usurpata, quæ fit tantummodo determinatio ad actualem, quam quidem ipsam intelligo, ubi in collisione corporum eam nego mutari posse per saltum ex hoc posteriore argumento.

Binas velocitates tum actuales, tum potentiales simul haberi non posse, ne detur, vel exigatur compenetratio.

65. Jam vero velocitates actuales non posse simul esse duas in eodem mobili, satis patet; quia oporteret, id mobile, quod initio dati cujusdam temporis fuerit in dato spatii puncto, in omnibus sequentibus occupare duo puncta ejusdem spatii, ut nimirum spatium percursum sit duplex, alterum pro altera velocitate determinanda, adeoque requireretur actualis replicatio, quam non haberi uspiam, ex principio inductionis colligere sane possumus admodum facile. Cum nimirum nunquam videamus idem mobile simul ex eodem loco discedere in partes duas, & esse simul in duobus locis ita, ut constet nobis, utrobique esse illud idem. At nec potentiales velocitates duas simul esse posse, facile demonstratur. Nam velocitas potentialis est determinatio ad existendum post datum tempus continuum quodvis in dato quodam puncto spatii habente datam distantiam a puncto spatii, in quo mobile est eo temporis momento, quo dicitur habere illam potentialem velocitatem determinatam. Quamobrem habere simul illas duas potentiales velocitates est esse determinatum ad occupanda eodem momento temporis duo puncta spatii, quorum singula habeant suam diversam distantiam ab eo puncto spatii, in quo tum est mobile, quod est esse determinatum ad replicationem habendam momentis omnibus sequentis temporis. Dicitur utique idem mobile a diversis causis acquirere simul diversas velocitates, sed eæ componuntur in unicam ita, ut singulæ constituant statum mobilis, qui status respectu dispositionum, quas eo momento, in quo tum est, habet ipsum mobile, complectentium omnes circumstantias præteritas, & præsentes, est tantummodo conditionatus, non absolutus; nimirum ut contineant determinatio-

natio-

nationem, quam ex omnibus præteritis, & præsentibus circumstantiis haberet ad occupandum illud determinatum spatii punctum determinato illo momento temporis; nisi aliunde ejusmodi determinatio per conjunctionem alterius causæ, quæ tum agat, vel jam egerit, mutaretur, & loco ipsius alia, quæ composita dicitur, succederet. Sed status absolutus resultans ex omnibus eo momento præsentibus, & præteritis circumstantiis ipsius mobilis, est unica determinatio ad existendum pro quovis determinato momento temporis sequentis in quodam determinato puncto spatii, qui quidem status pro circumstantiis omnibus præteritis, & præsentibus est absolutus, licet sit itidem conditionatus pro futuris: si nimirum eædem, vel aliæ causæ agentes sequentibus momentis non mutent determinationem, & punctum illud loci, ad quod revera deveniri deinde debet dato illo momento temporis, & actu devenitur; si ipsæ nihil aliud agant. Porro patet hujusmodi status ex omnibus præteritis, & præsentibus circumstantiis absolutos non posse eodem momento temporis esse duos sine determinatione ad replicationem, quam ille conditionatus status resultans e singulis componentibus velocitatibus non inducit ob id ipsum, quod conditionatus est. Jam vero si haberetur saltus a velocitate ex omnibus præteritis, & præsentibus circumstantiis exigente, ex. gr. post unum minutum, punctum spatii distans per palmos 6 ad exigentem punctum distans per palmos 9; deberet eo momento temporis, quo fieret saltus, haberi simul utraque determinatio absoluta respectu circumstantiarum omnium ejus momenti, & omnium præteritarum; nam toto præcedenti tempore habita fuisset realis series statuum cum illa priore, & toto sequenti deberet haberi cum illa posteriore, adeoque eo momento, simul utraque, cum neutra series realis sine reali suo termino stare possit.

Quovis momento punctum existens debere habere statum realem ex genere velocitatis potentialis.

66. Præterea corporis, vel puncti existentis potest utique nulla esse velocitas actualis, saltem accurate talis; si nimirum difformem habeat motum, quod ipsum etiam semper in Natura accidit, ut demonstrari posse arbitror, sed huc non pertinet; at semper utique haberi debet aliqua velocitas potentialis, vel saltem aliquis status, qui licet alio vocabulo appellari soleat, & dici velocitas nulla, est tamen non nihilum quoddam, sed realis status, nimirum determinatio ad quietem, quanquam hanc ipsam, ut & quietem, ego quidem arbitrer in Natura reapse haberi nullam, argumentis, quæ in Stayanis Supplementis exposui in binis paragraphis de spatio, ac tempore, quos hic addam in fine inter nonnulla, quæ hic etiam supplementa appellabo, & occurrent primo, ac secundo loco. Sed id ipsum itidem nequaquam huc pertinet. Iis etiam penitus prætermissis, eruitur e reliquis, quæ diximus, admisso etiam ut existente, vel possibili in Natura motu uniformi, & quiete, utramque velocitatem habere conditiones necessarias ad

hoc,

hoc, ut secundum argumentum pro continuitatis lege superius allatum vim habeat suam, nec ab una velocitate ad alteram abiri possit sine transitu per intermedias.

Non posse momento temporis transiri ab una velocitate ad aliam, demonstratur, & vindicatur.

67. Patet autem, hinc illud evinci, nec interire momento temporis posse, nec oriri velocitatem totam corporis, vel puncti non simul intereuntis, vel orientis, nec huc transferri posse, quod de creatione, & morte diximus; cum nimirum ipsa velocitas nulla corporis, vel puncti existentis, sit non purum nihil, ut monui, sed realis quidam status, qui simul cum alio reali statu determinatæ illius intereuntis, vel orientis velocitatis deberet conjungi; unde etiam fit, ut nullum effugium haberi possit contra superiora argumenta, dicendo, quando a 12 gradibus velocitatis transitur ad 9, durare utique priores 9, & interire reliquos tres, in quo nullum absurdum sit, cum nec in illorum duratione habeatur saltus, nec in saltu per interitum habeatur absurdi quidpiam, ejus exemplo, quod superius dictum fuit, ubi ostensum est, non conjungi *non esse* simul, & *esse*. Nam in primis 12 gradus velocitatis non sunt quid compositum e duodecim rebus inter se distinctis, atque disjunctis, quarum 9 manere possint, 3 interire, sed sunt unica determinatio ad existendum in punctis spatii distantibus certo intervallo, ut palmorum 12, elapsis datis quibusdam temporibus æqualibus quibusvis. Sic etiam in ordinatis GD, HE, quæ exprimunt velocitates in fig. 6, revera, in mea potissimum Theoria, ordinata GD non est quædam pars ordinatæ HE communis ipsi usque ad D, sed sunt duæ ordinatæ, quarum prima consistit in relatione distantiæ, puncti curvæ D a puncto axis G, secunda in relatione puncti curvæ E a puncto axis H, quod est ibi idem, ac punctum G. Relationem distantiæ punctorum D, & G constituunt duo reales modi existendi ipsorum, relationem distantiæ punctorum D, & E duo reales modi existendi ipsorum, & relationem distantiæ punctorum H, & E duo reales modi existendi ipsorum. Hæc ultima relatio constat duobus modis realibus tantummodo pertinentibus ad puncta E, & H, vel G, & summa priorum constat modis realibus omnium trium, E, D, G. Sed nos indefinite concipimus possibilitatem omnium modorum realium intermediorum, ut infra dicemus, in qua præcisiva, & indefinita idea stat mihi idea spatii continui; & intermedii modi possibiles inter G, & D sunt pars intermediorum inter E, & H. Præterea omissis etiam hisce omnibus ipse ille saltus a velocitate finita ad nullam, vel a nulla ad finitam, haberi non potest.

Cur adhibita collisio pergentium in eandem plagam pro Theoria deducenda.

68. Atque hinc ego quidem potuissem etiam adhibere duos globos æquales, qui sibi invicem occurrant cum velocitatibus æqualibus, quæ nimirum in ipso contactu deberent momento temporis interire; sed ut hasce ipsas considerationes evitarem de transitu a statu reali ad statum itidem realem, ubi a velocitate aliqua transitur ad velocitatem nullam; adhibui potius

in omnibus dissertationibus meis globum, qui cum 12 velocitatis gradibus assequatur alterum præcedentem cum 6; ut nimirum abeundo ad velocitatem aliam quamcunque haberetur saltus ab una velocitate ad aliam, in quo evidentius esset absurdum.

Quo pacto mutata velocitate potentiali per saltum, non mutetur per saltum actualis.

Fig. 10.

69. Jam vero in hisce casibus utique haberi deberet saltus quidam, & violatio legis continuitatis, non quidem in velocitate actuali, sed in potentiali, si ad contactum deveniretur cum velocitatum discrimine aliquo determinato quocunque. In velocitate actuali, si eam metiamur spatio, quod conficitur, diviso per tempus, transitus utique fieret per omnes intermedias, quod sic facile ostenditur ope Geometriæ. In fig. 10 designent AB, BC bina tempora ante, & post contactum, & momento quolibet H sit velocitas potentialis illa major HI, quæ æquetur velocitati primæ AD; quovis autem momento Q posterioris temporis sit velocitas potentialis minor QR, quæ æquetur velocitati cuidam datæ CG. Assumpto quovis tempore HK determinatæ magnitudinis, area IHKL divisa per tempus HK, sive recta HI, exhibebit velocitatem actualem. Moveatur tempus HK versus B, & donec K adveniat ad B, semper eadem habebitur velocitatis mensura; eo autem progresso in O ultra B, sed adhuc H existente in M citra B, spatium illi tempori respondens componetur ex binis MNEB, BFPO, quorum summa si dividatur per MO; jam nec erit MN æqualis priori AD, nec BF, ipsa minor per datam quantitatem FE; sed facile demonstrari potest (b), capta VE æquali IL, vel HK, sive MO, & ducta recta VF, quæ secet MN in X, quotum ex illa divisione prodeuntem fore MX, donec, abeunte toto illo tempore ultra B in QS, jam area QRTS divisa per tempus QS exhibeat velocitatem constantem QR.

Irregularitas alia in expressione actualis velocitatis.

70. Patet igitur in ea consideratione a velocitate actuali præcedente HI ad sequentem QR transiri per omnes intermedias MX, quas continua recta VF definiet; quanquam ibi etiam irregulare quid oritur inde, quod velocitas actualis XM diversa obvenire debeat pro diversa magnitudine temporis assumpti HK, quo nimirum assumpto majore, vel minore removetur magis, vel minus V ab E, & decrescit, vel crescit XM. Id tamen accidit in motibus omnibus, in quibus velocitas non manet eadem toto tempore, ut nimirum tum etiam, si velocitas aliqua actualis debeat agnosci, & determinari spatio diviso per tempus; pro aliis, atque aliis temporibus assumptis pro mensura aliæ, atque aliæ velocitatis actualis mensuræ obve-

(b) *Si enim producatur OP usque ad NE in Y, erit* $EY = VN$, *ob* $VE = MO = NY$. *Est autem* $VE : VN :: EF : NX$; *quare* $VN \times EF = VE \times NX$, *sive posito* EY *pro* VN, *&* MO *pro* VE, *erit* $EY \times EF = MO \times NX$. *Totum* $MNYO$ *est* $MO \times MN$, *pars* $FEYP$ *est* $= EY \times EF$. *Quare residuus gnomon* $NMOPFE$ *est* $MO \times (MN - NX)$, *sive est* $MO \times MX$, *quo diviso per* MO *habetur* MX.

veniant, secus ac accidit in motu semper æquabili, quam ipsam ob causam velocitatis actualis in motu difformi nulla est revera mensura accurata, quod supra innui, sed ejus idea præcisa, ac distincta æquabilitatem motus requirit, & idcirco Mechanici in difformibus motibus ad actualem velocitatem determinandam adhibere solent spatiolum infinitesimo tempusculo percursum, in quo ipso motum habent pro æquabili.

71. At velocitas illa potentialis, quæ singulis momentis temporis respondet sua, mutaretur utique per saltum ipso momento B, quo deberet haberi & ultima velocitatum præcedentium BE, & prima sequentium BF, quod cum haberi nequeat, uti demonstratum est, fieri non potest per secundum ex argumentis, quæ adhibuimus pro lege continuitatis, ut cum illa velocitatum inæqualitate deveniatur ad immediatum contactum; atque id ipsum excludit etiam inductio, quam pro lege continuitatis in ipsis quoque velocitatibus, atque motibus primo loco proposui. Concluditur ad contactum immediatum non posse deveniri cum differentia velocitatum.

72. Atque hoc demum pacto illud constitit evidenter, non licere continuitatis legem deserere in collisione corporum, & illud admittere, ut ad contactum immediatum deveniatur cum illæsis binorum corporum velocitatibus integris. Videndum igitur, quid necessario consequi debeat, ubi id non admittatur, & hæc analysis ulterius promovenda. Promovenda analysis eo exclusο.

73. Quoniam ad immediatum contactum devenire ea corpora non possunt cum præcedentibus velocitatibus; oportet, ante contactum ipsum immediatum incipiant mutari velocitates ipsæ, & vel ea consequentis corporis minui, vel ea antecedentis augeri, vel utrumque simul. Quidquid accidat, habebitur ibi aliqua mutatio status, vel in altero corpore, vel in utroque, in ordine ad motum, vel quietem, adeoque habebitur aliqua mutationis causa, quæcunque illa sit. Causa vero mutans statum corporis in ordine ad motum, vel quietem, dicitur vis: habebitur igitur vis aliqua, quæ effectum gignat, etiam ubi illa duo corpora nondum ad contactum devenerint. Debere ante contactum haberi mutationem velocitatis, adeoque vim, quæ mutat.

74. Ad impediendam violationem continuitatis satis esset, si ejusmodi vis ageret in alterum tantummodo e binis corporibus, reducendo præcedentis velocitatem ad gradus 12, vel sequentis ad 6. Videndum igitur aliunde, an agere debeat in alterum tantummodo, an in utrumque simul, & quomodo. Id determinabitur per aliam Naturæ legem, quam nobis inductio satis ampla ostendit, qua nimirum evincitur, omnes vires nobis cognitas agere utrinque & æqualiter, & in partes oppositas, unde provenit principium, quod appellant actionis, & reactionis æqualium; est autem fortasse quædam actio duplex semper æqualiter agens in partes oppositas. Ferrum, & magnes æque se mutuo trahunt; elastrum binis globis æqualibus interjectum æque utrumque urget, & æqualibus velocitatibus propellit; gravitatem ipsam generalem mutuam esse ostendunt Eam vim debere esse mutuam, & agere in partes oppositas.

dunt errores Jovis, ac Saturni potissimum, ubi ad se invicem accedunt, uti & curvatura orbitæ lunaris orta ex ejus gravitate in terram comparata cum æstu maris orto ex inæquali partium globi terraquei gravitate in Lunam. Ipsæ nostræ vires, quas nervorum ope exerimus, semper in partes oppositas agunt, nec satis valide aliquid propellimus, nisi pede humum, vel etiam, ut efficacius agamus, oppositum parietem simul repellamus. En igitur inductionem, quam utique ampliorem etiam habere possumus, ex qua illud pro eo quoque casu debemus inferre, eam ibi vim in utrumque corpus agere, quæ actio ad æqualitatem non reducet inæquales illas velocitates, nisi augeat præcedentis, minuat consequentis corporis velocitatem; nimirum nisi in iis producat velocitates quasdam contrarias, quibus, si solæ essent, deberent a se invicem recedere: sed quia eæ componuntur cum præcedentibus; hæc utique non recedunt, sed tantummodo minus ad se invicem accedunt, quam accederent.

Hinc dicendam esse repulsivam: quærendam ejus legem.

75. Invenimus igitur vim ibi debere esse mutuam, quæ ad partes oppositas agat, & quæ sua natura determinet per sese illa corpora ad recessum mutuum a se invicem. Hujusmodi igitur vis ex nominis definitione appellari potest vis repulsiva. Quærendum jam ulterius, qua lege progredi debeat, an imminutis in immensum distantiis ad datam quandam mensuram deveniat, an in infinitum excrescat?

Ea vi debere totum velocitatum discrimen elidi ante contactum.

76. Ut in illo casu evitetur saltus; satis est in allato exemplo; si vis repulsiva, ad quam delati sumus, extinguat velocitatum differentiam illam 6 graduum, antequam ad contactum immediatum corpora devenerint: quamobrem possent utique devenire ad eum contactum eodem illo momento, quo ad æqualitatem velocitatum deveniunt. At si in alio quopiam casu corpus sequens impellatur cum velocitatis gradibus 20, corpore præcedente cum suis 6; tum vero ad contactum deveniretur cum differentia velocitatum majore, quam graduum 8. Nam illud itidem amplissima inductione evincitur, vires omnes nobis cognitas, quæ aliquo tempore agunt, ut velocitatem producant, agere in ratione temporis, quo agunt, & sui ipsius. Rem in gravibus oblique descendentibus experimenta confirmant; eadem & in elastris instititui facile possunt, ut rem comprobent; ac id ipsum est fundamentum totius Mechanicæ, quæ inde motuum leges eruit, quas experimenta in pendulis, in projectis gravibus, in aliis pluribus comprobant, & Astronomia confirmat in cælestibus motibus. Quamobrem illa vis repulsiva, quæ in priore casu extinxit 6 tantummodo gradus discriminis, si agat breviore tempore in secundo casu, non poterit extinguere nisi pauciores, minore nimirum velocitate producta utrinque ad partes contrarias. At breviore utique tempore aget: nam cum majore velocitatum discrimine velocitas respectiva est major, ac proinde accessus celerior.

Extin-

Extingueret igitur in secundo casu illa vis minus, quam 6 discriminis gradus, si in primo usque ad contactum extinxit tantummodo 6. Superessent igitur plures, quam 8; nam inter 20 & 6 erant 14, ubi ad ipsum deveniretur contactum, & ibi per saltum deberent velocitates mutari, ne compenetratio haberetur, ac proinde lex continuitatis violari. Cum igitur id accidere non possit; oportet, Natura incommodo caverit per ejusmodi vim, quæ in priore casu aliquanto ante contactum extinxerit velocitatis discrimen, ut nimirum imminutis in secundo casu adhuc magis distantiis, vis ulterior illud omne discrimen auferat, elisis omnibus illis 14 gradibus discriminis, qui habebantur.

Eam vim debere augeri in infinitum, imminutis, & quidem in infinitum, distantiis: habente virium curva aliquam asymptotum in origine abscissarum.

77. Quando autem huc jam delati sumus, facile est ulterius progredi, & illud considerare, quod in secundo casu accidit respectu primi, idem accidere aucta semper velocitate consequentis corporis in tertio aliquo respectu secundi, & ita porro. Debebit igitur ad omnem pro omni casu evitandum saltum Natura cavisse per ejusmodi vim, quæ imminutis distantiis crescat in infinitum, atque ita crescat, ut par sit extinguendæ cuicunque velocitati, utcunque magnæ. Devenimus igitur ad vires repulsivas imminutis distantiis crescentes in infinitum, nimirum ad arcum illum asymptoticum ED curvæ virium in fig. 1. propositum. Illud quidem ratiocinatione hactenus instituta immediate non deducitur, hujusmodi incrementa virium auctarum in infinitum respondere distantiis in infinitum imminutis. Posset pro hisce corporibus, quæ habemus præ manibus, quædam data distantia quæcunque esse ultimus limes virium in infinitum excrescentium, quo casu asymptotus AB non transiret per initium distantiæ binorum corporum, sed tanto intervallo post ipsum, quantus esset ille omnium distantiarum, quas remotiores particulæ possint acquirere a se invicem, limes minimus; sed aliquem demum esse debere extremum etiam asymptoticum arcum curvæ habentem pro asymptoto rectam transeuntem per ipsum initium distantiæ, sic evincitur: si nullus ejusmodi haberetur arcus; particulæ materiæ minores, & primo collocatæ in distantia minore, quam esset ille ultimus limes, sive illa distantia asymptoti ab initio distantiæ binorum punctorum materiæ, in mutuis incursibus velocitatem deberent posse mutare per saltum, quod cum fieri nequeat, debet utique aliquis esse ultimus asymptoticus arcus, qui asymptotum habeat transeuntem per distantiarum initium, & vires inducat imminutis in infinitum distantiis crescentes in infinitum ita, ut sint pares velocitati extinguendæ cuivis, utcunque magnæ. Ad summum in curva virium haberi possent plures asymptotici arcus, alii post alios, habentes ad exigua intervalla asymptotos inter se parallelas, qui casus itidem uberrimum aperit contemplationibus fœcundissimis campum, de quo aliquid inferius; sed aliquis arcus asympto-

Fig. 1.

ticus postremus, cujusmodi est is, quem in figura 1 proposui, haberi omnino debet. Verum ea perquisitione hic omissa, pergendum est in consideratione legis virium, & curvæ eam exprimentis, quæ habentur auctis distantiis.

Vim in majoribus distantiis esse attractivam, curva secante axem in aliquo limite.

78. In primis gravitas omnium corporum in Terram, quam quotidie experimur, satis evincit, repulsionem illam, quam pro minimis distantiis invenimus, non extendi ad distantias quascunque, sed in magnis jam distantiis haberi determinationem ad accessum, quam vim attractivam nominavimus. Quin immo Keplerianæ leges in Astronomia tam feliciter a Newtono adhibitæ ad legem gravitatis generalis deducendam, & ad cometas etiam traductæ, satis ostendunt, gravitatem vel in infinitum, vel saltem per totum planetarium, & cometarium systema extendi in ratione reciproca duplicata distantiarum. Quamobrem virium curva arcum habet aliquem jacentem ad partes axis oppositas, qui accedat, quantum sensu percipi possit, ad eam tertii gradus hyperbolam, cujus ordinatæ sunt in ratione reciproca duplicata distantiarum, qui nimirum est ille arcus STV figuræ 1. Ac illud etiam hinc patet, esse aliquem locum E, in quo curva ejusmodi axem secet, qui sit limes attractionum, & repulsionum, in quo ab una ad alteram ex iis viribus transitus fiat.

Plures esse debere, immo plurimos transitus, & limites.

79. Duos alios nobis indicat limites ejusmodi, sive alias duas intersectiones, ut G, & I, phænomenum vaporum, qui oriuntur ex aqua, & aeris, qui a fixis corporibus gignitur; cum in iis ante nulla particularum repulsio fuerit, quin immo fuerit attractio, ob cohærentiam, qua, una parte retracta, altera ipsam consequebatur, & in illa tanta expansione, & elasticitatis vi satis se manifesto prodat repulsio, ut idcirco a repulsione in minimis distantiis ad attractionem alicubi sit itum, tum inde iterum ad repulsionem, & iterum inde ad generalis gravitatis attractiones. Effervescentiæ, & fermentationes adeo diversæ, in quibus cum adeo diversis velocitatibus eunt, ac redeunt, & jam ad se invicem accedunt, jam recedunt a se invicem particulæ, indicant utique ejusmodi limites, atque transitus multo plures; sed illos prorsus evincunt substantiæ molles, ut cera, in quibus compressiones plurimæ acquiruntur cum distantiis admodum diversis, in quibus tamen omnibus limites haberi debent; nam, anteriore parte ad se attracta, posteriores eam sequuntur, eadem propulsa, illæ recedunt, distantiis ad sensum non mutatis, quod ob illas repulsiones in minimis distantiis, quæ contiguitatem impediunt, fieri alio modo non potest, nisi si limites ibidem habeantur in iis omnibus distantiis inter attractiones, & repulsiones, quæ nimirum requiruntur ad hoc, ut pars altera alteram consequatur retractam, vel præcedat propulsam.

Hinc tota curvæ forma cum binis asympto-

80. Habentur igitur plurimi limites, & plurimi flexus curvæ hinc, & inde ab axe præter duos arcus, quorum prior ED in infinitum protenditur, & asymptoticus est, alter STV,

si

si gravitas generalis in infinitum protenditur, est asymptoticus itidem, & ita accedit ad crus illud hyperbolæ gradus tertii, ut discrimen sensu percipi nequeat: nam cum ipso penitus congruere omnino non potest; non enim posset ab eodem deinde discedere, cum duarum curvarum, quarum diversa natura est, nulli arcus continui, utcunque exigui, possint penitus congruere, sed se tantummodo secare, contingere, osculari possint in punctis quotcunque, & ad se invicem accedere utcumque. Hinc habetur jam tota forma curvæ virium, qualem initio proposui, directa ratiocinatione a Naturæ phænomenis, & genuinis principiis deducta. Remanet jam determinanda constitutio primorum elementorum materiæ ab iis viribus deducta, quo facto omnis illa Theoria, quam initio proposui, patebit, nec erit arbitraria quædam hypothesis, ac licebit progredi ad amovendas apparentes quasdam difficultates, & ad uberrimam applicationem ad omnem late Physicam qua exponendam, qua tantummodo, ne hoc opus plus æquo excrescat, indicandam.

tis, & pluribus flexibus, ac sectionibus.

81. Quoniam, imminutis in infinitum distantiis, vis repulsiva augetur in infinitum; facile patet, nullam partem materiæ posse esse contiguam alteri parti: vis enim illa repulsiva protinus alteram ab altera removeret. Quamobrem necessario inde consequitur, prima materiæ elementa esse omnino simplicia, & a nullis contiguis partibus composita. Id quidem immediate, & necessario fluit ex illa constitutione virium, quæ in minimis distantiis sunt repulsivæ, & in infinitum excrescunt.

Hinc elementorum primorum materiæ simplicitas carens partibus.

82. Objiciet hic fortasse quispiam illud, fieri posse, ut particulæ primigeniæ materiæ sint compositæ quidem, sed nulla Naturæ vi divisibiles a se invicem, quarum altera tota respectu alterius totius habeat vires illas in minimis distantiis repulsivas, vel quarum pars quævis respectu reliquarum partium ejusdem particulæ non solum nullam habeat repulsivam vim, sed habeat maximam illam attractivam, quæ ad ejusmodi cohæsionem requiritur: eo pacto evitari debere quemvis immediatum impulsum, adeoque omnem saltum, & continuitatis læsionem. At in primis id esset contra homogeneitatem materiæ, de qua agemus infra: nam eadem materiæ pars in iisdem distantiis respectu quarundam paucissimarum partium, cum quibus particulam suam componit, haberet vim repulsivam, respectu autem aliarum omnium attractivam in iisdem distantiis, quod analogiæ adversatur. Deinde si a Deo agente supra vires Naturæ sejungerentur illæ partes a se invicem, tum ipsius Naturæ vi in se invicem incurrerent; haberetur in earum collisione saltus naturalis, utut præsupponens aliquid factum vi agente supra Naturam. Demum duo tum cohæsionum genera deberent haberi in Natura admodum diversa, alterum per attractionem in minimis distantiis, alterum vero longe alio pacto in elementarium particularum massis, nimirum per limites cohæsionis; adeoque multo minus simplex, & minus uniformis evaderet Theoria.

Solutio objectionis petitæ ex eo, quod vires repulsivas habere possent non puncta singula, sed particulæ primigeniæ.

83. Sim-

An elementa sint extensa: argumenta pro virtuali eorum extensione.

83. Simplicitate, & incompositione elementorum definita, dubitari potest, an ea sint etiam inextensa, an aliquam, utut simplicia, extensionem habeant ejus generis, quam virtualem extensionem appellant Scholastici. Fuerunt enim potissimum inter Peripateticos, qui admiserint elementa simplicia, & carentia partibus, atque ex ipsa natura sua prorsus indivisibilia, sed tamen extensa per spatium divisibile ita, ut alia aliis majus etiam occupent spatium, ac eo loco, quo unum stet, possint, eo remoto, stare simul duo, vel etiam plura; ac sunt etiamnum, qui ita sentiant. Sic etiam animam rationalem hominis utique prorsus indivisibilem censuerunt alii per totum corpus diffusam; alii minori quidem corporis parti, sed utique parti divisibili cuipiam, & extensæ, præsentem toti etiamnum arbitrantur. Deum autem ipsum præsentem ubique credimus per totum utique divisibile spatium, quod omnia corpora occupant, licet ipse simplicissimus sit, nec ullam prorsus compositionem admittat. Videtur autem sententia eadem inniti cuidam etiam analogiæ loci, ac temporis. Ut enim quies est conjunctio ejusdem puncti loci cum serie continua omnium momentorum ejus temporis, quo quies durat; sic etiam illa virtualis extensio est conjunctio unius momenti temporis cum serie continua omnium punctorum spatii, per quod simplex illud ens virtualiter extenditur; ut idcirco sicut illa quies haberi creditur in Natura, ita & hæc virtualis extensio debeat admitti, qua admissa poterunt utique illa primæ materiæ elementa esse simplicia, & tamen non penitus inextensa.

Excluditur virtualis extensio principio inductionis rite applicato.

84. At ego quidem arbitror, hanc itidem sententiam everti penitus eodem inductionis principio, ex quo alia tam multa hucusque, quibus usi sumus, deduximus. Videmus enim in his corporibus omnibus, quæ observare possumus, quidquid distinctum occupat locum, distinctum esse itidem ita, ut etiam satis magnis viribus adhibitis separari possint, quæ diversas occupant spatii partes, nec ullum casum deprehendimus, in quo magna hæc corpora partem aliquam habeant, quæ eodem tempore diversas spatii partes occupet, & eadem sit. Porro hæc proprietas ex natura sua ejus generis est, ut æque cadere possit in magnitudines, quas per sensum deprehendimus, ac in magnitudines, quæ infra sensuum nostrorum limites sunt; res nimirum pendet tantummodo a magnitudine spatii, per quod haberetur virtualis extensio, quæ magnitudo si esset satis ampla, sub sensus caderet. Cum igitur nunquam id comperiamus in magnitudinibus sub sensum cadentibus, immo in casibus innumeris deprehendamus oppositum; debet utique res transferri ex inductionis principio supra exposito ad minimas etiam quasque materiæ particulas, ut ne illæ quidem ejusmodi habeant virtualem extensionem.

85. Exem-

85. Exempla, quæ adduntur, petita ab anima rationali, & ab omnipræsentia Dei, nihil positive evincunt, cum ex alio entium genere petita sint; præterquam quod nec illud demonstrari posse censeo, animam rationalem non esse unico tantummodo, simplici, & inextenso corporis puncto ita præsentem, ut eundem locum obtineat, exerendo inde vires quasdam in reliqua corporis puncta rite disposita, in quibus viribus partim necessariis, & partim liberis, stet ipsum animæ commercium cum corpore. Dei autem præsentia cujusmodi sit, ignoramus omnino; quem sane extensum per spatium divisibile nequaquam dicimus, nec ab iis modis omnem excedentibus humanum captum, quibus ille existit, cogitat, vult, agit, ad humanos, ad materiales existendi, agendique modos, ulla esse potest analogia, & deductio.

Responsio ad exemplum animæ & Dei.

86. Quod autem pertinet ad analogiam cum quiete, sunt sane satis valida argumenta, quibus, ut supra innui, ego censeam, in Natura quietem nullam existere. Ipsam nec posse existere, argumento quodam positivo ex numero combinationum possibilium infinito contra alium finitum, demonstravi in Stayanis Supplementis, ubi de spatio, & tempore quæ juxta num. *66* occurrent infra Supplementorum §. 1, & 2; nunquam vero eam existere in Natura, patet sane in ipsa Newtoniana sententia de gravitate generali, in qua in planetario systemate ex mutuis actionibus quiescit tantummodo centrum commune gravitatis, punctum utique imaginarium, circa quod omnia planetarum, cometarumque corpora moventur, ut & ipse Sol; ac idem accidit fixis omnibus circa suorum systematum gravitatis centra; quin immo ex actione unius systematis in aliud utcunque distans, in ipsa gravitatis centra motus aliquis inducetur; & generalius, dum movetur quæcunque materiæ particula, uti luminis particula quæcunque; reliquæ omnes utcunque remotæ, quæ inde positionem ab illa mutant, mutant & gravitatem, ac proinde moventur motu aliquo exiguo, sed sane motu. In ipsa Telluris quiescentis sententia, quiescit quidem Tellus ad sensum, nec tota ab uno in alium transfertur locum; at ad quamcunque crispationem maris, rivuli decursum, muscæ volatum, æquilibrio dempto, trepidatio oritur, perquam exigua illa quidem, sed ejusmodi, ut veram quietem omnino impediat. Quamobrem analogia inde petita evertit potius virtualem ejusmodi simplicium elementorum extensionem positam in conjunctione ejusdem momenti temporis cum serie continua punctorum loci, quam comprobet.

Itidem ad analogiam cum quiete.

87. Sed nec ea ipsa analogia, si adesset, rem satis evinceret; cum analogiam inter tempus, & locum videamus in aliis etiam violari: nam in iis itidem paragraphis Supplementorum demonstravi, nullum materiæ punctum unquam redire ad punctum spatii quodcunque, in quo semel fuerit aliud materiæ punctum, ut idcirco duo puncta materiæ nunquam conjungant idem

In quo deficiat analogia loci, & temporis.

pun-

punctum spatii ne cum binis quidem punctis temporis, dum quamplurima binaria punctorum materiæ conjungunt idem punctum temporis cum duobus punctis loci; nam utique coexistunt: ac præterea tempus quidem unicam dimensionem habet diuturnitatis, spatium vero habet triplicem, in longum, latum, atque profundum.

Inextensio utilis ad excludendum transitum momentaneum a densitate nulla ad summam.

88. Quamobrem illud jam tuto inferri potest, hæc primigenia materiæ elementa, non solum esse simplicia, ac indivisibilia, sed etiam inextensa. Et quidem hæc ipsa simplicitas, & inextensio elementorum præstabit commoda sane plurima, quibus eadem adhuc magis fulcitur, ac comprobatur. Si enim prima elementa materiæ sint quædam partes solidæ, ex partibus compositæ, vel etiam tantummodo extensæ virtualiter, dum a vacuo spatio motu continuo pergitur per unam ejusmodi particulam, fit saltus quidam momentaneus a densitate nulla, quæ habetur in vacuo, ad densitatem summam, quæ habetur, ubi ea particula spatium occupat totum. Is vero saltus non habetur, si elementa simplicia sint, & inextensa, ac a se invicem distantia. Tum enim omne continuum est vacuum tantummodo, & in motu continuo per punctum simplex fit transitus a vacuo continuo ad vacuum continuum. Punctum illud materiæ occupat unicum spatii punctum, quod punctum spatii est indivisibilis limes inter spatium præcedens, & consequens. Per ipsum non immoratur mobile continuo motu delatum, nec ad ipsum transit ab ullo ipsi immediate proximo spatii puncto, cum punctum puncto proximum, ut supra diximus, nullum sit; sed a vacuo continuo ad vacuum continuum transitur per ipsum spatii punctum a materiæ puncto occupatum.

Itidem ad hoc, ut densitas augeri possit, ut potest minui in infinitum.

89. Accedit, quod in sententia solidorum, extensorumque elementorum habetur illud, densitatem corporis minui posse in infinitum, augeri autem non posse, nisi ad certum limitem, in quo incrementi lex necessario abrumpi debeat. Primum constat ex eo, quod eadem particula continua dividi possit in particulas minores quotcunque, quæ idcirco per spatium utcunque magnum diffundi potest ita, ut nulla earum sit, quæ aliquam aliam non habeat utcunque libuerit parum a se distantem. Atque eo pacto aucta mole, per quam eadem illa massa diffusa sit, eaque aucta in ratione quacunque, minuetur utique densitas in ratione itidem utcunque magna. Patet & alterum: ubi enim omnes particulæ ad contactum devenerint; densitas ultra augeri non poterit. Quoniam autem determinata quædam erit utique ratio spatii vacui ad plenum, nonnisi in ea ratione augeri poterit densitas, cujus augmentum, ubi ad contactum deventum fuerit, abrumpetur. At si elementa sint puncta penitus indivisibilia, & inextensa; uti augeri eorum distantia poterit in infinitum, ita utique poterit etiam minui pariter in ratione quacunque; cum in

ratione

ratione quacunque lineola quæcunque secari sane possit; adeoque uti nullus est limes raritatis auctæ, ita etiam nullus erit auctæ densitatis.

90. Sed & illud commodum accidet, quod ita omne continuum coexistens eliminabitur e Natura, in quo explicando usque adeo desudarunt, & fere incassum, Philosophi, nec idcirco divisio ulla realis entis in infinitum produci poterit, nec hærebitur, ubi quæratur, an numerus partium actu distinctarum, & separabilium, sit finitus, an infinitus; nec alia ejusmodi sane innumera, quæ in continui compositione usque adeo negotium facessunt Philosophis, jam habebuntur. Si enim prima materiæ elementa sint puncta penitus inextensa, & indivisibilia, a se invicem aliquo intervallo disjuncta; jam erit finitus punctorum numerus in quavis massa: nam distantiæ omnes finitæ erunt; infinitesimas enim quantitates in se determinatas nullas esse, satis ego quidem, ut arbitror, luculenter demonstravi & in dissertatione *De Natura, & Usu infinitorum, ac infinite parvorum*, & in dissertatione *De Lege Continuitatis*, & alibi. Intervallum quodcunque finitum erit, & divisibile utique in infinitum per interpositionem aliorum, atque aliorum punctorum, quæ tamen singula, ubi fuerint posita, finita itidem erunt, & aliis pluribus, finitis tamen itidem, ubi extiterint, locum relinquent, ut infinitum sit tantummodo in possibilibus, non autem in existentibus, in quibus possibilibus ipsis omnem possibilium seriem idcirco ego appellare soleo constantem terminis finitis in infinitum, quod quæcunque, quæ existant, finita esse debeant, sed nullus sit existentium finitus numerus ita ingens, ut alii, & alii majores, sed itidem finiti, haberi non possint, atque id sine ullo limite, qui nequeat præteriri. Hoc autem pacto, sublato ex existentibus omni actuali infinito, innumeræ sane difficultates auferentur.

Et ad excludendum continuum extensum, & infinitum in existentibus.

91. Cum igitur & positivo argumento, a lege virium positive demonstrata desumpto, simplicitas, & inextensio primorum materiæ elementorum deducatur, & tam multis aliis vel indiciis fulciatur, vel emolumentis inde derivatis confirmetur; ipsa itidem admitti jam debet, ac supererit quærendum illud tantummodo, utrum hæc elementa homogenea censeri debeant, & inter se prorsus similia, ut ea initio assumpsimus, an vero heterogenea, ac dissimilia.

Inextensionem admitti oportere: quærendum de homogeneitate.

92. Pro homogeneitate primorum materiæ elementorum illud est quoddam veluti principium, quod in simplicitate, & inextensione conveniant, ac etiam vires quasdam habeant utique omnia. Deinde curvam ipsam virium eandem esse omnino in omnibus illud indicat, vel etiam evincit, quod primum crus repulsivum impenetrabilitatem secum trahens, & postremum attractivum gravitatem definiens, omnino communia in omnibus sint: nam corpora omnia æque impenetrabilia sunt, & vero etiam æque gravia pro quantitate materiæ suæ, uti satis

Homogeneitatem suaderi ab homogeneitate primi, & ultimi asymptotici cruris pro punctis omnibus.

evincit æqualis velocitas auri, & plumæ cadentis in Boyliano recipiente. Si reliquus curvæ arcus intermedius esset difformis in diversis materiæ punctis; infinities probabilius esset, difformitatem extendi etiam ad crus primum, & ultimum, cum infinities plures sint curvæ, quæ, cum in reliquis different partibus, different plurimum etiam in hisce extremis, quam quæ in hisce extremis tantummodo tam arcte consentiant. Et hoc quidem argumento illud etiam colligitur, curvam virium in quavis directione ab eodem primo materiæ elemento, nimirum ab eodem materiæ puncto eandem esse, cum & primum impenetrabilitatis, & postremum gravitatis crus pro omnibus directionibus sit ad sensum idem. Cum primum in dissertatione *De Viribus Vivis* hanc Theoriam protuli, suspicabar diversitatem legis virium respondentis diversis directionibus; sed hoc argumento ad majorem simplicitatem, & uniformitatem deinde adductus sum. Diversitas autem legum virium pro diversis particulis, & pro diversis respectu ejusdem particulæ directionibus, habetur utique ex diverso numero, & positione punctorum eam componentium, qua de re inferius aliquid.

Nihil contra deduci ex principio indiscernibilium, & rationis sufficientis.

93. Nec vero huic homogeneitati opponitur inductionis principium, quo ipsam Leibnitiani oppugnare solent, nec principium rationis sufficientis, atque indiscernibilium, quod superius innui numero 3. Infinitam Divini Conditoris mentem, ego quidem omnino arbitror, quod & tam multi Philosophi censuerunt, ejusmodi perspicacitatem habere, atque intuitionem quandam, ut ipsam etiam, quam individuationem appellant, omnino similium individuorum cognoscat, atque illa inter se omnino discernat. Rationis autem sufficientis principium falsum omnino esse censeo, ac ejusmodi, ut omnem veræ libertatis ideam omnino tollat; nisi pro ratione, ubi agitur de voluntatis determinatione, ipsum liberum arbitrium, ipsa libera determinatio assumatur, quod nisi fiat in voluntate divina, quæcunque existunt, necessario existunt, & quæcunque non existunt, ne possibilia quidem erunt, vera aliqua possibilitate, uti facile admodum demonstratur; quod tamen si semel admittatur, mirum sane, quam prona demum ad fatalem necessitatem patebit via. Quamobrem potest divina voluntas determinari ex solo arbitrio suo ad creandum hoc individuum potius, quam illud ex omnibus omnino similibus, & ad ponendum quodlibet ex iis potius eo loco, quo ponit, quam loco alterius. Sed de rationis sufficientis principio hæc ipsa fusius pertractavi tum in aliis locis pluribus, tum in Stayanis Supplementis, ubi etiam illud ostendi, id principium nullum habere usum posse in iis ipsis casibus, in quibus adhibetur, & prædicari solet tantopere, atque id idcirco, quod nobis non innotescant rationes omnes, quas tamen oporteret utique omnes nosse ad hoc, ut eo principio uti possemus, affirmando, nullam esse rationem sufficientem pro hoc potius, quam pro illo

alio:

alio: sane in exemplo illo ipso, quod adhiberi solet, Archimedis hoc principio æquilibrium determinantis, ibidem ostendi, ex ignoratione causarum, sive rationum, quæ postea detectæ sunt, ipsum in suæ investigationis progressu errasse plurimum, deducendo per abusum ejus principii sphæricam figuram marium, ac Telluris.

94. Accedit & illud, quod illa puncta materiæ, licet essent prorsus similia in simplicitate, & extensione, ac mensura virium pendentium a distantia, possent alias habere proprietates metaphysicas diversas inter se, nobis ignotas, quæ ipsa etiam apud ipsos Leibnitianos discriminarent.

Posse etiam puncta convenire in iis, differre in aliis.

95. Quod autem attinet ad inductionem, quam Leibnitiani desumunt a dissimilitudine, quam observamus in rebus omnibus, cum nimirum nusquam ex. gr. in amplissima silva reperire sit duo folia prorsus similia; ea sane me nihil movet; cum nimirum illud discrimen sit proprietas relativa ad rationem aggregati, & nostros sensus, quos singula materiæ elementa non afficiunt vi sufficiente ad excitandam in animo ideam, nisi multa sint simul, & in molem majorem excrescant. Porro scimus utique combinationes ejusdem numeri terminorum in immensum excrescere, si ille ipse numerus sit aliquanto major. Solis 24 litterulis Alphabeti diversimode combinatis formantur voces omnes, quibus huc usque usa sunt omnia idiomata, quæ extiterunt, & quibus omnia illa, quæ possunt existere, uti possunt. Quid si numerus earum existeret tanto major, quanto major est numerus punctorum materiæ in quavis massa sensibili? Quod ibi diversus est litterarum diversarum ordo, id in punctis etiam prorsus homogeneis sunt positiones, & distantiæ, quibus variatis, variatur utique forma, & vis, qua sensus afficitur in aggregatis. Quanto major est numerus combinationum diversarum possibilium in massis sensibilibus, quam earum massarum, quas possumus observare, & inter se conferre (qui quidem ob distantias, & directiones in infinitum variabiles præscindendo ab æquilibrio virium, est infinitus, cum ipso æquilibrio est immensus); tanto major est improbabilitas duarum massarum omnino similium, quam omnium aliquantisper saltem inter se dissimilium.

Non valere hic principium inductionis a massis: eas differre ex diversis combinationibus.

96. Et quidem accedit illud etiam, quod alicujus dissimilitudinis in aggregatis physicam quoque rationem cernimus in iis etiam casibus, in quibus maxime inter se similia esse deberent. Cum enim mutuæ vires ad distantias quascunque pertineant; status uniuscujusque puncti pendebit saltem aliquantisper a statu omnium aliorum punctorum, quæ sunt in Mundo. Porro utcunque puncta quædam sint parum a se invicem remota, uti sunt duo folia in eadem silva, & multo magis in eodem ramo; adhuc tamen non eandem prorsus relationem distantiæ, & virium habent ad reliqua omnia materiæ puncta, quæ

Physica ratio discriminis in pluribus massis ut in foliis.

sunt in Mundo, cum non eundem prorsus locum obtineant: & inde jam in aggregato discrimen aliquod oriri debet, quod perfectam similitudinem omnino impediat. Sed illud eam inducit magis, quod quæ maxime conferunt ad ejusmodi dispositionem, necessario respectu diversarum frondium diversa non nihil esse debeant. Omissa ipsa earum forma in semine, solares radii, humoris ad nutritionem necessarii quantitas, distantia, a qua debet is progredi, ut ad locum suum deveniat, aura ipsa, & agitatio inde orta, non sunt omnino similia, sed diversitatem aliquam habent, ex qua diversitas in massas inde efformatas redundat.

Similitudine qualicunque in aliquibus magis probari homogenitatem, quam dissimilitudine heterogeneitatem.

97. Patet igitur, varietatem illam a numero pendere combinationum possibilium in numero punctorum necessario ad sensationem, & circumstantiarum, quæ ad formationem massæ sunt necessariæ, adeoque ejusmodi inductionem extendi ad elementa non posse. Quin immo illa tanta similitudo, quæ cum exigua dissimilitudine commixta invenitur in tam multis corporibus, indicat potius similitudinem ingentem in elementis. Nam ob tantum possibilium combinationum numerum, massæ elementorum etiam penitus homogeneorum debent a se invicem differre plurimum, adeoque si elementa heterogenea sint, in immensum majorem debent habere dissimilitudinem, quam ipsa prima elementa, ex quibus idcirco nullæ massæ, ne tantillum quidem, similes provenire deberent. Cum elementa multo minus dissimilia esse debeant, quam aggregata elementorum, multo magis ad elementorum homogeneitatem valere debet illa quæcunque similitudo, quam in corporibus observamus, potissimum in tam multis, quæ ad eandem pertinent speciem, quam ad heterogeneitatem eorundem tam exiguum illud discrimen, quod in aliis tam multis observatur. Rem autem penitus conficit illa tanta similitudo, qua superius usi sumus, in primo crure exhibente impenetrabilitatem, & in postremo exhibente gravitatem generalem, quæ crura cum ob hasce proprietates corporibus omnibus adeo generales, adeo inter se in omnibus similia sint, etiam reliqui arcus curvæ exprimentis vires omnimodam similitudinem indicant pro corporibus itidem omnibus.

Homogeneitatem ab analysi Naturæ insinuari: exemplum a libris, litteris, punctulis.

98. Superest, quod ad hanc rem pertinet, illud unum iterum hic monendum, quod ipsum etiam initio hujus Operis innui, ipsam Naturam, & ipsum analyseos ordinem nos ducere ad simplicitatem & homogeneitatem elementorum, cum nimirum, quo analysis promovetur magis, eo ad pauciora, & inter se minus discrepantia principia deveniatur, uti patet in resolutionibus Chemicis. Quam quidem rem ipsum litterarum, & vocum exemplum multo melius animo sistet. Fieri utique possent nigricantes litteræ, non ductu atramenti continuo, sed punctulis rotundis nigricantibus, & ita parum a se invicem remotis, ut intervalla non nisi ope microscopii discerni possent, & quidem ipsæ litterarum formæ pro typis fieri pos-

sent

sent ex ejusmodi rotundis sibi proximis cuspidibus constantes. Concipiatur ingens quædam bibliotheca, cujus omnes libri constent litteris impressis, ac sit incredibilis in ea multitudo librorum conscriptorum linguis variis, in quibus omnibus forma characterum sit eadem. Si quis scripturæ hujusmodi, & linguarum ignarus circa ejusmodi libros, quos omnes a se invicem discrepantes intueretur, observationem institueret cum diligenti contemplatione; primo quidem inveniret vocum farraginem quandam, quæ voces in quibusdam libris occurrerent sæpe, cum eædem in aliis nusquam apparerent, & inde lexica posset quædam componere totidem numero, quot idiomata sunt, in quibus singulis omnes ejusdem idiomatis voces reperirentur, quæ quidem numero admodum pauca essent, discrimine illo ingenti tot, tam variorum librorum redacto ad illud usque adeo minus discrimen, quod contineretur lexicis illis, & haberetur in vocibus ipsa lexica constituentibus. At inquisitione promota, facile adverteret, omnes illas tam varias voces constare ex 24 tantummodo diversis litteris, discrimen aliquod inter se habentibus in ductu linearum, quibus formantur, quarum combinatio diversa pareret omnes illas voces tam varias, ut earum combinatio libros efformaret usque adeo magis a se invicem discrepantes. Et ille quidem si aliud quodcunque sine microscopio examen institueret, nullum aliud inveniret magis adhuc simile elementorum genus, ex quibus diversa ratione combinatis orirentur ipsæ litteræ; at microscopio arrepto, intueretur utique illam ipsam litterarum compositionem e punctis illis rotundis prorsus homogeneis, quorum sola diversa positio, ac distributio litteras exhiberet.

99. Hæc mihi quædam imago videtur esse eorum, quæ cernimus in Natura. Tam multi, tam varii illi libri corpora sunt, & quæ ad diversa pertinent regna, sunt tanquam diversis conscripta linguis. Horum omnium Chemica analysis principia quædam invenit minus inter se difformia, quam sint libri, nimirum voces. Hæ tamen ipsæ inter se habent discrimen aliquod, ut tam multas oleorum, terrarum, salium species eruit Chemica analysis e diversis corporibus. Ulterior analysis harum, veluti vocum, litteras minus adhuc inter se difformes inveniret, & ultima juxta Theoriam meam deveniret ad homogenea punctula, quæ ut illi circuli nigri litteras, ita ipsa diversas diversorum corporum particulas per solam dispositionem diversam efformarent: usque adeo analogia ex ipsa Naturæ consideratione derivata non ad difformitatem, sed ad conformitatem elementorum nos ducit. Applicatio exempli ad Naturæ analysim.

100. Atque hoc demum pacto ex principiis certis, & vulgo receptis, per legitimam consectariorum seriem devenimus ad omnem illam, quam initio proposui, Theoriam, nimirum ad legem virium mutuarum, & ad constitutionem primorum materiæ elementorum ex illa ipsa virium lege derivatorum. Transitus a probatione Theoriæ, ad objectiones.

Viden-

Videndum jam superest, quam uberes inde fructus per universam late Physicam colligantur, explicatis per eam unam præcipuis corporum proprietatibus, & Naturæ phænomenis. Sed antequam id aggredior, præcipuas quasdam e difficultatibus, quæ contra Theoriam ipsam vel objectæ jam sunt, vel in oculos etiam sponte incurrunt, dissolvam, uti promisi.

Legem virium non inducere actionem in distans, nec esse occultam qualitatem.

101. Contra vires mutuas illud solent objicere, illas esse occultas quasdam qualitates, vel etiam actionem in distans inducere. His satisfit notione virium exhibita numero 8, & 9. Illud unum præterea hic addo, admodum manifestas eas esse, quarum idea admodum facile efformatur, quarum existentia positivo argumento evincitur, quarum effectus multiplices continuo oculis obversantur. Sunt autem ejusmodi hæ vires. Determinationis ad accessum, vel recessum idea efformatur admodum facile. Constat omnibus, quid sit accedere, quid recedere; constat, quid sit esse indifferens, quid determinatum; adeoque & determinationis ad accessum, vel recessum habetur idea admodum sane distincta. Argumenta itidem positiva, quæ ipsius ejusmodi determinationis existentiam probant, superius prolata sunt. Demum etiam motus varii, qui ab ejusmodi viribus oriuntur, ut ubi corpus quoddam incurrit in aliud corpus, ubi partem solidi arreptam pars alia sequitur, ubi vaporum, vel elastrorum particulæ se invicem repellunt, ubi gravia descendunt, hi motus, inquam, quotidie incurrunt in oculos. Patet itidem saltem in genere forma curvæ ejusmodi vires exprimentis. Hæc omnia non occultam, sed patentem reddunt ejusmodi virium legem.

Quid adhuc lateat: admittendam omnino: quo pacto evitetur hic actio in distans.

102. Sunt quidem adhuc quædam, quæ ad eam pertinent, prorsus incognita, uti est numerus, & distantia intersectionum curvæ cum axe, forma arcuum intermediorum, atque alia ejusmodi, quæ quidem longe superant humanum captum, & quæ ille solus habuit omnia simul præ oculis, qui Mundum condidit; sed id omnino nil officit. Nec sane id ipsum in causa esse debet, ut non admittatur illud, cujus existentiam novimus, & cujus proprietates plures, & effectus deprehendimus; licet alia multa nobis incognita eodem pertinentia supersint. Sic aurum incognitam, occultamque substantiam nemo appellarit, & multo minus ejusdem existentiam negabit idcirco, quod admodum probabile sit, plures alias latere ipsius proprietates, olim forte detegendas, uti aliæ tam multæ subinde detectæ sunt, & quia non patet oculis, qui sit particularum ipsum componentium textus, quid, & qua ratione Natura ad ejus compositionem adhibeat. Quod autem pertinet ad actionem in distans, id abunde ibidem prævenimus, cum inde pateat fieri posse, ut punctum quodvis in se ipsum agat, & ad actionis directionem, ac energiam determinetur ab altero puncto, vel ut Deus juxta liberam sibi legem a se in Natura condenda stabilitam motum progignat in utroque puncto.

cto. Illud ſane mihi eſt evidens, nihilo magis occultam eſſe, vel explicatu, & captu difficilem productionem motus per haſce vires pendentes a certis diſtantiis, quam ſit productio motus vulgo concepta per immediatum impulſum, ubi ad motum determinat impenetrabilitas, quæ itidem vel a corporum natura, vel a libera conditoris lege repeti debet.

103. Et quidem hoc potius pacto, quam per impulſionem, in motuum cauſas, & leges inquirendum eſſe, illud etiam ſatis indicat, quod ubi huc uſque, impulſione omiſſa, vires adhibitæ ſunt a diſtantiis pendentes, ibi ſane tantummodo accurate definita ſunt omnia, atque determinata, & ad calculum redacta cum phænomenis congruunt ultra, quam ſperare liceret, accuratiſſime. Ego quidem ejuſmodi in explicando, ac determinando felicitatem nuſquam alibi video in univerſa Phyſica, niſi tantummodo in Aſtronomia mechanica, quæ abjectis vorticibus, atque omni impulſione ſubmota, per gravitatem generalem abſolvit omnia, ac in Theoria luminis, & colorum, in quibus per vires in aliqua diſtantia agentes, & reflexionem, & refractionem, & diffractionem Newtonus expoſuit, ac priorum duarum potiſſimum leges omnes per calculum, & Geometriam determinavit, & ubi illa etiam, quæ ad diverſas vices facilioris tranſmiſſus, & facilioris reflexionis, quas Phyſici paſſim relinquunt fere intactas, ac alia multa admodum feliciter determinantur, explicanturque, quod & ego præſtiti in diſſertatione *de Lumine*, & præſtabo hic in tertia parte; cum in ceteris Phyſicæ partibus plerumque explicationes habeantur ſubſidiariis quibuſdam principiis innixæ, & vagæ admodum. Unde jam illud conjectare licet, ſi ab impulſione immediata penitus recedatur, & ſibi conſtans ubique adhibeatur in Natura agendi ratio a diſtantiis pendens, multo ſane facilius, & certius explicatum iri cetera; quod quidem mihi omnino ſucceſſit, ut patebit inferius, ubi Theoriam ipſam applicavero ad Naturam.

Sine impulſione melius explicatam eſſe hucuſque Naturam, & melius explicandam impoſterum.

104. Solent & illud objicere, in hac potiſſimum Theoria virium committi ſaltum illum, ad quem evitandum ea inprimis admittitur: fieri enim tranſitum ab attractionibus ad repulſiones per ſaltum, ubi nimirum a minima ultima repulſione ad minimam primam attractionem tranſitur. At iſti continuitatis naturam, quam ſupra expoſuimus, nequaquam intelligunt. Saltus, cui evitando Theoria inducitur, in eo conſiſtit, quod ab una magnitudine ad aliam eatur ſine tranſitu per intermedias. Id quidem non accidit in caſu expoſito. Aſſumatur quæcunque vis repulſiva utcunque parva; tum quæcunque vis attractiva. Inter eas intercedunt omnes vires repulſivæ minores uſque ad *zero*, in quo habetur determinatio ad conſervandum præcedentem ſtatum quietis, vel motus uniformis in directum; tum omnes vires attractivæ a *zero*

Non fieri ſaltum in tranſitu a vi attractiva ad repulſivam.

ro

ro usque ad eam determinatam vim, & omnino nullus erit ex hisce omnibus intermediis statibus, quem aliquando non sint habitura puncta, quæ a repulsione abeunt ad attractionem. Id ipsum facile erit contemplari in fig. 1, in qua a vi repulsiva *b r* ad attractionem *d b* itur utique continuo motu puncti *b* ad *d* transeundo per omnes intermedias, & per ipsum *zero* in E, sine ullo saltu; cum ordinata in eo motu habitura sit omnes magnitudines minores priore *b r* usque ad *zero* in E; tum omnes oppositas majores usque ad posteriorem *d b*. Qui in ea veluti imagine mentis oculos defigat, is omnem apparentem difficultatem videbit plane sibi penitus evanescere.

Fig. 1.

Nullum esse postremum attractionis, & primum repulsionis gradum, qui si essent, adhuc transiri per omnes intermedios.

105. Quod autem additur de postremo repulsionis gradu, & primo attractionis, nihil sane probaret, quando etiam essent aliqui ii gradus postremi, & primi; nam ab altero eorum transiretur ad alterum per intermedium illud *zero*, & ex eo ipso, quod illi essent postremus, ac primus, nihil omitteretur intermedium, quæ tamen sola intermedii omissio continuitatis legem evertit, & saltum inducit. Sed nec habetur ullus gradus postremus, aut primus, sicut nulla ibi est ordinata postrema, aut prima, nulla lineola omnium minima. Data quacunque lineola utcunque exigua, aliæ illa breviores habentur minores, ac minores in infinitum sine ulla ultima, in quo ipso stat, uti supra etiam monuimus, continuitatis natura. Quamobrem qui primum, aut ultimum sibi confingit in lineola, in vi, in celeritatis gradu, in tempusculo, is naturam continuitatis ignorat, quam supra hic innui, & quam ego idcirco initio meæ dissertationis *De Lege continuitatis* abunde exposui.

Objectio ab apparenti compositione curvæ, & duobus virium generibus.

106. Videri potest cuipiam saltem illud, ejusmodi legem virium, & curvam, quam in fig. 1 protuli, esse nimium complicatam, compositam, & irregularem, quæ nimirum coalescat ex ingenti numero arcuum jam attractivorum, jam repulsivorum, qui inter se nullo pacto cohæreant; rem eo redire, ubi erat olim, cum apud Peripateticos pro singulis proprietatibus corporum singulæ qualitates distinctæ, & pro diversis speciebus diversæ formæ substantiales confingebantur ad arbitrium. Sunt autem, qui & illud addant, repulsionem, & attractionem esse virium genera inter se diversa; satius esse, alteram tantummodo adhibere, & repulsionem explicare tantummodo per attractionem minorem.

Responsio: vim repulsivam positive demonstrari præter attractionem.

107. Inprimis quod ad hoc postremum pertinet, satis patet, per positivam meæ Theoriæ probationem immediate evinci repulsionem ita, ut a minore attractione repeti omnino non possit; nam duæ materiæ particulæ si etiam solæ in Mundo essent, & ad se invicem cum aliqua velocitatum inæqualitate accederent, deberent utique ante contactum ad æqualitatem devenire vi, quæ a nulla attractione pendere posset.

Hinc nihil obstare, si di-

108. Deinde vero quod pertinet ad duas diversas species attractionis, & repulsionis; id quidem licet ita se haberet, nihil

hil sane obesset, cum positivo argumento evincatur & repulsio, & attractio, uti vidimus; at id ipsum est omnino falsum. Utraque vis ad eandem pertinet speciem, cum altera respectu alterius negativa sit, & negativa a positivis specie non differant. Alteram negativam esse respectu alterius, patet inde, quod tantummodo differant in directione, quæ in altera est prorsus opposita directioni alterius; in altera enim habetur determinatio ad accessum, in altera ad recessum, & uti recessus, & accessus sunt positivum, ac negativum; ita sunt pariter & determinationes ad ipsos. Quod autem negativum, & positivum ad eandem pertineant speciem, id sane patet vel ex eo principio: *magis, & minus non differunt specie*. Nam a positivo per continuam subtractionem, nimirum diminutionem, habentur prius minora positiva, tum *zero*, ac demum negativa, continuando subtractionem eandem.

versi sint generis: sed esse ejusdem, uti sunt positiva, & negativa.

109. Id facile patet exemplis solitis. Eat aliquis contra fluvii directionem versus locum aliquem superiori alveo proximum, & singulis minutis perficiat remis, vel vento 100 hexapedas, dum a cursu fluvii retroagitur per hexapedas 40; is habet progressum hexapedarum 60 singulis minutis. Crescat autem continuo impetus fluvii ita, ut retroagatur per 50, tum per 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120 &c. Is progredietur per 50, 40, 30, 20, 10, nihil; tum regredietur per 10, 20, quæ erunt negativa priorum; nam erat prius $100 - 50$, $100 - 60$, $100 - 70$, $100 - 80$, $100 - 90$, tum $100 - 100 = 0$, $100 - 110 = -10$, $100 - 120 = -20$, & ita porro. Continua imminutione, sive subtractione itum est a positivis in negativa, a progressu ad regressum, in quibus idcirco eadem species mansit, non duæ diversæ.

Probatio hujus a progressu, & regressu in fluvio.

110. Idem autem & algebraicis formulis, & geometricis lineis satis manifeste ostenditur. Sit formula $10 - x$, & pro x ponantur valores 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 &c.; valor formulæ exhibebit 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2 &c., quod eodem redit, ubi erat superius in progressu, & regressu, qui exprimerentur simul per formulam $10 - x$. Eadem illa formula per continuam mutationem valoris x migrat e valore positivo in negativum, qui æque ad eandem formulam pertinent. Eodem pacto in Geometria in fig. 11, si duæ lineæ MN, OP referantur invicem per ordinatas AB, CD &c parallelas inter se, secent autem se in E; continuo motu ipsius ordinatæ a positivo abitur in negativum, mutata directione AB, CD, quæ hic habentur pro positivis, in FG, HI, post evanescentiam in E. Ad eandem lineam continuam OEP æque pertinet omnis ea ordinatarum series, nec est altera linea, alter locus geometricus OE, ubi ordinatæ sunt positivæ, ac EP, ubi sunt negativæ. Jam vero variabilis quantitatis cujusvis natura, & lex plerumque per formulam aliquam analyticam, semper per ordinatas ad lineam aliquam exprimi potest; si

Probatio ex Algebra, & Geometria: applicatio ad omnes quantitates variabiles.

Fig. 11.

enim singulis ejus statibus ducatur perpendicularis respondens; vertices omnium ejusmodi perpendicularium erunt utique ad lineam quandam continuam. Si ea linea nusquam ad alteram abeat axis partem, si ea formula nullum valorem negativum habeat; illa etiam quantitas semper positiva manebit. Sed si mutet latus linea, vel formula valoris signum; ipsa illa quantitas debebit itidem ejusmodi mutationem habere. Ut autem a formulæ, vel lineæ exprimentis natura, & positione respectu axis mutatio pendet; ita mutatio eadem a natura quantitatis illius pendebit; & ut nec duæ formulæ, nec duæ lineæ speciei diversæ sunt, quæ positiva exhibent, & negativa; ita nec in ea quantitate duæ erunt naturæ, duæ species, quarum altera exhibeat positiva, altera negativa, ut altera progressus, altera regressus; altera accessus, altera recessus; & hic altera attractiones, altera repulsiones exhibeat; sed eadem erit, unica, & ad eandem pertinens quantitatis speciem tota.

An habeatur transitus e positivis in negativa; investigatio ex sola curvarum natura.

111. Quin immo hic locum habet argumentum quoddam, quo usus sum in dissertatione *De Lege Continuitatis*, quo nimirum Theoria virium attractivarum, & repulsivarum pro diversis distantiis, multo magis rationi consentanea evincitur, quam Theoria virium tantummodo attractivarum, vel tantummodo repulsivarum. Fingamus illud, nos ignorare penitus, quodnam virium genus in Natura existat, an tantummodo attractivarum, vel repulsivarum tantummodo, an utrumque simul: hac sane ratiocinatione ad eam perquisitionem uti liceret. Erit utique aliqua linea continua, quæ per suas ordinatas ad axem exprimentem distantias, vires ipsas determinabit, & prout ipsa axem secuerit, vel non secuerit; vires erunt alibi attractivæ, alibi repulsivæ; vel ubique attractivæ tantum, aut repulsivæ tantum. Videndum igitur, an sit rationi consentaneum magis, lineam ejus naturæ, & positionis censere, ut axem alicubi secet, an ut non secet.

Transitum deduci ex eo, quod plures sint curvæ, quas recte secent, quam eæ, quas non secent.

112. Inter rectas axem rectilineum unica parallela ducta per quodvis datum punctum non secat, omnes aliæ numero infinitæ secant alicubi. Curvarum nulla est, quam infinitæ numero rectæ secare non possint; & licet aliquæ curvæ ejus naturæ sint, ut eas aliquæ rectæ non secent; tamen & eas ipsas aliæ infinitæ numero rectæ secant, & infinitæ numero curvæ, quod Geometriæ sublimioris peritis est notissimum, sunt ejus naturæ, ut nulla prorsus sit recta linea, a qua possint non secari. Hujusmodi ex. gr. est parabola illa, cujus ordinatæ sunt in ratione triplicata abscissarum. Quare infinitæ numero curvæ sunt, & infinitæ numero rectæ, quæ sectionem necessario habeant, pro quavis recta, quæ non habeat, & nulla est curva, quæ sectionem cum axe habere non possit. Ergo inter casus possibiles multo plures sunt ii, qui sectionem admittant, quam qui ea careant; adeoque seclusis rationibus aliis omnibus, & sola casuum probabilitate, & rei

natu-

natura abstracte considerata, multo magis rationi consentaneum est, censere lineam illam, quæ vires exprimat, esse unam ex iis, quæ axem secant, quam ex iis, quæ non secant, adeoque & ejusmodi esse virium legem, ut attractiones, & repulsiones exhibeat simul pro diversis distantiis, quam ut alteras tantummodo referat; usque adeo rei natura considerata non solam attractionem, vel solam repulsionem, sed utramque nobis objicit simul.

113. Sed eodem argumento licet ulterius quoque progredi, & primum etiam difficultatis caput amovere, quod a sectionum, & idcirco etiam arcuum jam attractivorum, jam repulsivorum multiplicitate desumitur. Curvas lineas Geometræ in quasdam classes dividunt ope analyseos, quæ earum naturam exprimit per illas, quas Analystæ appellant, æquationes, & quæ ad varios gradus ascendunt. Æquationes primi gradus exprimunt rectas; æquationes secundi gradus curvas primi generis; æquationes tertii gradus curvas secundi generis, atque ita porro; & sunt curvæ, quæ omnes gradus transcendunt finitæ Algebræ, & quæ idcirco dicuntur transcendentes. Porro illud demonstrant Geometræ in Analysi ad Geometriam applicata, lineas, quæ exprimuntur per æquationem primi gradus, posse secari a recta in unico puncto; quæ æquationem habent gradus secundi, tertii, & ita porro, secari posse a recta in punctis duobus, tribus, & ita porro: unde fit, ut curva noni, vel nonagesimi noni generis secari possit a recta in punctis decem, vel centum. Ulterior perquisitio: curvarum genera: quo altiores, eo in pluribus punctis secabiles a recta.

114. Jam vero curvæ primi generis sunt tantummodo tres conicæ sectiones, ellipsis, parabola, hyperbola, adnumerato ellipsibus etiam circulo, quæ quidem veteribus quoque Geometris innotuerunt. Curvas secundi generis enumeravit Newtonus omnium primus, & sunt circiter octoginta; curvarum generis tertii nemo adhuc numerum exhibuit accuratum, & mirum sane, quantus sit is ipse illarum numerus. Sed quo altius assurgit curvæ genus, eo plures in eo genere sunt curvæ, progressione ita in immensum crescente, ut ubi aliquanto altius ascenderit genus ipsum, numerus curvarum omnem superet humanæ imaginationis vim. Idem nimirum ibi accidit, quod in combinationibus terminorum, de quibus supra mentionem fecimus, ubi diximus a 24 litterulis omnes exhiberi voces linguarum omnium, & quæ fuerunt, aut sunt, & quæ esse possunt. Quo altiores, eo itidem in immensum plures in eodem genere.

115. Inde jam pronum est argumentationem hujusmodi instituere. Numerus linearum, quæ axem secare possint in punctis quamplurimis, est in immensum major earum numero, quæ non possint, nisi in paucis, vel unico: igitur ubi agitur de linea exprimente legem virium, ei, qui nihil aliunde sciat, in immensum probabilius erit, ejusmodi lineam esse ex prio- Deductio inde plurimarum intersectionum, axis, & curvæ, exprimentis vires.

rum genere unam, quam ex genere posteriorum, adeoque ipsam virium naturam plurimos requirere transitus ab attractionibus ad repulsiones, & viceversa, quam paucos, vel nullum.

Curvam virium propositam posse esse simplicem: in quo sita sit curvarum simplicitas.

116. Sed omissa ista conjecturali argumentatione quadam, formam curvæ exprimentis vires positivo argumento a phænomenis Naturæ deducto nos supra determinavimus cum plurimis intersectionibus, quæ transitus ejusmodi quamplurimos exhibeant. Nec ejusmodi curva debet esse e pluribus arcubus temere compaginata, & compacta: diximus enim, notum esse Geometris, infinita esse curvarum genera, quæ ex ipsa natura sua debeant axem in plurimis secare punctis, adeoque & circa ipsum sinuari; sed præter hanc generalem responsionem desumptam a generali curvarum natura, in dissertatione *De Lege Virium in Natura existentium* ego quidem directe demonstravi, curvam illius ipsius formæ, cujusmodi ea est, quam in fig. 1. exhibui, simplicem esse posse, non ex arcubus diversarum curvarum compositam. Simplicem autem ejusmodi curvam affirmavi esse posse: eam enim simplicem appello, quæ tota est uniformis naturæ, quæ in Analysi exponi possit per æquationem non resolubilem in plures, e quarum multiplicatione eadem componatur, cujuscunque demum ea curva sit generis, quotcunque habeat flexus, & contorsiones. Nobis quidem altiorum generum curvæ videntur minus simplices; quia nimirum nostræ humanæ menti, uti pluribus ostendi in dissertatione *De Maris Æstu*, & in Stayanis Supplementis, recta linea videtur omnium simplicissima, cujus congruentiam in superpositione intuemur mentis oculis evidentissime, & ex qua una omnem nos homines nostram derivamus Geometriam; ac idcirco, quæ lineæ a recta recedunt magis, & discrepant, illas habemus pro compositis, & magis ab ea simplicitate, quam nobis confinximus, recedentibus. At vero lineæ continuæ, & uniformis naturæ omnes in se ipsis sunt æque simplices; & aliud mentium genus, quod cujuspiam ex ipsis proprietatem aliquam æque evidenter intueretur, ac nos intuemur congruentiam rectarum, illas maxime simplices esse crederet curvas lineas, ex illa earum proprietate longe alterius Geometriæ sibi elementa conficeret, & ad illam ceteras referret lineas, ut nos ad rectam referimus; quæ quidem mentes si aliquam ex. gr. parabolæ proprietatem intime perspicerent, atque intuerentur, non illud quærerent, quod nostri Geometræ quærunt, ut parabolam rectificarent, sed, si ita loqui fas est, ut rectam parabolarent.

Problema continens naturam curvæ analytice exprimendam.

117. Et quidem analyseos ipsius profundiorem cognitionem requirit ipsa investigatio æquationis, qua possit exprimi curva ejus formæ, quæ meam exhibet virium legem. Quamobrem hic tantummodo exponam conditiones, quas ipsa curva habere debet, & quibus æquatio ibi inventa satis facere de-

debeat. (c) Continetur autem id ipsum num. 75, illius dissertationis, ubi habetur hujusmodi Problema: *Invenire naturam curvæ, cujus abscissis exprimentibus distantias, ordinatæ exprimant vires, mutatis distantiis utcunque mutatas, & in datis quotcunque limitibus transeuntes e repulsivis in attractivas, ac ex attractivis in repulsivas, in minimis autem distantiis repulsivas, & ita crescentes, ut sint pares extinguendæ cuicunque velocitati utcunque magnæ.* Proposito problemate illud addo: *quoniam posuimus* mutatis distantiis utcunque mutatas, *complectitur propositio etiam rationem, quæ ad rationem reciprocam duplicatam distantiarum accedat, quantum libuerit, in quibusdam satis magnis distantiis.*

118. His propositis numero illo 75, sequenti numero propono sequentes sex conditiones, quæ requirantur, & sufficiant ad habendam curvam, quæ quæritur. *Primo: ut sit regularis, ac simplex, & non composita ex aggregato arcuum diversarum curvarum. Secundo: ut secet axem* C'AC *figuræ* 1. *tantum in punctis quibusdam datis ad binas distantias* AE', AE; AG', AG, *& ita porro æquales* (d) *hinc, & inde. Tertio: ut singulis abscissis respondeant singulæ ordinatæ.* (e) *Quarto: ut sumptis abscissis æqualibus hinc, & inde ab* A, *respondeant ordinatæ æquales. Quinto: ut habeant rectam* AB *pro asymptoto, area asymptotica* BAED *existente* (f) *infinita. Sexto: ut arcus binis quibuscunque intersectionibus terminati possint variari, ut libuerit, & ad quascunque distantias recedere ab axe* CAC, *ac accedere ad quoscunque quarumcunque curvarum arcus, quantum libuerit, eos secando, vel tangendo, vel osculando ubicunque, & quomodocunque libuerit.*

Conditiones ejus problematis.

Fig. 1.

119. Ve-

(c) *Qui velit ipsam rei determinationem videre, poterit hic in fine, ubi Supplementorum* §. 3. *exhibebitur solutio problematis, quæ in memorata dissertatione continetur a num.* 77. *ad* 110. *Sed & numerorum ordo, & figurarum mutabitur, ut cum reliquis hujusce operis cohæreat.*

Addetur præterea eidem §. *postremum scholium pertinens ad quæstionem agitatam ante hos aliquot annos Parisiis; an vis mutua inter materiæ particulas debeat omnino exprimi per solam aliquam distantiæ potentiam, an possit per aliquam ejus functionem; & constabit, posse utique per functionem, ut hic ego præsto, quæ uti superiore numero de curvis est dictum, est in se æque simplex etiam, ubi nobis potentias ad ejus expressionem adhibentibus videatur admodum composita.*

(d) *Id, ut & quarta conditio, requiritur, ut curva utrinque sit sui similis, quod ipsam magis uniformem reddit; quanquam de illo crure, quod est citra asymptotum AB, nihil est, quod soliciti simus; cum ob vim repulsivam imminutis distantiis ita in infinitum excrescentem, non possit abscissa distantiam exprimens unquam evadere* zero, *& abire in negativam.*

(e) *Nam singulis distantiis singulæ vires respondent.*

(f) *Id requiritur, quia in Mechanica demonstratur, aream curvæ, cujus abscissæ exprimant distantias, & ordinatæ vires, exprimere incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis: quare ut illæ vires sint pares extinguendæ velocitati cuivis utcunque magnæ, debet illa area esse omni finita major.*

Curvæ virium resolutio in attractionem gravitatis Newtonianam, & aliam quandam vim.

119. Verum quod ad multiplicitatem virium pertinet, quas diversis jam Physici nominibus appellant, illud hic etiam notari potest, si quis singulas seorsim considerare velit, licere illud etiam, hanc curvam in se unicam per resolutionem virium cogitatione nostra, atque fictione quadam, dividere in plures. Si ex. gr. quis velit considerare in materia gravitatem generalem accurate reciprocam distantiarum quadratis; poterit sane is describere ex parte attractiva hyperbolam illam, quæ habeat accurate ordinatas in ratione reciproca duplicata distantiarum, quæ quidem erit quædam velut continuatio cruris VTS, tum singulis ordinatis *ag*, *db* curvæ virium expressæ in fig. 1. adjungere ordinatas hujus novæ hyperbolæ ad partes AB incipiendo a punctis curvæ *g*, *b*, & eo pacto orietur nova quædam curva, quæ versus partes *p* V coincidet ad sensum cum axe *o* C, in reliquis locis ab eo distabit, & contorquebitur etiam circa ipsum, si vertices F, K, O distiterint ab axe magis, quam distet ibidem hyperbola illa. Tum poterit dici, puncta omnia materiæ habere gravitatem decrescentem accurate in ratione reciproca duplicata distantiarum, & simul habere vim aliam expressam ab illa nova curva: nam idem erit, concipere simul hasce binas leges virium, ac illam præcedentem unicam, & iidem effectus orientur.

Fig. 1.

Hujus posterioris vis resolutio in alias plures.

120. Eodem pacto hæc nova curva potest dividi in alias duas, vel plures, concipiendo aliam quamcunque vim, ut ut accurate servantem quasdam determinatas leges, sed simul mutando curvam jam genitam, translatis ejus punctis per intervalla æqualia ordinatis respondentibus novæ legi assumptæ. Hoc pacto habebuntur plures etiam vires diversæ, quod aliquando, ut in resolutione virium accidere diximus, inserviet ad faciliorem determinationem effectuum, & ea erit itidem vera virium resolutio quædam; sed id omne erit nostræ mentis partus quidam; nam reipsa unica lex virium habebitur, quam in fig. 1. exposui, & quæ ex omnibus ejusmodi legibus componetur.

Non obesse theoriam gravitatis; cujus lex in minimis distantiis locum non habet.

121. Quoniam autem hic mentio injecta est gravitatis decrescentis accurate in ratione reciproca duplicata distantiarum; cavendum, ne cui difficultatem aliquam pariat illud, quod apud Physicos, & potissimum apud Astronomiæ mechanicæ cultores, habetur pro comperto, gravitatem decrescere in ratione reciproca duplicata distantiarum accurate, cum in hac mea Theoria lex virium discedat plurimum ab ipsa ratione reciproca duplicata distantiarum. Inprimis in minoribus distantiis vis integra, quam in se mutuo exercent particulæ, omnino plurimum discrepat a gravitate, quæ sit in ratione reciproca duplicata distantiarum. Nam & vapores, qui tantam exercent vim ad se expandendos, repulsionem habent utique in illis minimis distantiis a se invicem, non attractionem; & ipsa attractio, quæ in cohæsione se prodit, est illa quidem in immensum major, quam quæ ex generali gravitate consequitur: cum ex ipsis Newtoni compertis attractio gravitati respondens

in

in globos homogeneos diversarum diametrorum sit in eadem ratione, in qua sunt globorum diametri, adeoque vis ejusmodi in exiguam particulam est eo minor gravitate corporum in Terram, quo minor est diameter particulæ diametro totius Terræ, adeoque penitus insensibilis. Et idcirco Newtonus aliam admisit vim pro cohæsione, quæ decrescat in ratione majore, quam sit reciproca duplicata distantiarum; & multi ex Newtonianis admiserunt vim respondentem huic formula $\frac{a}{x^3} + \frac{b}{x^2}$, cujus prior pars respectu posterioris sit in immensum minor, ubi x sit in immensum major unitate assumpta; sit vero major, ubi x sit in immensum minor, ut idcirco in satis magnis distantiis evanescente ad sensum prima parte, vis remaneat quam proxime in ratione reciproca duplicata distantiarum x, in minimis vero distantiis sit quam proxime in ratione reciproca triplicata: usque adeo ne apud Newtonianos quidem servatur omnino accurate ratio duplicata distantiarum.

122. Demonstravit quidem Newtonus, in ellipsibus planetariis, eam, quam Astronomi lineam apsidum nominant, & est axis ellipseos, habituram ingentem motum, si ratio virium a reciproca duplicata distantiarum aliquanto magis aberret, cumque ad sensum quiescant in earum orbitis apsidum lineæ, intulit, eam rationem observari omnino in gravitate. At id nequaquam evincit, accurate servari illam legem, sed solum proxime, neque inde ullum efficax argumentum contra meam Theoriam deduci potest. Nam inprimis nec omnino quiescunt illæ apsidum lineæ, sive, quod idem est, aphelia planetarum, sed motu exiguo quidem, at non insensibili prorsus, moventur etiam respectu fixarum, adeoque motu non tantummodo apparente, sed vero. Tribuitur is motus perturbationi virium ortæ ex mutua planetarum actione in se invicem; at illud utique huc usque nondum demonstratum est, illum motum accurate respondere actionibus reliquorum planetarum agentium in ratione reciproca duplicata distantiarum; neque enim adhuc sine contemptibus pluribus, & approximationibus a perfectione, & exactitudine admodum remotis solutum est problema, quod appellant, trium corporum, quo quæratur motus trium corporum in se mutuo agentium in ratione reciproca duplicata distantiarum, & utcunque projectorum, ac illæ ipsæ adhuc admodum imperfectæ solutiones, quæ prolatæ huc usque sunt, inserviunt tantummodo particularibus quibusdam casibus, ut ubi unum corpus sit maximum, & remotissimum, quemadmodum sol, reliqua duo admodum minora & inter se proxima, ut est Luna, ac Terra, vel remota admodum a majore, & inter se, ut est Jupiter, & Saturnus. Hinc nemo hucusque accuratum instituit, aut etiam instituere potuit calculum pro actione perturbativa omnium planetarum; quibus si accedat actio perturbativa cometarum, qui, nec scitur, quam multi sint, nec quam longe abeant; multo adhuc magis evidenter patebit, nullum inde confici posse argumentum pro

Ex planetarum apheliis erui eam legem quamproxime, non accurate.

pro ipsa penitus accurata ratione reciproca duplicata distantiarum.

Idem ex reliqua Astronomia: posse autem hanc legem accedere ad illam quantum libuerit.

123. Clairautius quidem in schediasmate ante aliquot annos impresso, crediderat, ex ipsis motibus lineæ apsidum Lunæ colligi sensibilem recessum a ratione reciproca duplicata distantiæ, & Eulerus in dissertatione *De Aberrationibus Jovis, & Saturni*, quæ præmium retulit ab Academia Parisiensi an. 1748, censuit, in ipso Jove, & Saturno haberi recessum admodum sensibilem ab illa ratione; sed id quidem ex calculi defectu non satis producti sibi accidisse Clairautius ipse agnovit, ac edidit; & Eulero aliquid simile fortasse accidit: nec ullum habetur positivum argumentum pro ingenti recessu gravitatis generalis a ratione duplicata distantiarum in distantia Lunæ, & multo magis in distantia planetarum. Verum nec ullum habetur argumentum positivum pro ratione ita penitus accurata, ut discrimen sensum omnem prorsus effugiat. At & si id haberetur; nihil tamen pati posset inde Theoria mea; cum arcus ille meæ curvæ postremus V T possit accedere, quantum libuerit, ad arcum illius hyperbolæ, quæ exhibet legem gravitatis reciprocam quadratorum distantiæ, ipsam tangendo, vel osculando in punctis quotcunque, & quibuscunque; adeoque ita possit accedere, ut discrimen in iis majoribus distantiis sensum omnem effugiat, & effectus nullum habeat sensibile discrimen ab effectu, qui responderet ipsi legi gravitatis; si ea accurate servaret proportionem cum quadratis distantiarum reciproce sumptis.

Difficultas a Maupertuisiana perfectione maxima Newtonianæ legis.

124. Nec vero quidquam ipsi meæ virium Theoriæ obsunt meditationes Maupertuisii, ingeniosæ illæ quidem, sed meo judicio nequaquam satis conformes Naturæ legibus circa legem virium decrescentium in ratione reciproca duplicata distantiarum, cujus ille perfectiones quasdam persequitur, ut illam, quod in hac una integri globi habeant eandem virium legem, quam singulæ particulæ. Demonstravit enim Newtonus, globos, quorum singuli paribus a centro distantiis homogenei sint, & quorum particulæ minimæ se attrahant in ratione reciproca duplicata distantiarum, se itidem attrahere in eadem ratione distantiarum reciproca duplicata. Ob hasce perfectiones hujus Theoriæ virium ipse censuit hanc legem reciprocam duplicatam distantiarum ab Auctore Naturæ selectam fuisse, quam in Natura esse vellet.

Prima responsio: nec cognosci fines omnes, & perfectiones, ac seligi etiam minus perfecta in gratiam perfectiorum.

125. At mihi quidem inprimis nec unquam placuit, nec placebit sane unquam in investigatione Naturæ causarum finalium usus, quas tantummodo ad meditationem quandam, contemplationemque, usui esse posse arbitror, ubi leges Naturæ aliunde innotuerint. Nam nec perfectiones omnes innotescere nobis possunt, qui intimas rerum naturas nequaquam inspicimus, sed externas tantummodo proprietates quasdam agnoscimus, & fines omnes, quos Naturæ Auctor sibi potuit

pro-

proponere, ac proposuit, dum Mundum conderet, videre, & nosse omnino non possumus. Quin immo cum juxta ipsos Leibnitianos inprimis, aliosque omnes defensores acerrimos principii rationis sufficientis, & Mundi perfectissimi, qui inde consequitur, multa quidem in ipso Mundo sint mala, sed Mundus ipse idcirco sit optimus, quod ratio boni ad malum in hoc, qui electus est, omnium est maxima; fieri utique poterit, ut in ea ipsius Mundi parte, quam hic, & nunc contemplamur, id, quod electum fuit, debuerit esse non illud bonum, in cujus gratiam tolerantur alia mala, sed illud malum, quod in aliorum bonorum gratiam toleratur. Quamobrem si ratio reciproca duplicata distantiarum esset omnium perfectissima pro viribus mutuis particularum, non inde utique sequeretur, eam pro Natura fuisse electam, & constitutam.

Eandem legem nec perfectam esse, nec in corporibus, non utique accurate sphæricis habere locum.

126. At nec revera perfectissima est, quin immo meo quidem judicio est omnino imperfecta, & tam ipsa, quam aliæ plurimæ leges, quæ requirunt attractionem imminutis distantiis crescentem in ratione reciproca duplicata distantiarum, ad absurda deducunt plurima, vel saltem ad inextricabiles difficultates, quod ego quidem tum alibi etiam, tum inprimis demonstravi in dissertatione *De Lege Virium in Natura existentium* a num. 59. (g) Accedit autem illud, quod illa, quæ videtur ipsi esse perfectio maxima, quod nimirum eandem sequantur legem globi integri, quam particulæ minimæ, nulli fere usui est in Natura; si res accurate ad exactitudinem absolutam exigatur; cum nulli in Natura sint accurate perfecti globi paribus a centro distantiis homogenei, nam præter non exiguam inæqualitatem interioris textus, & irregularitatem, quam ego quidem in Tellure nostra demonstravi in Opere, quod de *Litteraria Expeditione per Pontificiam ditionem* inscripsi, in reliquis autem planetis, & cometis suspicari possumus ex ipsa saltem analogia, præter scabritiem superficiei, quæ utique est aliqua, satis patet, ipsa rotatione circa proprium axem induci in omnibus compressionem aliquam, quæ ut ut exigua, exactam globositatem impedit, adeoque illam assumptam perfectionem maximam corrumpit. Accedit autem & illud, quod Newtoniana determinatio rationis reciprocæ duplicatæ distantiarum locum habet tantummodo in globis materia continua constantibus sine ullis vacuolis, qui globi in Natura non existunt, & multo minus a me admitti possunt, qui non vacuum tantummodo admitto disseminatum in materia, ut Philosophi jam sane passim, sed materiam in immenso vacuo innatantem, & punctula a se invicem remota, ex quibus, qui apparentes globi fiant, illam habere proprietatem non possunt rationis reciprocæ duplicatæ distantiarum, adeoque nec illius perfectionis creditæ maxime perfectam, absolutamque applicationem.

 127. De-

(g) *Quæ huc pertinent, & continentur novem numeris ejus Dissertationis incipiendo a 59, habentur in fine Supplem.* §. 4.

Objectio ex præjudicio pro impulsione, & ex testimonio sensuum: responsio ad hanc posteriorem.

127. Demum & illud nonnullis difficultatem parit summam in hac Theoria Virium, quod censeant, phænomena omnia per impulsionem explicari debere, & immediatum contactum, quem ipsum credant evidenti sensuum testimonio evinci: hinc hujusmodi nostras vires *immechanicas* appellant, & eas, ut & Newtonianorum generalem gravitatem, vel idcirco rejiciunt, quod mechanicæ non sint, & mechanismum, quem Newtoniana theoria labefactare cœperat, penitus evertant. Addunt autem etiam per jocum ex serio argumento petito a sensibus, baculo utendum esse ad persuadendum neganti contactum. Quod ad sensuum testimonium pertinet, exponam uberius infra, ubi de extensione agam, quæ eo in genere habeamus præjudicia, & unde; cum nimirum ipsis sensibus tribuamus id, quod nostræ ratiocinationis, atque illationis vitio est tribuendum. Satis erit hic monere illud, ubi corpus ad nostra organa satis accedat, vim repulsivam, saltem illam ultimam, debere in organorum ipsorum fibris excitare motus illos ipsos, qui excitantur in communi sententia ab impenetrabilitate, & contactu, adeoque eundem tremorem ad cerebrum propagari, & eandem excitari debere in anima perceptionem, quæ in communi sententia excitaretur; quam ob rem ab iis sensationibus, quæ in hac ipsa Theoria Virium haberentur, nullum utique argumentum desumi potest contra ipsam, quod ullam vim habeat utcunque tenuem.

Felicius explicari omnia sine impulsione: eam nusquam positive probari.

128. Quod pertinet ad explicationem phænomenorum per impulsionem immediatam, monui sane superius, quanto felicius, ea prorsus omissa, Newtonus explicarit Astronomiam, & Opticam; & patebit inferius, quanto felicius phænomena quæque præcipua sine ulla immediata impulsione explicentur. Cum iis exemplis, tum aliis, commendatur abunde ea ratio explicandi phænomena, quæ adhibet vires agentes in aliqua distantia. Ostendant isti vel unicum exemplum, in quo positive probare possint, per immediatam impulsionem communicari motum in Natura. Id sane ii præstabunt nunquam; cum oculorum testimonium ad excludendas distantias illas minimas, ad quas primum crus repulsivum pertinet, & contorsiones curvæ circa axem, quæ oculos necessario fugiunt, adhibere non possint; cum e contrario ego positivo argumento superius excluserim immediatum contactum omnem, & positive probaverim, ipsum, quem ii ubique volunt, haberi nusquam.

Vires hujus Theoriæ pertinere ad verum, nec occultum mechanismum.

129. De nominibus quidem non esset, cur solicitudinem haberem ullam; sed ut & in iis dem aliquid præjudicio cuidam, quod ex communi loquendi usu provenit, illud notandum duco, Mechanicam non utique ad solam impulsionem immediatam fuisse restrictam unquam ab iis, qui de ipsa tractarunt, sed ad liberos inprimis adhibitam contemplandos motus, qui independenter ab omni impulsione habeantur. Quæ Archimedes de æquilibrio tradidit, quæ Galilæus de libero

bero gravium descensu, ac de projectis, quæ de centralibus in circulo viribus, & oscillationis centro Hugenius, quæ Newtonus generaliter de motibus in trajectoriis quibuscunque, utique ad Mechanicam pertinent, & Wolfiana, & Euleriana, & aliorum Scriptorum Mechanica passim utique hujusmodi vires, & motus inde ortos contemplatur, qui fiant impulsione vel exclusa penitus, vel saltem mente seclusa. Ubicunque vires agant, quæ motum materiæ gignant, vel immutent, & leges expendantur, secundum quas velocitas oriatur, mutetur motus, ac motus ipse determinetur; id omne inprimis ad Mechanicam pertinet in admodum propria significatione acceptam. Quamobrem ii maxime ea ipsa propria vocum significatione abutuntur, qui impulsionem unicam ad Mechanismum pertinere arbitrantur, ad quem hæc virium genera pertinent multo magis, quæ idcirco appellari jure possunt vires *Mechanicæ*, & quidquid per illas fit, jure affirmari potest fieri per *Mechanismum*, nec vero incognitum, & occultum, sed uti supra demonstravimus, admodum patentem, & manifestum.

130. Eodem etiam pacto in omnino propria significatione usurpare licebit vocem *contactus*; licet intervallum semper remaneat aliquod; quanquam ego ad æquivocationes evitandas soleo distinguere inter contactum *Mathematicum*, in quo distantia sit prorsus nulla, & contactum *physicum*, in quo distantia sensus effugit omnes, & vis repulsiva satis magna ulteriorem accessum per nostras vires inducendum impedit. Voces ab hominibus institutæ sunt ad significandas res corporeas, & corporum proprietates, prout nostris sensibus subsunt, iis, quæ continentur infra ipsos, nihil omnino curatis. Sic planum, sic læve proprie dicitur id, in quo nihil, quod sensu percipi possit, sinuetur, nihil promineat; quanquam in communi etiam sententia nihil sit in Natura mathematice planum, vel læve. Eodem pacto & nomen *contactus* ab hominibus institutum est, ad exprimendum *physicum* illum *contactum* tantummodo, sine ulla cura *contactus mathematici*, de quo nostri sensus sententiam ferre non possunt. Atque hoc quidem pacto si adhibeantur voces in propria significatione illa, quæ ipsarum institutioni respondeat; ne a vocibus quidem ipsis huic Theoriæ virium invidiam creare poterunt ii, quibus ipsa non placet.

Discrimen inter contactum mathematicum, & physicum: hunc dici proprie contactum.

131. Atque hæc de iis, quæ contra ipsam virium legem a me propositam vel objecta sunt hactenus, vel objici possent, sint satis, ne res in infinitum excrescat. Nunc ad illa transibimus, quæ contra constitutionem elementorum materiæ inde deductam se menti offerunt, in quibus itidem, quæ maxime notatu digna sunt, persequar.

Transitus ab objectionibus contra Theoriam virium ad objectiones contra puncta.

132. Inprimis quod pertinet ad hanc constitutionem elementorum materiæ, sunt sane multi, qui nullo pacto in animum sibi possint inducere, ut admittant puncta prorsus indivisi-

Objectio ab idea puncti inextensi, qua caremus: responsio: unde

idea extensionis sit orta.

visibilia, & inextensa, quod nullam se dicant habere posse eorum ideam. At id hominum genus præjudiciis quibusdam tribuit multo plus æquo. Ideas omnes, saltem eas, quæ ad materiam pertinent, per sensus hausimus. Porro sensus nostri nunquam potuerunt percipere singula elementa, quæ nimirum vires exerunt nimis tenues ad movendas fibras, & propagandum motum ad cerebrum: massis indiguerunt, sive elementorum aggregatis, quæ ipsas impellerent collata vi. Hæc omnia aggregata constabant partibus, quarum partium extremæ sumptæ hinc, & inde, debebant a se invicem distare per aliquod intervallum, nec ita exiguum. Hinc factum est, ut nullam unquam per sensus acquirere potuerimus ideam pertinentem ad materiam, quæ simul & extensionem, & partes, ac divisibilitatem non involverit. Atque idcirco quotiescunque punctum nobis animo sistimus, nisi reflexione utamur, habemus ideam globuli cujusdam perquam exigui, sed tamen globuli rotundi, habentis binas superficies oppositas distinctas.

Ideam puncti debere acquiri per reflexionem: quomodo ejus idea negativa acquiratur.

133. Quamobrem ad concipiendum punctum indivisibile, & inextensum; non debemus consulere ideas, quas immediate per sensus hausimus; sed eam nobis debemus efformare per reflexionem. Reflexione adhibita non ita difficulter efformabimus nobis ideam ejusmodi. Nam inprimis ubi & extensionem, & partium compositionem conceperimus; si utranque negemus; jam inextensi, & indivisibilis ideam quandam nobis comparabimus per negationem illam ipsam eorum, quorum habemus ideam; uti foraminis ideam habemus utique negando existentiam illius materiæ, quæ deest in loco foraminis.

Quomodo ejus idea positiva acquiri possit per limites, & limitum intersectionem.

134. Verum & positivam quandam indivisibilis, & inextensi puncti ideam poterimus comparare nobis ope Geometriæ, & ope illius ipsius ideæ extensi continui, quam per sensus hausimus, & quam inferius ostendemus, fallacem esse, ac fontem ipsum fallaciæ ejusmodi aperiemus, quæ tamen ipsa ad indivisibilium, & inextensorum ideam nos ducet admodum claram. Concipiamus planum quoddam prorsus continuum, ut mensam, longum ex. gr. pedes duos; atque id ipsum planum concipiamus secari transversum secundum longitudinem ita, ut tamen iterum post sectionem conjungantur partes, & se contingant. Sectio illa erit utique limes inter partem dexteram, & sinistram, longus quidem pedes duos, quanta erat plani longitudo, at latitudinis omnino expers: nam ab altera parte immediate motu continuo transitur ad alteram, quæ, si illa sectio crassitudinem haberet aliquam, non esset priori contigua. Illa sectio est limes secundum crassitudinem inextensus, & indivisibilis, cui si occurrat altera sectio transversa eodem pacto indivisibilis, & inextensa; oportebit utique, intersectio utriusque in superficie plani concepti nullam omnino habeat extensionem in partem quamcumque. Id erit punctum penitus

tus

tus indivisibile, & inextensum, quod quidem punctum, translato plano, movebitur, & motu suo lineam describet, longam quidem, sed latitudinis expertem.

Natura inextensi, quod non potest esse inextenso contiguum in lineis.

135. Quo autem melius ipsius indivisibilis natura concipi possit; quærat a nobis quispiam, ut aliam faciamus ejus planæ massæ sectionem, quæ priori ita sit proxima, ut nihil prorsus inter utramque intersit. Respondebimus sane, id fieri non posse: vel enim inter novam sectionem, & veterem intercedet aliquid ejus materiæ, ex qua planum continuum constare concipimus, vel nova sectio congruet penitus cum præcedente. En quomodo ideam acquiremus etiam ejus naturæ indivisibilis illius, & inextensi, ut aliud indivisibile, & inextensum ipsi proximum sine medio intervallo non admittat, sed vel cum eo congruat, vel aliquod intervallum relinquat inter se, & ipsum. Atque hinc patebit etiam illud, non posse promoveri planum ipsum ita, ut illa sectio promoveatur tantummodo per spatium latitudinis sibi æqualis. Utcunque exiguus fuerit motus, jam ille novus sectionis locus distabit a præcedente per aliquod intervallum, cum sectio sectioni contigua esse non possit.

Eadem in punctis: idea puncti geometrici translata ad physicum, & materiale.

136. Hæc si ad concursum sectionum transferamus, habebimus utique non solum ideam puncti indivisibilis, & inextensi, sed ejusmodi naturæ puncti ipsius, ut aliud punctum sibi contiguum habere non possit, sed vel congruant, vel aliquo a se invicem intervallo distent. Et hoc pacto sibi & Geometræ ideam sui puncti indivisibilis, & inextensi, facile efformare possunt, quam quidem etiam efformant sibi ita, ut prima Euclidis definitio jam inde incipiat: *punctum est, cujus nulla pars est*. Post hujusmodi ideam acquisitam illud unum intererit inter geometricum punctum, & punctum physicum materiæ, quod hoc secundum habebit proprietates reales vis inertiæ, & virium illarum activarum, quæ cogent duo puncta ad se invicem accedere, vel a se invicem recedere, unde fiet, ut ubi satis accesserint ad organa nostrorum sensuum, possint in iis excitare motus, qui propagati ad cerebrum, perceptiones ibi eliciant in anima, quo pacto sensibilia erunt, adeoque materialia, & realia, non pure imaginaria.

Punctorum existentiam aliunde demonstrari: per ideam acquisitam ea tantum concipi.

137. En igitur per reflexionem acquisitam ideam punctorum realium, materialium, indivisibilium, inextensorum, quam inter ideas ab infantia acquisitas per sensus incassum quærimus. Idea ejusmodi non evincit eorum existentiam. Ipsam quam nobis exhibent positiva argumenta superius facta, quod nimirum, ne admittatur in collisione corporum saltus, quem & inductio, & impossibilitas binarum velocitatum diversarum habendarum omnino ipso momento, quo saltus fieret, excludunt, oportet admittere in materia vires, quæ repulsivæ sint in minimis distantiis, & iis in infinitum imminutis augeantur in infinitum; unde fit, ut duæ particulæ materiæ sibi in-

invicem contiguæ esse non possint: nam illico vi illa repulsiva resilient a se invicem, ac particula iis constans statim disrumpetur, adeoque prima materiæ elementa non constant contiguis partibus, sed indivisibilia sunt prorsus, atque simplicia, & vero etiam ob inductionem separabilitatis, ac distinctionis eorum, quæ occupant spatii divisibilis partes diversas, etiam penitus inextensa. Illa idea acquisita per reflexionem illud præstat tantummodo, ut distincte concipiamus id, quod ejusmodi rationes ostendunt existere in Natura, & quod sine reflexione, & ope illius supellectilis tantummodo, quam per sensus nobis comparavimus ab ipsa infantia, concipere omnino non liceret.

Puncta simplicia, & inextensa ab aliis quoque admissa: sed iis præstare hanc eorum theoriam.

138. Ceterum simplicium, & inextensorum notionem non ego primus in Physicam induco. Eorum ideam habuerunt veteres post Zenonem, & Leibnitiani monades suas & simplices utique volunt, & inextensas: ego cum ipsorum punctorum contiguitatem auferam, & distantias velim inter duo quælibet materiæ puncta, maximum evito scopulum, in quem utrique incurrunt, dum ex ejusmodi indivisibilibus, & inextensis continuum extensum componunt. Atque ibi quidem in eo videntur mihi peccare utrique, quod cum simplicitate, & inextensione, quam iis elementis tribuunt, commiscent ideam illam imperfectam, quam sibi compararunt per sensus, globuli cujusdam rotundi, qui binas habeat superficies a se distinctas, utcumque interrogati, an id ipsum faciant, omnino sint negaturi. Neque enim aliter possent ejusmodi simplicibus inextensis implere spatium, nisi concipiendo unum elementum in medio duorum ab altero contactum ad dexteram, ab altero ad lævam, quin ea extrema se contingant; in quo, præter contiguitatem indivisibilium, & inextensorum impossibilem, uti supra demonstravimus, quam tamen coguntur admittere, si rem altius perpenderint; videbunt sane, se ibi illam ipsam globuli inter duos globulos interjacentis ideam admiscere.

Impugnatur conciliatio extensionis formatæ ab inextensis petita ab impenetrabilitate.

139. Nec ad indivisibilitatem, & inextensionem elementorum conjungendas cum continua extensione massarum ab iis compositarum prosunt ea, quæ nonnulli ex Leibnitianorum familia proferunt, de quibus egi in una adnotatiuncula adjecta num. 13. dissertationis *De Materiæ Divisibilitate, & Principiis Corporum*, ex qua, quæ eo pertinent, huc libet transferre. Sic autem habet: *Qui dicunt, monades non compenetrari, quia natura sua impenetrabiles sunt, ii difficultatem nequaquam amovent; nam si & natura sua impenetrabiles sunt, & continuum debent componere, adeoque contigua esse; compenetrabuntur simul, & non compenetrabuntur, quod ad absurdum deducit, & ejusmodi entium impossibilitatem evincit. Ex omnimodæ inextensionis, & contiguitatis notione evincitur, compenetrari debere argumento contra Zenonistas instituto per tot sæcula, & cui nunquam satis responsum est. Ex natura, quæ in*

iis supponitur, ipsa compenetratio excluditur, adeoque habetur contradictio, & absurdum.

140. Sunt alii, quibus videri poterit, contra hæc ipsa puncta indivisibilia, & inextensa adhiberi posse inductionis principium, a quo continuitatis legem, & alias proprietates derivavimus supra, quæ nos ad hæc indivisibilia, & inextensa puncta deduxerunt. Videmus enim in materia omni, quæ se uspiam nostris objiciat sensibus, extensionem, divisibilitatem, partes; quamobrem hanc ipsam proprietatem debemus transferre ad elementa etiam per inductionis principium. Ita ii: at hanc difficultatem jam superius præoccupavimus, ubi egimus de inductionis principio. Pendet ea proprietas a ratione sensibilis, & aggregati, cum nimirum sub sensus nostros ne composita quidem, quorum moles nimis exigua sit, cadere possint. Hinc divisibilitatis, & extensionis proprietas ejusmodi est; ut ejus defectus, si habeatur alicubi is casus, ex ipsa earum natura, & sensuum nostrorum constitutione non possit cadere sub sensus ipsos, atque idcirco ad ejusmodi proprietates argumentum desumptum ab inductione nequaquam pertingit, ut nec ad sensibilitatem extenditur.

Inductionem a sensibilibus compositis, & extensis haud valere contra puncta simplicia, & inextensa.

141. Sed etiam si extenderetur, esset adhuc nostræ Theoriæ causa multo melior in eo, quod circa extensionem, & compositionem partium negativa sit. Nam eo ipso, quod continuitate admissa, continuitas elementorum legitima ratiocinatione excludatur, excludi omnino debet absolute; ubi quidem illud accidit, quod a Metaphysicis, & Geometris nonnullis animadversum est jam diu, licere aliquando demonstrare propositionem ex assumpta veritate contradictoriæ propositionis; cum enim ambæ simul veræ esse non possint, si ab altera inferatur altera, hanc posteriorem veram esse necesse est. Sic nimirum, quoniam a continuitate generaliter assumpta defectus continuitatis consequitur in materiæ elementis, & in extensione, defectum hunc haberi vel inde eruitur: nec oberit quidquam principium inductionis physicæ, quod utique non est demonstrativum, nec vim habet, nisi ubi aliunde non demonstretur, casum illum, quem inde colligere possumus, improbabilem esse tantummodo, adhuc tamen haberi, uti aliquando sunt & falsa veris probabiliora.

Per ipsam etiam exclusionem inextensi vi inductionis habitam ipsum extensum excludi.

143. Atque hic quidem, ubi de continuitate seipsam excludente mentio injecta est, notandum & illud, continuitatis legem a me admitti, & probari pro quantitatibus, quæ magnitudinem mutent, quas nimirum ab una magnitudine ad aliam censeo abire non posse, nisi transeant per intermedias, quod elementorum materiæ, quæ magnitudinem nec mutant, nec ullam habent variabilem, continuitatem non inducit, sed argumento superius facto penitus summovet. Quin etiam ego quidem continuum nullum agnosco coexistens, uti & supra monui; nam nec spatium reale mihi est ullum continuum, sed ima-

Cujusmodi continuum in hac Theoria admittatur: quid sit spatium, & tempus.

imaginarium tantummodo, de quo, uti & de tempore, quid in hac mea Theoria sentiam, satis luculenter exposui in Supplementis ad librum 1 Stayanæ Philosophiæ (h). Censeo nimirum quodvis materiæ punctum, habere binos reales existendi modos, alterum localem, alterum temporarium, qui num appellari debeant res, an tantummodo modi rei, ejusmodi litem, quam arbitror esse tantum de nomine, nihil omnino curo. Illos modos debere admitti, ibi ego quidem positive demonstro: eos natura sua immobiles esse, censeo ita, ut idcirco ejusmodi existendi modi per se inducant relationes prioris, & posterioris in tempore, ulterioris, vel citerioris in loco, ac distantiæ cujusdam determinatæ, & in spatio determinatæ positionis etiam, qui modi, vel eorum alter, necessario mutari debeant, si distantia, vel etiam in spatio sola mutetur positio. Pro quovis autem modo pertinente ad quodvis punctum, penes omnes infinitos modos possibiles pertinentes ad quodvis aliud, mihi est unus, qui cum eo inducat in tempore relationem coexistentiæ ita, ut existentiam habere uterque non possit, quin simul habeant, & coexistant; in spatio vero, si existunt simul, inducant relationem compenetrationis, reliquis omnibus inducentibus relationem distantiæ temporariæ, vel localis, ut & positionis cujusdam localis determinatæ. Quoniam autem puncta materiæ existentia habent semper aliquam a se invicem distantiam, & numero finita sunt; finitus est semper etiam localium modorum coexistentium numerus, nec ullum reale continuum efformat. Spatium vero imaginarium est mihi possibilitas omnium modorum localium confuse cognita, quos simul per cognitionem præcisivam concipimus, licet simul omnes existere non possint, ubi cum nulli sint modi ita sibi proximi, vel remoti, ut alii viciniores, vel remotiores haberi non possint, nulla distantia inter possibiles habetur, sive minima omnium, sive maxima. Dum animum abstrahimus ab actuali existentia, & in possibilium serie finitis in infinitum constante terminis mente secludimus tam minimæ, quam maximæ distantiæ limitem, ideam nobis efformamus continuitatis, & infinitatis in spatio, in quo idem spatii punctum appello possibilitatem omnium modorum localium, sive, quod idem est, realium localium punctorum pertinentium ad omnia materiæ puncta, quæ si existerent, compenetrationis relationem inducerent, ut eodem pacto idem nomino momentum temporis temporarios modos omnes, qui relationem inducunt coexistentiæ. Sed de utroque plura in illis dissertatiunculis, in quibus & analogiam persequor spatii, ac temporis multiplicem.

143.

(*h*) *Binæ dissertatiunculæ, quæ huc pertinent, inde excerptæ habentur hic Supplementorum* §. 1, *&* 2, *quarum mentio facta est etiam superius num.* 66., *&* 86.

143. Continuitatem igitur agnosco in motu tantummodo, quod est successivum quid, non coexistens, & in eo itidem solo, vel ex eo solo in corporeis saltem entibus legem continuitatis admitto. Atque hinc patebit clarius illud etiam, quod superius innui, Naturam ubique continuitatis legem vel accurate observare, vel affectare saltem. Servat in motibus, & distantiis, affectat in aliis casibus multis, quibus continuitas, uti etiam supra definivimus, nequaquam convenit, & in aliis quibusdam, in quibus haberi omnino non potest continuitas, quæ primo aspectu sese nobis objicit res non aliquanto intimius inspectantibus, ac perpendentibus: ex. gr. quando Sol oritur supra horizontem, si concipiamus Solis discum ut continuum, & horizontem ut planum quoddam; ascensus Solis fit per omnes magnitudines ita, ut a primo ad postremum punctum & segmenta solaris disci, & chordæ segmentorum crescant transeundo per omnes intermedias magnitudines. At Sol quidem in mea Theoria non est aliquid continuum, sed est aggregatum punctorum a se invicem distantium, quorum alia supra illud imaginarium planum ascendunt post alia, intervallo aliquo temporis interposito semper. Hinc accurata illa continuitas huic casui non convenit, & habetur tantummodo in distantiis punctorum singulorum componentium eam massam ab illo imaginario plano. Natura tamen etiam hic continuitatem quandam affectat, cum nimirum illa punctula ita sibi sint invicem proxima, & ita ubique dispersa, ac disposita, ut apparens quædam ibi etiam continuitas habeatur, ac in ipsa distributione, a qua densitas pendet, ingentes repentini saltus non fiant.

Ubi habeat continuitatem Natura, ubi affectet tantummodo.

144. Innumera ejus rei exempla liceret proferre, in quibus eodem pacto res pergit. Sic in fluviorum alveis, in frondium flexibus, in ipsis salium, & crystallorum, ac aliorum corporum angulis, in ipsis cuspidibus unguium, quæ acutissimæ in quibusdam animalibus apparent nudo oculo; si microscopio adhibito inspiciantur; nusquam cuspis abrupta prorsus, nusquam omnino cuspidatus apparet angulus, sed ubique flexus quidam, qui curvaturam habeat aliquam, & ad continuitatem videatur accedere. In omnibus tamen iis casibus vera continuitas in mea Theoria habetur nusquam; cum omnia ejusmodi corpora constent indivisibilibus, & a se distantibus punctis, quæ continuam superficiem non efformant, & in quibus, si quævis tria puncta per rectas lineas conjuncta intelligantur; triangulum habebitur utique cum angulis cuspidatis. Sed a motuum, & virium continuitate accurata etiam ejusmodi proximam continuitatem massarum oriri censeo, & a casuum possibilium multitudine inter se collata, quod ipsum innuisse sit satis.

Exempla continuitatis apparentis tantum: unde ea ortum ducat.

145. Atque hinc fiet manifestum, quid respondendum ad casus quosdam, qui eo pertinent, & in quibus violari quis crederet con-

Motuum omnium continuitas in lineis

continuis nusquam interruptis, aut mutatis.

continuitatis legem. Quando plano aliquo speculo lux excipitur, pars refringitur, pars reflectitur: in reflexione, & refractione, uti eam olim creditum est fieri, & etiamnum a nonnullis creditur, per impulsionem nimirum, & incursum immediatum, fieret violatio quædam continui motus mutata linea recta in aliam; sed jam hoc Newtonus advertit, & ejusmodi saltum abstulit, explicando ea phænomena per vires in aliqua distantia agentes, quibus fit, ut quævis particula luminis motum incurvet paullatim in accessu ad superficiem reflectentem, vel refringentem; unde accessuum, & recessuum lex, velocitas, directionum flexus, omnia juxta continuitatis legem mutantur. Quin in mea Theoria non in aliqua vicinia tantum incipit flexus ille, sed quodvis materiæ punctum a Mundi initio unicam quandam continuam descripsit orbitam, pendentem a continua illa virium lege, quam exprimit figura 1, quæ ad distantias quascunque protenditur; quam quidem lineæ continuitatem nec liberæ turbant animarum vires, quas itidem non nisi juxta continuitatis legem exerceri a nobis arbitror; unde fit, ut quemadmodum omnem accuratam quietem, ita omnem accurate rectilineum motum, omnem accurate circularem, ellipticum, parabolicum excludam; quod tamen aliis quoque sententiis omnibus commune esse debet; cum admodum facile sit demonstrare, ubique esse perturbationem quandam, & mutationum causas, quæ non permittant ejusmodi linearum nobis ita simplicium accuratas orbitas in motibus.

Apparens saltus in diffusione reflexi, ac refracti luminis.

146. Et quidem ut in iis omnibus, & aliis ejusmodi Natura semper in mea Theoria accuratissimam continuitatem observat, ita & hic in reflexionibus, ac refractionibus luminis. At est aliud ea in re, in quo continuitatis violatio quædam haberi videatur, quam, qui rem altius perpendat, credet primo quidem servari itidem accurate a Natura, tum ulterius progressus, inveniet affectari tantummodo, non servari. Id autem est ipsa luminis diffusio, atque densitas. Videtur prima fronte discindi radius in duos, qui hiatu quodam intermedio a se invicem divellantur velut per saltum, alia parte reflexa, alia refracta, sine ullo intermedio flexu cujuspiam. Alius itidem videtur admitti ibidem saltus quidam: si enim radius integer excipiatur prismate ita, ut una pars reflectatur, alia transmittatur, & prodeat etiam e secunda superficie, tum ipsum prisma sensim convertatur; ubi ad certum devenitur in conversione angulum, lux, quæ datam habet refrangibilitatem, jam non egreditur, sed reflectitur in totum; ubi itidem videtur fieri transitus a prioribus angulis cum superficie semper minoribus, sed jacentibus ultra ipsam, ad angulum reflexionis æqualem angulo incidentiæ, & jacentem citra, sine ulla reflexione in angulis intermediis minoribus ab ipsa superficie ad ejusmodi finitum angulum.

Apparens conciliatio cum le-

147. Huic cuidam velut læsioni continuitatis videtur responderi posse per illam lucem, quæ reflectitur, vel refringitur

gitur irregulariter in quibusvis angulis. Jam olim enim observatum est illud, ubi lucis radius reflectitur, non reflecti totum ita, ut angulus reflexionis æquetur angulo incidentiæ, sed partem dispergi quaquaversus; quam ob causam si Solis radius in partem quandam speculi incurrat, quicunque est in conclavi, videt, qui sit ille locus, in quem incurrit radius, quod utique non fieret, nisi e solaribus illis directis radiis etiam ad oculum ipsius radii devenirent, egressi in omnibus iis directionibus, quæ ad omnes oculi positiones tendunt; licet ibi quidem satis intensum lumen non appareat, nisi in directione faciente angulum reflexionis æqualem incidentiæ, in qua resilit maxima luminis pars. Et quidem hisce radiis redeuntibus in angulis hisce inæqualibus egregie utitur Newtonus in fine Opticæ ad explicandos colores laminarum crassarum: & eadem irregularis dispersio in omnes plagas ad sensum habetur in tenui parte, sed tamen in aliqua, radii refracti. Hinc inter vividum illum reflexum radium, & refractum, habetur intermedia omnis ejusmodi radiorum series in omnibus iis intermediis angulis prodeuntium, & sic etiam ubi transitur a refractione ad reflexionem in totum, videtur per hosce intermedios angulos res posse fieri citissimo transitu per ipsos, atque idcirco illæsa perseverare continuitas.

ge continuitatis per radios irregulariter dispersos.

148. Verum si adhuc altius perpendatur res; patebit in illa intermedia serie non haberi accuratam continuitatem, sed apparentem quandam, quam Natura affectat, non accurate servat illæsam. Nam lumen in mea Theoria non est corpus quoddam continuum, quod diffundatur continuo per illud omne spatium, sed est aggregatum punctorum a se invicem disjunctorum, atque distantium, quorum quodlibet suam percurrit viam disjunctam a proximi via per aliquod intervallum. Continuitas servatur accuratissime in singulorum punctorum viis, non in diffusione substantiæ non continuæ, & quo pacto ea in omnibus iis motibus servetur, & mutetur, mutata inclinatione incidentiæ, via a singulis punctis descripta sine saltu, satis luculenter exposui in secunda parte meæ dissertationis *De Lumine* a num. 98. Sed hæc ad applicationem jam pertinent Theoriæ ad Physicam.

Cur ea apparens tantum: vera conciliatio per continuitatem viæ cujusvis puncti lucis.

149. Haud multum absimiles sunt alii quidam casus, in quibus singula continuitatem observant, non aggregatum utique non continuum, sed partibus disjunctis constans. Hujusmodi est ex. gr. altitudo cujusdam domus, quæ ædificatur de novo, cui cum series nova adjungitur lapidum determinatæ cujusdam altitudinis, per illam additionem repente videtur crescere altitudo domus, sine transitu per altitudines intermedias: & si dicatur id non esse Naturæ opus, sed artis; potest difficultas transferri facile ad Naturæ opera, ut ubi diversa inducuntur glaciei strata, vel in aliis incrustationibus, ac in iis omnibus casibus, in quibus incrementum fit per externam applicationem partium, ubi accessiones finitæ videntur acquiri simul totæ sine

Quo pacto servetur continuitas in quibusdam casibus, in quibus videtur lædi.

transitu per intermedias magnitudines. In iis casibus continuitas servatur in motu singularum partium, quæ accedunt. Illæ per lineam quandam continuam, & continua velocitatis mutatione accedunt ad locum sibi debitum: quin immo etiam posteaquam eo advenerunt, pergunt adhuc moveri, & nunquam habent quietem nec absolutam, nec respectivam respectu aliarum partium, licet jam in respectiva positione sensibilem mutationem non subeant: parent nimirum adhuc viribus omnibus, quæ respondent omnibus materiæ punctis utcunque distantibus, & actio proximarum partium, quæ novam adhæsionem parit, est continuatio actionis, quam multo minorem exercebant, cum essent procul. Hoc autem, quod pertineant ad illam domum, vel massam, est aliquid non in se determinatum, quod momento quodam determinato fiat, in quo saltus habeatur, sed ab æstimatione quadam pendet nostrorum sensuum satis crassa; ut licet perpetuo accedant illæ partes, & pergant perpetuo mutare positionem respectu ipsius massæ; tum incipiant censeri ut pertinentes ad illam domum, vel massam: cum desinit respectiva mutatio esse sensibilis, quæ sensibilitatis cessatio fit ipsa etiam quodammodo per gradus omnes, & continuo aliquo tempore, non vero per saltum.

Generalis responsio ad casus similes inde eruta.

150. Hinc distinctius ibi licebit difficultatem omnem amovere dicendo, non servari mutationem continuam in magnitudinibus earum rerum, quæ continuæ non sunt, & magnitudinem non habent continuam, sed sunt aggregata rerum disjunctarum; vel in iis rebus, quæ a nobis ita censentur aliquod totum constituere, ut magnitudinem aggregati non determinent distantiæ inter eadem extrema, sed a nobis extrema ipsa assumantur jam alia, jam alia, quæ censeantur incipere ad aggregatum pertinere, ubi ad quasdam distantias devenerint, quas ut ut in se juxta legem continuitatis mutatas, nos a reliquis divellimus per saltum, ut dicamus pertinere eas partes ad id aggregatum. Id accidit, ubi in objectis casibus accessiones partium novæ fiunt, atque ibi nos in usu vocabuli saltum facimus; ars, & Natura saltum utique habet nullum.

Alii casus, in quibus læditur, alii, in quibus habetur solum proxima, non accurata continuitas.

151. Non idem contingit etiam, ubi plantæ, vel animantia crescunt, succo se insinuante per tubulos fibrarum, & procurrente, ubi & magnitudo computata per distantias punctorum maxime distantium transit per omnes intermedias; cum nimirum ipse procursus fiat per omnes intermedias distantias. At quoniam & ibi mutantur termini illi, qui distantias determinant, & nomen suscipiunt altitudinis ipsius plantæ; vera & accurata continuitas ne ibi quidem observatur, nisi tantummodo in motibus, & velocitatibus, ac distantiis singularum partium: quanquam ibi minus recedatur a continuitate accurata, quam in superioribus. In his autem, & in illis habetur ubique illa alia continuitas quædam apparens, & affectata tantummodo a Natura, quam intuemur etiam in progressu substantiarum, ut incipiendo ab inanima-

tis corporibus progressu facto per vegetabilia, tum per quædam fere semianimalia torpentia, ac demum animalia perfectiora magis, & perfectiora usque ad simios homini tam similes. Quoniam & harum specierum, ac existentium individuorum in quavis specie numerus est finitus, vera continuitas haberi non potest, sed ordinatis omnibus in seriem quandam, inter binas quasque intermedias species hiatus debet esse aliquis necessario, qui continuitatem abrumpat. In omnibus iis casibus habentur discretæ quædam quantitates, non continuæ; ut & in Arithmetica series ex. gr. naturalium numerorum non est continua, sed discreta; & ut ibi series ad continuam reducitur tantummodo, si generaliter omnes intermediæ fractiones concipiantur; sic & in superiore exemplo quædam velut continua series habebitur tantummodo; si concipiantur omnes intermediæ species possibiles.

152. Hoc pacto excurrendo per plurimos ejusmodi casus, in quibus accipiuntur aggregata rerum a se invicem certis intervallis distantium, & unum aliquid continuum non constituentium, nusquam accurata occurret continuitatis lex, sed per quandam dispersionem quodammodo affectata, & vera continuitas habebitur tantummodo in motibus, & in iis, quæ a motibus pendent, uti sunt distantiæ, & vires determinatæ a distantiis, & velocitates a viribus ortæ; quam ipsam ob causam ubi supra num. 39 inductionem pro lege continuitatis assumpsimus, exempla accepimus a motu potissimum, & ab iis, quæ cum ipsis motibus connectuntur, ac ab iis pendent.

Conclusio pertinens ad ea, quæ veram, & ea, quæ affectatam habent continuitatem.

153. Sed jam ad aliam difficultatem gradum faciam, quæ non nullis negotium ingens facessit, & obvia est etiam, contra hanc indivisibilium, & inextensorum punctorum Theoriam; quod nimirum ea nullum habitura sint discrimen a spiritibus. Ajunt enim, si spiritus ejusmodi vires habeant, præstituros eadem phænomena, tolli nimirum corpus, & omnem corporeæ substantiæ notionem sublata extensione continua, quæ sit præcipua materiæ proprietas ita pertinens ad naturam ipsius; ut vel nihil aliud materia sit, nisi substantia prædita extensione continua; vel saltem idea corporis, & materiæ haberi non possit; nisi in ea includatur idea extensionis continuæ. Multa hic quidem congeruntur simul, quæ nexum aliquem inter se habent, quæ hic seorsum evolvam singula.

Difficultates petitæ a discrimine debito inter materiam, & spiritum.

154. Inprimis falsum omnino est, nullum esse horum punctorum discrimen a spiritibus. Discrimen potissimum materiæ a spiritu situm est in hisce duobus, quod materia est sensibilis, & incapax cogitationis, ac voluntatis, spiritus nostros sensus non afficit, & cogitare potest, ac velle. Sensibilitas autem non ab extensione continua oritur, sed ab impenetrabilitate, qua fit, ut nostrorum organorum fibræ tendantur a corporibus, quæ ipsis sistuntur, & motus ad cerebrum propage-

Differre hæc puncta a spiritibus per impenetrabilitatem, sensibilitatem, incapacitatem cogitationis.

pagetur. Nam si extensa quidem essent corpora, sed impenetrabilitate carerent; manu contrectata fibras non sisterent, nec motum ullum in iis progignerent, ac eadem radios non reflecterent, sed liberum intra se aditum luci præberent. Porro hoc discrimen utrumque manere potest integrum, & manet inter mea indivisibilia hæc puncta, & spiritus. Ipsa impenetrabilitatem habent, & sensus nostros afficiunt, ob illud primum crus asymptoticum exhibens vim illam repulsivam primam; spiritus autem, quos impenetrabilitate carere credimus, ejusmodi viribus itidem carent, & sensus nostros idcirco nequaquam afficiunt, nec oculis inspectantur, nec manibus palpari possunt. Deinde in meis hisce punctis ego nihil admitto aliud, nisi illam virium legem cum inertiæ vi conjunctam, adeoque illa volo prorsus incapacia cogitationis, & voluntatis. Quamobrem discrimen essentiæ illud utrumque, quod inter corpus, & spiritum agnoscunt omnes, id & ego agnosco, nec vero id ab extensione, & compositione continua desumitur, sed ab iis, quæ cum simplicitate, & inextensione æque conjungi possunt, & cohærere cum ipsis.

Si possibilis sit substantia prædita hisce viribus, & capax cogitationis; eam nec fore materiam, nec spiritum.

155. At si substantiæ capaces cogitationis & voluntatis haberent ejusmodi virium legem, annon eosdem præstarent effectus respectu nostrorum sensuum, quos ejusmodi puncta? Respondebo sane, me hic non quærere, utrum impenetrabilitas, & sensibilitas, quæ ab iis viribus pendent, conjungi possint cum facultate cogitandi, & volendi, quæ quidem quæstio eodem redit, ac in communi sententia de impenetrabilitate extensorum, ac compositorum relata ad vim cogitandi, & volendi. Illud ajo, notionem, quam habemus partim ex observationibus tam sensuum respectu corporum, quam intimæ conscientiæ respectu spiritus, una cum reflexione, partim, & vero etiam circa spiritus potissimum, ex principiis immediate revelatis, vel connexis cum principiis revelatis, continere pro materia impenetrabilitatem, & sensibilitatem, una cum incapacitate cogitationis, & pro spiritu incapacitatem afficiendi per impenetrabilitatem nostros sensus, & potentiam cogitandi, ac volendi, quorum priores illas ego etiam in meis punctis admitto, posteriores hasce in spiritibus; unde fit, ut mea ipsa puncta materialia sint, & eorum massæ constituant corpora a spiritibus longissime discrepantia. Si possibile sit illud substantiæ genus, quod & hujusmodi vires activas habeat cum inertia conjunctas, & simul cogitare possit, ac velle; id quidem nec corpus erit, nec spiritus, sed tertium quid, a corpore discrepans per capacitatem cogitationis, & voluntatis, discrepans autem a spiritu per inertiam, & vires hasce nostras, quæ impenetrabilitatem inducunt. Sed, ut ajebam, ea quæstio huc non pertinet, & aliunde resolvi debet; ut aliunde utique debet resolvi quæstio, qua quæratur, an substantia extensa, & impenetrabilis

hasce

hasce proprietates conjungere possit cum facultate cogitandi, volendique.

156. Nec vero illud reponi potest, argumentum potissimum ad evincendum, materiam cogitare non posse, deduci ab extensione, & partium compositione, quibus sublatis, omne id fundamentum prorsus corruere, & ad materialismum sterni viam. Nam ego sane non video, quid argumenti peti possit ab extensione, & partium compositione pro incapacitate cogitandi, & volendi. Sensibilitas, præcipua corporum, & materiæ proprietas, quæ ipsam adeo a spiritibus discriminat, non ab extensione continua, & compositione partium pendet, uti vidimus, sed ab impenetrabilitate, quæ ipsa proprietas ab extensione continua, & compositione non pendet. Sunt, qui adhibent hoc argumentum ad excludendam capacitatem cogitandi a materia, desumptum a compositione partium: si materia cogitaret; singulæ ejus partes deberent singulas cogitationis partes habere, adeoque nulla pars objectum perciperet; cum nulla haberet eam perceptionis partem, quam habet altera. Id argumentum in mea Theoria amittitur; at id ipsum, meo quidem judicio, vim nullam habet. Nam posset aliquis respondere, cogitationem totam indivisibilem existere in tota massa materiæ, quæ certa partium dispositione sit prædita, uti anima rationalis per tam multos Philosophos, ut ut indivisibilis, in omni corpore, vel saltem in parte corporis aliqua divisibili existit, & ad ejusmodi præsentiam præstandam certa indiget dispositione partium ipsius corporis, qua semel læsa per vulnus, ipsa non potest ultra ibi esse; atque ut viventis corporei, sive animalis rationalis natura, & determinatio habetur per materiam divisibilem, & certo modo constructam, una cum anima indivisibili; ita ibi per indivisibilem cogitationem inhærentem divisibili materiæ natura, & denominatio cogitantis haberetur. Unde aperte constat eo argumento amisso, nihil omnino amitti, quod jure dolendum sit.

Nihil amitti, amisso argumento eorum, qui a compositione partium deducunt incapacitatem cogitationis.

157. Sed quidquid de eo argumento censeri debeat, nihil refert, nec ad infirmandam Theoriam positivis, & validis argumentis comprobatam, ac e solidissimis principiis directa ratiocinatione deductam, quidquam potest unum, vel alterum argumentum amissum, quod ad probandam aliquam veritatem aliunde notam, & a revelatis principiis aut directe, aut indirecte confirmatam, ab aliquibus adhibeatur, quando etiam vim habeat aliquam, quam, uti ostendi, superius allatum argumentum omnino non habet. Satis est, si illa Theoria cum ejusmodi veritate conjungi possit, uti hæc nostra cum immaterialitate spirituum conjungitur optime, cum retineat pro materia inertiam, impenetrabilitatem, sensibilitatem, incapacitatem cogitandi, & pro spiritibus retineat incapacitatem afficiendi sensus nostros per impenetrabilitatem, & facultatem cogitandi, ac volendi.

Etiam si quidpiam amittatur; theoriam positive probari, & in ea manere summum discrimen inter materiam, & spiritum.

Ego

Ego quidem in ipsius materiæ, & corporeæ substantiæ definitione ipsa assumo incapacitatem cogitandi, & volendi, & dico corpus massam compositam e punctis habentibus vim inertiæ conjunctam cum viribus activis expressis in fig. 1, & cum incapacitate cogitandi, ac volendi, qua definitione admissa, evidens est, materiam cogitare non posse; quæ erit metaphysica quædam conclusio, ea definitione admissa, certissima: tum ubi solæ rationes physicæ adhibeantur, dicam, hæc corpora, quæ meos afficiunt sensus, esse materiam, quod & sensus afficiant per illas utique vires, & non cogitent. Id autem deducam inde, quod nullum cogitationis indicium præstent; quæ erit conclusio tantum physica, circa existentiam illius materiæ ita definitæ, æque physice certa, ac est conclusio, quæ dicat lapides non habere levitatem, quod nunquam eam prodiderint ascendendo sponte, sed semper e contrario sibi relicti descenderint.

Sensus omnino falli in illa tanta continuitate extensionis, quam nobis ingerunt.

158. Quod autem pertinet ad ipsam corporum, & materiæ ideam, quæ videtur extensionem continuam, & contactum partium involvere, in eo videntur mihi quidem Cartesiani inprimis, qui tantopere contra præjudicia pugnare sunt visi, præjudiciis ipsis ante omnes alios indulsisse. Ideam corporum habemus per sensus; sensus autem de continuitate accurata judicare omnino non possunt, cum minima intervalla sub sensus non cadant. Et quidem omnino certo deprehendimus illam continuitatem, quam in plerisque corporibus nobis objiciunt sensus nostri, nequaquam haberi. In metallis, in marmoribus, in vitris, & crystallis continuitas nostris sensibus apparet ejusmodi, ut nulla percipiamus in iis vacua spatiola, nullos poros, in quo tamen hallucinari sensus nostros manifesto patet, tum ex diversa gravitate specifica, quæ a diversa multitudine vacuitatum oritur utique, tum ex eo, quod per illa insinuentur substantiæ plures, ut per priora oleum diffundatur, per posteriora liberrime lux transeat, quod quidem indicat, in posterioribus hisce potissimum ingentem pororum numerum, qui nostris sensibus delitescunt.

Fons præjudiciorum: haberi pro nullis in se, quæ sunt nulla in nostris sensibus: eorum exempla.

159. Quamobrem jam ejusmodi nostrorum sensuum testimonium, vel potius noster eorum ratiociniorum usus, in hoc ipso genere suspecta esse debent, in quo constat nos decipi. Suspicari igitur licet, exactam continuitatem sine ullis spatiolis, ut in majoribus corporibus ubique deest, licet sensus nostri illam videantur denotare, ita & in minimis quibusvis particulis nusquam haberi, sed esse illusionem quandam sensuum tantummodo, & quoddam figmentum mentis, reflexione vel non utentis, vel abutentis. Est enim solemne illud hominibus, atque usitatum, quod quidem est maximorum præjudiciorum fons, & origo præcipua, ut quidquid in nostris sensibus est nihil, habeamus pro nihilo absoluto. Sic utique per tot sæcula a multis est creditum, & nunc etiam a vulgo creditur,

quie-

quietem Telluris, & diurnum Solis, ac fixarum motum sensuum testimonio evinci, cum apud Philosophos jam constet, ejusmodi quæstionem longe aliunde resolvendam esse, quam per sensus, in quibus debent eædem prorsus impressiones fieri, sive stemus & nos, & Terra, ac moveantur astra, sive moveamur communi motu & nos, & Terra, ac astra consistant. Motum cognoscimus per mutationem positionis, quam objecti imago habet in oculo, & quietem per ejusdem positionis permanentiam. Tam mutatio, quam permanentia fieri possunt duplici modo: mutatio, primo si nobis immotis objectum moveatur; & permanentia, si id ipsum stet: secundo, illa, si objecto stante moveamur nos; hæc, si moveamur simul motu communi. Motum nostrum non sentimus, nisi ubi nos ipsi motum inducimus, ut ubi caput circumagimus, vel ubi curru delati succutimur. Idcirco habemus tum quidem motum ipsum pro nullo, nisi aliunde admoneamur de eodem motu per causas, quæ nobis sint cognitæ, ut ubi *provehimur portu*, quo casu vector, qui jam diu assuevit ideæ littoris stantis, & navis promotæ per remos, vel vela, corrigit apparentiam illius, *terræque, urbesque recedunt*, & sibi, non illis, motum adjudicat.

160. Hinc Philosophus, ne fallatur, non debet primis hisce ideis acquirere, quas e sensationibus haurimus, & ex illis deducere consectaria sine diligenti perquisitione, ac in ea quæ ab infantia deduxit, debet diligenter inquirere. Si inveniat, easdem illas sensuum perceptiones duplici modo æque fieri posse; peccabit utique contra Logicæ etiam naturalis leges, si alterum modum præ altero pergat eligere, unice, quia alterum antea non viderat, & pro nullo habuerat, & idcirco alteri tantum assueverat. Id vero accidit in casu nostro; sensationes habebuntur eædem, sive materia constet punctis prorsus inextensis, & distantibus inter se per intervalla minima, quæ sensum fugiant, ac vires ad illa intervalla pertinentes organorum nostrorum fibras sine ulla sensibili interruptione afficiant, sive continua sit, & per immediatum contactum agat. Patebit autem in tertia hujusce operis parte, quo pacto proprietates omnes sensibiles corporum generales, immo etiam ipsorum præcipua discrimina, cum punctis hisce indivisibilibus conveniant, & quidem multo sane melius, quam in communi sententia de continua extensione materiæ. Quamobrem errabit contra rectæ ratiocinationis usum, qui ex præjudicio ab hujusce conciliationis, & alterius hujusce sensationum nostrarum causæ ignoratione inducto, continuam extensionem ut proprietatem necessariam corporum omnino credat, & multo magis, qui censeat, materialis substantiæ ideam in ea ipsa continua extensione debere consistere. Eorum correctio, ubi deprehenlatur, rem alio etiam modo cum sensuum apparentia conciliari posse.

161. Verum quo magis evidenter constet horum præjudiciorum origo, afferam hic dissertationis *De Materiæ Divisibilita-* Ordo idearum, quas hausimus circa corpus:

primas habitas esse per tactum. te, & *Principiis Corporum*, numeros tres incipiendo a 14, ubi sic: „ utcunque demus, quod ego omnino non censeo, aliquas „ esse innatas ideas, & non per sensus acquisitas; illud procul „ dubio arbitror omnino certum, ideam corporis, materiæ, „ rei corporeæ, rei materialis, nos hausisse ex sensibus. Porro ideæ primæ omnium, quas circa corpora acquisivimus „ per sensus, fuerunt omnino eæ, quas in nobis tactus excitavit, & easdem omnium frequentissimas hausimus. Multa „ profecto in ipso materno utero se tactui perpetuo offerebant, „ antequam ullam fortasse saporum, aut odorum, aut sonorum, aut colorum ideam habere possemus per alios sensus, „ quarum ipsarum, ubi eas primum habere cœpimus, multo „ minor sub initium frequentia fuit. Ideæ autem, quas per „ tactum habuimus, ortæ sunt ex phænomenis hujusmodi. „ Experiebamur palpando, vel temere impingendo resistentiam „ vel a nostris, vel a maternis membris ortam, quæ cum „ nullam interruptionem per aliquod sensibile intervallum sensui objiceret, obtulit nobis ideam impenetrabilitatis, & extensionis continuæ: cumque deinde cessaret in eadem dire„ ctione alicubi resistentia, & secundum aliam directionem ex„ erceretur; terminos ejusdem quantitatis concepimus, & fi„ guræ ideam hausimus.

Quæ fuerint tum consideranda: infantia ad eas reflexiones inepta: in quo ea sita sit. 162. „ Porro oriebantur hæc phænomena a corporibus e „ materia jam efformatis, non a singulis materiæ particulis, e „ quibus ipsa corpora componebantur. Considerandum diligenter erat, num extensio ejusmodi esset ipsius corporis, „ non spatii cujusdam, per quod particulæ corpus efformantes diffunderentur: num eæ particulæ ipsæ iisdem proprietatibus essent præditæ: num resistentia exerceretur in ipso „ contactu, an in minimis distantiis sub sensus non cadentibus vis aliqua impedimento esset, quæ id ageret, & resistentia ante ipsum etiam contactum sentiretur: num ejusmodi proprietates essent intrinsecæ ipsi materiæ, ex qua „ corpora componuntur, & necessariæ; an casu tantum ali„ quo haberentur, & ab extrinseco aliquo determinante. Hæc, „ & alia sane multa considerare diligentius oportuisset: sed „ erat id quidem tempus maxime caliginosum, & obscurum, ac „ reflexionibus minus obviis minime aptum. Præter organorum debilitatem, occupabat animum rerum novitas, phænomenorum paucitas, & nullus, aut certe satis tenuis usus „ in phænomenis ipsis inter se comparandis, & ad certas classes revocandis, ex quibus in eorum leges, & causas liceret inquirere, & systema quoddam efformare, quo de „ rebus extra nos positis possemus ferre judicium. Nam in „ hac ipsa phænomenorum inopia, in hac efformandi systematis difficultate, in hoc exiguo reflexionum usu, magis „ etiam, quam in organorum imbecillitate, arbitror, sitam „ esse infantiam.

163. „ In

163. „ In hac tanta rerum caligine ea prima sese obtulerunt animo, quæ minus alta indagine, minus intentis reflexionibus indigebant, eaque ipsa ideis toties repetitis altius impressa sunt, & tenacius adhæserunt, & quendam veluti campum nacta prorsus vacuum, & adhuc immunem, suo quodammodo jure quandam veluti possessionem inierunt. Intervalla, quæ sub sensum nequaquam cadebant, pro nullis habita: ea, quorum ideæ semper simul conjunctæ excitabantur, habita sunt pro iisdem, vel arctissimo, & necessario nexu inter se conjunctis. Hinc illud effectum est, ut ideam extensionis continuæ, ideam impenetrabilitatis prohibentis ulteriorem motum in ipso tantum contactu corporibus affinxerimus, & ad omnia, quæ ad corpus pertinent, ac ad materiam, ex qua ipsum constat, temere transtulerimus: quæ ipsa cum primum insedissent animo, cum frequentissimis, immo perpetuis phænomenis, & experimentis confirmarentur; ita tenaciter sibi invicem adhæserunt, ita firmiter ideæ corporum immixta sunt, & cum ea copulata; ut ea ipsa pro primis corporibus, & omnium corporearum rerum, nimirum etiam materiæ corpora componentis, ejusque partium proprietatibus maxime intrinsecis, & ad naturam, atque essentiam earundem pertinentibus, & tum habuerimus, & nunc etiam habeamus, nisi nos præjudiciis ejusmodi liberemus. Extensionem nimirum continuam, impenetrabilitatem ex contactu, compositionem ex partibus, & figuram, non solum naturæ corporum, sed etiam corporeæ materiæ, & singulis ejusdem partibus, tribuimus tanquam proprietates essentiales: cætera, quæ serius, & post aliquem reflectendi usum deprehendimus, colorem, saporem, odorem, sonum, tanquam accidentales quasdam, & adventitias proprietates consideravimus. Præjudicia inde orta extensionis continuæ ut essentialis, odorum &c., ut accidentalium.

164. Ita ego ibi, ubi Theoriam virium deinde refero, quam supra hic exposui, ac ad præcipuas corporum proprietates applico, quas ex illa deduco, quod hic præstabo in parte tertia. Ibi autem ea adduxeram ad probandam primam e sequentibus propositionibus, quibus probatis & evincitur Theoria mea, & vindicatur: sunt autem hujusmodi: 1. *Nullo prorsus argumento evincitur materiam habere extensionem continuam, & non potius constare e punctis prorsus indivisibilibus a se per aliquod intervallum distantibus; nec ulla ratio seclusis præjudiciis suadet extensionem ipsam continuam potius, quam compositionem e punctis prorsus indivisibilibus, inextensis, & nullum continuum extensum constituentibus*. 2. *Sunt argumenta, & satis valida illa quidem, quæ hanc compositionem e punctis indivisibilibus evincant extensioni ipsi continuæ præferri oportere*. Binæ propositiones dissertationis totam Theoriam continentis.

165. At quodnam extensionis genus erit istud, quod e punctis inextensis, & spatio imaginario, sive puro nihilo con- Quo pacto congeries punctorum svale.

constat? Quo pacto Geometria locum habere poterit, ubi nihil habetur reale continuo extensum? An non punctorum ejusmodi in vacuo innatantium congeries erit, ut quædam nebula unico oris flatu dissolubilis prorsus sine ulla consistenti figura, soliditate, resistentia? Hæc quidem pertinent ad illud extensionis, & cohæsionis genus, de quo agam in tertia parte, in qua Theoriam applicabo ad Physicam, ubi istis ipsis difficultatibus faciam satis. Interea hic illud tantummodo innuo in antecessum, me cohæsionem desumere a limitibus illis, in quibus curva virium ita secat axem, ut a repulsione in minoribus distantiis transitus fiat ad attractionem in majoribus. Si enim duo puncta sint in distantia alicujus limitis ejus generis, & vires, quæ immutatis distantiis oriuntur, sint satis magnæ, curva secante axem ad angulum fere rectum, & longissime abeunte ab ipso; ejusmodi distantiam ea puncta tuebuntur vi maxima ita, ut etiam insensibiliter compressa resistant ulteriori compressioni, ac distracta resistant ulteriori distractioni; quo pacto si multa etiam puncta cohæreant inter se, tuebuntur utique positionem suam, & massam constituent formæ tenacissimam, ac eadem prorsus phænomena exhibentem, quæ exhiberent solidæ massulæ in communi sententia. Sed de hac re uberius, uti monui, in parte tertia; nunc autem ad secundam faciendus est gradus.

sceant in massas tenaces: transitus ad partem secundam.



PARS

PARS II.

Theoriæ applicatio ad Mechanicam.

166. CONſiderabo in hac ſecunda parte potiſſimum generales quaſdam leges æquilibrii, & motus tam punctorum, quam maſſarum, quæ ad Mechanicam utique pertinent, & ad plurima ex iis, quæ in elementis Mechanicæ paſſim traduntur, ex unico principio, & adhibito conſtanti ubique agendi modo, demonſtranda viam ſternunt proniſſimam. Sed prius præmittam nonnulla, quæ pertinent ad ipſam virium curvam, a qua utique motuum phænomena pendent omnia. Ante applicationem ad Mechanicam conſideratio curvæ.

167. In ea curva conſideranda ſunt potiſſimum tria, arcus curvæ, area comprehenſa inter axem, & arcum, quam generat ordinata continuo fluxu, ac puncta illa, in quibus curva ſecat axem. Quid in ea conſiderandum.

168. Quod ad arcus pertinet, alii dici poſſunt repulſivi, & alii attractivi, prout nimirum jacent ad partes cruris aſymptotici ED, vel ad contrarias, ac terminant ordinatas exhibentes vires repulſivas, vel attractivas. Primus arcus ED debet omnino eſſe aſymptoticus ex parte repulſiva, & in infinitum productus: ultimus TV, ſi gravitas cum lege virium reciproca duplicata diſtantiarum protenditur in infinitum, debet itidem eſſe aſymptoticus ex parte attractiva, & itidem natura ſua in infinitum productus. Reliquos figura 1 exprimit omnes finitos. Verum curva Geometrica etiam ejus naturæ, quam expoſuimus, poſſet habere alia itidem aſymptotica crura, quot libuerit, ut ſi ordinata *mn* in H abeat in infinitum. Sunt nimirum curvæ continuæ, & uniformis naturæ, quæ aſymptotos habent plurimas, & habere poſſunt etiam numero infinitas. (i) Diverſa arcuum genera: arcus aſymptotici etiam numero infiniti. Fig. 1.

169.

(i) *Sit ex. gr. in fig.* 12. *cyclois continua* CDEFGH *&c, quam generet punctum peripheriæ circuli continuo revoluti ſupra rectam* AB, *quæ natura ſua protenditur utrinque in infinitum, adeoque in infinitis punctis* C, E, G, I *&c occurrit baſi* AB. *Si ubicunque ducatur quævis ordinata* PQ, *producaturque in* R *ita, ut ſit* PR *tertia poſt* PQ, *& datam quampiam rectam; punctum* R *erit ad curvam continuam conſtantem totidem ramis* MNO, VXY *&c, quot erunt arcus Cycloidales* CDE, EFG *&c, quorum ramorum ſinguli habebunt bina crura aſymptotica, cum ordinata* PQ *in acceſſu ad omnia puncta*, C, E, G *&c decreſcat ultra quoſcunque limites, adeoque ordinata* PR *creſcat ultra limites quoſcunque. Erunt hic quidem omnes aſymptoti* CK, EL, GS *&c parallelæ inter ſe, & perpendiculares baſi* AB, *quod in aliis curvis non eſt neceſſarium, cum etiam divergentes utcunque poſſint eſſe. Erunt autem & totidem numero, quot puncta illa* C, E, G *&c, nimirum infinita. Eodem autem pacto curvarum* Fig. 12.

Arcus intermedii.

169. Arcus intermedii, qui se contorquent circa axem, possunt etiam alicubi, ubi ad ipsum devenerint, retro redire, tangendo ipsum, atque id ex utralibet parte, & possent itidem ante ipsum contactum inflecti, & redire retro, mutando accessum in recessum, ut in fig. 1. videre est in arcu $Pefq$R.

Arcus postremus gravitatis fortasse non asymptoticus.

170. Si gravitas generalis legem vis proportionalis inverse quadrato distantiæ, quam non accurate servat, sed quamproxime, uti diximus in priore parte, retinet ad sensum non mutatam solum per totum planetarium, & cometarium systema, fieri utique poterit, ut curva virium non habeat illud postremum crus asymptoticum TV, habens pro asymptoto ipsam rectam AC, sed iterum secet axem, & se contorqueat circa ipsum. Tum vero inter alios casus innumeros, qui haberi possent, unum censeo speciminis gratia hic non omittendum; incredibile enim est, quam ferax casuum, quorum singuli sunt notatu dignissimi, unica etiam hujusmodi curva esse possit.

Series curvarum similium, cum serie Mundorum magni.

171. Si in fig. 14. in axe C'C sint segmenta AA', A'A'' numero quocunque, quorum posteriora sint in immensum majora respectu præcedentium, & per singula transeant asympto-ti AB,

---

quarumlibet singuli occursus cum axe in curvis per eas hac eadem lege genitis bina crura asymptotica generant, cruribus ipsis jacentibus, vel, ut hic, ad eandem axis partem, ubi curva genitrix ab eo regreditur retro post appulsum, vel etiam ad partes oppositas, ubi curva genitrix ipsum secet, ac transiliat: cumque possit eadem curva altiorum generum secari in punctis plurimis a recta, vel contingi; poterunt utique haberi & rami asymptotici in curva eadem continua, quo libuerit dato numero.

Nam ex ipsa Geometrica continuitate, quam persecutus sum in dissertatione De Lege Continuitatis, & in dissertatione De Transformatione Locorum Geometricorum adjecta Sectionibus Conicis, exhibui necessitatem generalem secundi illius cruris asymptotici redeuntis ex infinito. Quotiescunque enim curva aliqua saltem algebraica habet asymptoticum crus aliquod, debet necessario habere & alterum ipsi respondens, & habens pro asymptoto eandem rectam: sed id habere potest vel ex eadem parte, vel ex opposita; & crus ipsum jacere potest vel ad easdem plagas partis utriuslibet cum priore crure, vel ad oppositas, adeoque cruris redeuntis ex infinito positiones quatuor esse possunt. Si in fig. 13 crus ED *abeat in infinitum, existente asymptoto* ACA', *potest regredi ex parte* A *vel ut* HI, *quod crus jacet ad eandem plagam, vel ut* KL, *quod jacet ad oppositam: & ex parte* A', *vel ut* MN, *ex eadem plaga, vel ut* OP, *ex opposita. In posteriore ex iis duabus dissertationibus profero exempla omnium ejusmodi regressuum; ac secundi, & quarti casus exempla exhibet etiam superior genesis, si curva generans contingat axem, vel secet, ulterius progressa respectu ipsius. Inde autem fit, ut crura asymptotica rectilineam habentia asymptotum esse non possint, nisi numero pari, ut & radices imaginariæ in æquationibus algebraicis.*

Verum hic in curva virium, in qua arcus semper debet progredi, ut singulis distantiis, sive abscissis, singulæ vires, sive ordinatæ respondeant, casus primus, & tertius haberi non possunt. Nam ordinata RQ *cruris* DE *occurreret alicubi in* S, S' *cruribus etiam* HI, MN; *adeoque relinquentur soli quartus, & secundus, quorum usus erit infra.*

ti AB, A'B', A''B'' perpendiculares axi; possent inter binas quasque asymptotos esse curvæ ejus formæ, quam in fig. 1 habuimus, & quæ exhibetur hic in DEFI &c, D'E'F'I' &c, in quibus primum crus ED esset asymptoticum repulsivum, postremum SV attractivum, in singulis vero intervallum EN, quo arcus curvæ contorquetur, sit perquam exiguum respectu intervalli circa S, ubi arcus diutissime perstet proximus hyperbolæ habenti ordinatas in ratione reciproca duplicata distantiarum, tum vero vel immediate abiret in arcum asymptoticum attractivum, vel iterum contorqueretur utcunque usque ad ejusmodi asymptoticum attractivum arcum, habente utroque asymptotico arcu aream infinitam; in eo casu collocato quocunque punctorum numero inter binas quascunque asymptotos, vel inter binaria quotlibet, & rite ordinato, posset exurgere quivis, ut ita dicam, Mundorum numerus, quorum singuli essent inter se simillimi, vel dissimillimi, prout arcus EF &c N, E'F' &c N' essent inter se similes, vel dissimiles, atque id ita, ut quivis ex iis nullum haberet commercium cum quovis alio; cum nimirum nullum punctum posset egredi ex spatio incluso iis binis arcubus, hinc repulsivo, & inde attractivo; & ut omnes Mundi minorum dimensionum simul sumpti vices agerent unius puncti respectu proxime majoris, qui constaret ex ejusmodi massulis respectu sui tanquam punctualibus, dimensione nimirum omni singulorum, respectu ipsius, & respectu distantiarum, ad quas in illo devenire possint, fere nulla; unde & illud consequi posset, ut quivis ex ejusmodi tanquam Mundis nihil ad sensum perturbaretur a motibus, & viribus Mundi illius majoris, sed dato quovis utcunque magno tempore totus Mundus inferior vires sentiret a quovis puncto materiæ extra ipsum posito accedentes, quantum libuerit, ad æquales, & parallelas, quæ idireo nihil turbarent respectivum ipsius statum internum.

tudine proportionalium. Fig. 14.

172. Sed ea jam pertinent ad applicationem ad Physicam, quæ quidem hic innui tantummodo, ut pateret, quam multa notatu dignissima considerari ibi possent, & quanta sit hujusce campi fœcunditas, in quo combinationes possibiles, & possibiles formæ sunt sane infinities infinitæ, quarum, quæ ab humana mente perspici utcunque possunt, ita sunt paucæ respectu totius, ut haberi possint pro mero nihilo, quas tamen omnes unico intuitu præsentes vidit, qui Mundum condidit, DEUS. Nos in iis, quæ consequentur, simpliciora tantummodo quædam plerumque consectabimur, quæ nos ducant ad phænomena iis conformia, quæ in Natura nobis pervia intuemur, & interea progrediemur ad areas arcubus respondentes.

Omissis sublimioribus, progressus ad areas.

173. Aream curvæ propositæ cuicunque, utcunque exiguo, axis segmento respondentem posse esse utcunque magnam, & aream respondentem cuicunque, utcunque magno, posse

Cuicunque axis segmento posse aream respondere utcun-

que magnam vel parvam: partis secundæ demonstratio.

Fig. 15.

posse esse utcunque parvam, facile patet. Sit in fig. 15. MQ segmentum axis utcunque parvum, vel magnum; ac detur area utcunque magna, vel parva. Ea applicata ad MQ exhibebit quandam altitudinem MN ita, ut, ducta NR parallela MQ, sit MNRQ æqualis areæ datæ, adeoque assumpta QS dupla QR, area trianguli MSQ erit itidem æqualis areæ datæ. Jam vero pro secundo casu satis patet, posse curvam transire infra rectam NR, uti transit XZ, cujus area idcirco esset minor, quam area MNRQ; nam esset ejus pars. Quin immo licet ordinata QV sit utcunque magna; facile patet, posse arcum M*a*V ita accedere ad rectas MQ, QV; ut area inclusa iis rectis, & ipsa curva, minuatur infra quoscunque determinatos limites. Potest enim jacere totus arcus intra duo triangula Q*a*M, Q*a*V, quorum altitudines cum minui possint, quantum libuerit, stantibus basibus MQ, QV, potest utique area ultra quoscunque limites imminui. Posset autem ea area esse minor quacunque data; etiamsi QV esset asymptotus, qua de re paullo inferius.

Demonstratio primæ.

174. Pro primo autem casu vel curva secet axem extra MQ, ut in T, vel in altero extremo, ut in M; fieri poterit, ut ejus arcus TV, vel MV transeat per aliquod punctum V jacens ultra S, vel etiam per ipsum S ita, ut curvatura illum ferat, quemadmodum figura exhibet, extra triangulum MSQ, quo casu patet, aream curvæ respondentem intervallo MQ fore majorem, quam sit area trianguli MSQ, adeoque quam sit area data; erit enim ejus trianguli area pars areæ pertinentis ad curvam. Quod si curva etiam secaret alicubi axem, ut in H inter M, & Q, tum vero fieri posset, ut area respondens alteri e segmentis MH, QH esset major, quam area data simul, & area alia assumpta, qua area assumpta esset minor area respondens segmento alteri, adeoque excessus prioris supra posteriorem remaneret major, quam area data.

Aream asymptoticam posse esse infinitam, vel finitam magnitudinis cujuscunque.

Fig. 1.

175. Area asymptotica clausa inter asymptotum, & ordinatam quamvis, ut in fig. 1 BA*ag*, potest esse vel infinita, vel finita magnitudinis cujusvis ingentis, vel exiguæ. Id quidem etiam geometrice demonstrari potest, sed multo facilius demonstratur calculo integrali admodum elementari; & in Geometriæ sublimioris elementis habentur theoremata, ex quibus id admodum facile deducitur (l). Generaliter nimirum

---

(l) *Sit* A*a* *in Fig.* 1 $= x$, $ag = y$; *ac sit* $x^m y^n = 1$; *erit* $y = x^{-\frac{m}{n}}$, $y\,dx$ *elementum areæ* $= x^{-\frac{m}{n}}dx$, *cujus integrale* $\frac{n}{n-m} x^{\frac{n-m}{n}} + A$,

rum area ejusmodi est infinita; si ordinata crescit in ratione reciproca abscissarum simplici, aut majore: & est finita; si crescit in ratione multiplicata minus, quam per unitatem.

176. Hoc, quod de areis dictum est, necessarium fuit ad applicationem ad Mechanicam, ut nimirum habeatur scala quædam velocitatum, quæ in accessu puncti cujusvis ad aliud punctum, vel recessu generantur, vel eliduntur; prout ejus motus conspiret cum directione vis, vel sit ipsi contrarius. Nam, quod innuimus & supra in adnot. (f) ad num. 118., ubi vires exprimuntur per ordinatas, & spatia per abscissas, area, quam texit ordinata, exprimit incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis, quod itidem ope Geometriæ demonstratur facile, & demonstravi tam in dissertatione *De Viribus Vivis*, quam in Stayanis Supplementis; sed multo facilius res conficitur ope calculi integralis. (m)

Areas exprimere incrementa, vel decrementa quadrati velocitatis.

177. Duo tamen hic tantummodo notanda sunt; primo quidem illud: si duo puncta ad se invicem accedant, vel a se invicem recedant in ea recta, quæ ipsa conjungit, segmenta illius axis,

Atque id ipsum, licet segmenta axis sint dimidia spatii.

L

---

addita constanti A, *sive ob* $x^{\frac{n-m}{n}} = y$, *habebitur* $\frac{n}{n-m}xy + A$. *Quoniam incipit area in* A, *in origine abscissarum; si n − m fuerit numerus positivus, adeoque n major, quam m; area erit finita, ac valor* A $= o$; *area vero erit ad rectangulum* A $a \times ag$, *ut n ad n − m, quod rectangulum, cum ag possit esse magna, & parva, ut libuerit, potest esse magnitudinis cujusvis. Is valor fit infinitus, si facto m = n, divisor evadat = o; adeoque multo magis fit infinitus valor areæ, si m sit major, quam n. Unde constat, aream fore infinitam, quotiescunque ordinatæ crescent in ratione reciproca simplici, & majore; secus fore finitam.*

(*m*) *Sit u vis, c celeritas, t tempus, s spatium: erit* $u\,dt = dc$, *cum celeritatis incrementum sit proportionale vi, & tempusculo; ac erit* $c\,dt = ds$, *cum spatiolum confectum respondeat velocitati, & tempusculo. Hinc eruitur* $dt = \frac{dc}{u}$, *& pariter* $dt = \frac{ds}{c}$, *adeoque* $\frac{dc}{u} = \frac{ds}{c}$, *&* $c\,dc = u\,ds$. *Porro* $2c\,dc$ *est incrementum quadrati velocitatis* cc, *&* $u\,ds$ *in hypothesi, quod ordinata sit u, & spatium s sit abscissa, est areola respondens spatiolo ds confecto. Igitur incrementum quadrati velocitatis conspirante vi, adeoque decrementum vi contraria, respondet areæ respondenti spatiolo percurso quovis infinitesimo tempusculo; & proinde tempore etiam quovis finito incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis respondet areæ pertinenti ad partem axis referentem spatium percursum.*

Hinc autem illud sponte consequitur: si per aliquod spatium vires in singulis punctis eædem permaneant, mobile autem adveniat cum velocitate quavis ad ejus initium; differentiam quadrati velocitatis finalis a quadrato velocitatis initialis fore semper eandem, quæ idcirco erit tota velocitas finalis in casu, in quo mobile initio illius spatii haberet velocitatem nullam. Quare, quod nobis erit inferius usui, quadratum velocitatis finalis, conspirante vi cum directione motus, æquabitur binis quadratis binarum velocitatum, ejus, quam habuit initio, & ejus, quam acquisivisset in fine, si initio ingressum fuisset sine ulla velocitate.

rum percursorum a singulis punctis.

axis, qui exprimit distantias, non expriment spatium confectum; nam moveri debebit punctum utrumque: adhuc tamen illa segmenta erunt proportionalia ipsi spatio confecto, eorum nimirum dimidio; quod quidem satis est ad hoc, ut illæ areæ adhuc sint proportionales incrementis, vel decrementis quadrati velocitatum, adeoque ipsa exprimant.

Si areæ sint partim attractivæ, partim repulsivæ, assumendam esse differentiam earundem.

178. Secundo loco notandum illud, ubi areæ respondentes dato cuipiam spatio sint partim attractivæ, partim repulsivæ, earum differentiam, quæ oritur subtrahendo summam omnium repulsivarum a summa attractivarum, vel vice versa, exhibituram incrementum illud, vel decrementum quadrati velocitatis; prout directio motus respectivi conspiret cum vi, vel oppositam habeat directionem. Quamobrem si interea, dum per aliquod majus intervallum a se invicem recesserunt puncta, habuerint vires directionis utriusque; ut innotescat, an celeritas creverit, an decreverit, & quantum; erit investigandum, an areæ omnes attractivæ simul, omnes repulsivas simul superent, an deficiant, & quantum; inde enim, & a velocitate, quæ habebatur initio, erui poterit, quod quæritur.

Appulsus ad axem curvæ secantis, vel tangentis: sectionum, seu limitum duo genera.

Fig. 1.

179. Hæc quidem de arcubus, & areis; nunc aliquanto diligentius considerabimus illa axis puncta, ad quæ curva appellit. Ea puncta vel sunt ejusmodi, ut in iis curva axem secet, cujusmodi in fig. 1 sunt E, G, I &c, vel ejusmodi, ut in iis ipsa curva axem contingat tantummodo. Primi generis puncta sunt ea, in quibus fit transitus a repulsionibus ad attractiones, vel vice versa, & hæc ego appello limites, quod nimirum sint limites inter eas oppositarum directionum vires. Sunt autem hi limites duplicis generis: in aliis, aucta distantia, transitur a repulsione ad attractionem: in aliis contra ab attractione ad repulsionem. Prioris generis sunt E, I, N, R; posterioris G, L, P: & quoniam, posteaquam ex parte repulsiva in una sectione curva transiit ad partem attractivam; in proxime sequenti sectione debet necessario ex parte attractiva transire ad repulsivam, ac vice versa; patet, limites fore alternatim prioris illius, & hujus posterioris generis.

In quo conveniant inter se, in quo differant: limites cohæsionis, & non cohæsionis.

180. Porro limites prioris generis, a limitibus posterioris ingens habent inter se discrimen. Habent illi quidem hoc commune, ut duo puncta collocata in distantia unius limitis cujuscunque nullam habeant mutuam vim, adeoque si respective quiescebant, pergant itidem respective quiescere. At si ab illa respectiva quiete dimoveantur; tum vero in limite primi generis ulteriori dimotioni resistent, & conabuntur priorem distantiam recuperare, ac sibi relicta ad illam ibunt; in limite vero secundi generis, utcunque parum dimota, sponte magis fugient, ac a priore distantia statim recedent adhuc magis. Nam si distantia minuatur; habebunt in limite prioris generis vim repulsivam, quæ obstabit ulteriori accessui, & urgebit puncta ad mutuum recessum, quem sibi relicta acquirent,

adeo-

adeoque tendent ad illam priorem distantiam: at in limite secundi generis habebunt attractionem, qua adhuc magis ad se accedent, adeoque ab illa priore distantia, quæ erat major, adhuc magis sponte fugient. Pariter si distantia augeatur, in primo limitum genere a vi attractiva, quæ habetur statim in distantia majore; habebitur resistentia ad ulteriorem recessum, & conatus ad minuendam distantiam, ad quam recuperandam sibi relicta tendent per accessum; at in limitibus secundi generis orietur repulsio, qua sponte se magis adhuc fugient, adeoque a minore illa priore distantia sponte magis recedent. Hinc illos prioris generis limites, qui mutuæ positionis tenaces sunt, ego quidem appellavi *limites cohæsionis*, & secundi generis limites appellavi *limites non cohæsionis*.

181. Illa puncta, in quibus curva axem tangit, sunt quidem terminus quidam virium, quæ ex utraque parte, dum ad ea acceditur, decrescunt ultra quoscunque limites, ac demum ibidem evanescunt; sed in iis non transitur ab una virium directione ad aliam. Si contactus fiat ab arcu repulsivo; repulsiones evanescunt, sed post contactum remanent itidem repulsiones; ac si fiat ab arcu attractivo, attractionibus evanescentibus attractiones iterum immediate succedunt. Duo puncta collocata in ejusmodi distantia respective quiescunt; sed in primo casu resistunt soli compressioni, non etiam distractioni, & in secundo resistunt huic soli, non illi. Duo genera contactuum.

182. Limites cohæsionis possunt esse validissimi, & languidissimi. Si curva ibi quasi ad perpendiculum secat axem, & ab eo longissime recedit; sunt validissimi: si autem ipsum secet in angulo perquam exiguo, & parum ab ipso recedat; erunt languidissimi. Primum genus limitum cohæsionis exhibet in fig. 1 arcus $t\,N\,y$, secundum $c\,N\,x$. In illo assumptis in axe $N\,z$, $N\,u$ utcunque exiguis, possunt vires $z\,t$, $u\,y$, & areæ $N\,z\,t$, $N\,u\,y$ esse utcunque magnæ, adeoque, mutatis utcunque parum distantiis, possunt haberi vires ab ordinatis expressæ utcunque magnæ, quæ vi comprimenti, vel distrahenti, quantum libuerit, valide resistant, vel areæ utcunque magnæ, quæ velocitates quantumlibet magnas respectivas elidant, adeoque sensibilis mutatio positionis mutuæ impediri potest contra utcunque magnam vel vim prementem, vel celeritatem ab aliorum punctorum actionibus impressam. In hoc secundo genere limitum cohæsionis, assumptis etiam majoribus segmentis $N\,z$, $N\,u$, possunt & vires $z\,c$, $u\,x$, & areæ $N\,z\,c$, $N\,u\,x$, esse quantum libuerit exiguæ, & idcirco exigua itidem, quantum libuerit, resistentia, quæ mutationem vetet. Limites cohæsionis validi, vel languidi pro forma curvæ prope sectionem.

183. Possunt autem hi limites esse quocunque, utcunque magno numero; cum demonstratum sit, posse curvam in quotcunque, & quibuscunque punctis axem secare. Possunt idcirco etiam esse utcunque inter se proximi, vel remoti, ut Posse limites esse quotcunque numero, utcunque proximos, vel remotos invicem.

& respectu originis abscissarum, positos ordine quocunque.

alicubi intervallum inter duos proximos limites sit etiam in quacunque ratione majus, quam sit distantia præcedentis ab origine abscissarum A, alibi in intervallo vel exiguo, vel ingenti sint quamplurimi inter se ita proximi, ut a se invicem distent minus, quam pro quovis assumpto, aut dato intervallo. Id evidenter fluit ex eo ipso, quod possint sectiones curvæ cum axe haberi quotcunque, & ubicunque. Sed ex eo, quod arcus curvæ ubicunque possint habere positiones quascunque, cum ad datas curvas accedere possint, quantum libuerit, sequitur, quod limites ipsi cohæsionis possint alii aliis esse utcunque validiores, vel languidiores, atque id quocunque ordine, vel sine ordine ullo; ut nimirum etiam sint in minoribus distantiis alicubi limites validissimi, tum in majoribus languidiores, deinde itidem in majoribus multo validiores, & ita porro; cum nimirum nullus sit nexus necessarius inter distantiam limitis ab origine abscissarum, & ejus validitatem pendentem ab inclinatione, & recessu arcus secantis respectu axis, quod probe notandum est, futurum nimirum usui ad ostendendum, tenacitatem, sive cohæsionem, a densitate non pendere.

Quæ positio rectæ tangentis curvam in limite rarissima, quæ frequentissima. Arcus exigui hinc & inde æquales, & similes.

184. In utroque limitum genere fieri potest, ut curva in ipso occursu cum axe pro tangente habeat axem ipsum, ut habeat ordinatam, ut aliam rectam aliquam inclinatam. In primo casu maxime ad axem accedit, & initio saltem languidissimus est limes; in secundo maxime recedit, & initio saltem est validissimus; sed hi casus debent esse rarissimi, si uspiam sunt: nam cum ibi debeat & axem secare curva, & progredi, adeoque secari in puncto eodem ab ordinata producta, debebit habere flexum contrarium, sive mutare directionem flexus, quod utique fit, ubi curva & rectam tangit simul, & secat. Rarissimos tamen debere esse ibi hos flexus, vel potius nullos, constat ex eo, quod flexus contrarii puncta in quovis finito arcu datæ curvæ cujusvis numero finito esse debent, ut in Theoria curvarum demonstrari potest, & alia puncta sunt infinita numero, adeoque illa cadere in intersectiones est infinities improbabilius. Possunt tamen sæpe cadere prope limites: nam in singulis contorsionibus curvæ saltem singuli flexus contrarii esse debent. Porro quamcunque directionem habuerit tangens, si accipiatur exiguus arcus hinc, & inde a limite, vel maxime accedet ad rectam, vel habebit curvaturam ad sensum æqualem, & ad sensum æquali lege progredientem utrinque, adeoque vires in æquali distantia exigua a limite erunt ad sensum hinc, & inde æquales; sed distantiis auctis poterunt & diu æqualitatem retinere, & cito etiam ab ea recedere.

Transitus per infinitum cru-

185. Hi quidem sunt limites per intersectionem curvæ cum axe, viribus evanescentibus in ipso limite. At possunt esse

esse alii limites, ac transitus ab una directione virium ad aliam non per evanescentiam, sed per vires auctas in infinitum, nimirum per asymptoticos curvæ arcus. Diximus supra num. 168. adnot. (i), quando crus asymptoticum abit in infinitum, debere ex infinito regredi crus aliud habens pro asymptoto eandem rectam, & posse regredi cum quatuor diversis positionibus pendentibus a binis partibus ipsius rectæ, & binis plagis pro singulis rectæ partibus; sed cum nostra curva debeat semper progredi, diximus, relinqui pro ea binas ex ejusmodi quatuor positionibus pro quovis crure abeunte in infinitum, in quibus nimirum regressus fiat ex plaga opposita. Quoniam vero, progrediente curva, abire potest in infinitum tam crus repulsivum, quam crus attractivum; jam iterum fiunt casus quatuor possibiles, quos exprimunt figuræ 16, 17, 18, & 19, in quibus omnibus est axis ACB, asymptotus DCD', crus recedens in infinitum EKF, regrediens ex infinito GMH.

ribus asymptoticis.

Fig. 16, 17, 18, 19.

186. In fig. 16. cruri repulsivo EKF succedit itidem repulsivum GMH; in fig. 17 repulsivo attractivum; in 18. attractivo attractivum; in 19 attractivo repulsivum. Primus & tertius casus respondent contactibus. Ut enim in illis evanescebat vis; sed directionem non mutabat; ita & hic abit quidem in infinitum, sed directionem non mutat. Repulsioni IK in fig. 16 succedit repulsio LM; & attractioni in fig. 18 attractio. Quare ii casus non habent limites quosdam. Secundus, & quartus habent utique limites; nam in fig. 17. repulsioni IK succedit attractio LM; & in Fig. 19 attractioni repulsio; atque idcirco secundus casus continet limitem *cohæsionis*, quartus limitem *non cohæsionis*.

Quatuor eorum generis bini respondentes contactibus, bini limitibus, alter cohæsionis, alter non cohæsionis.

187. Ex istis casibus a nostra curva censeo removendos esse omnes præter solum quartum; & in hoc ipso removenda omnia crura, in quibus ordinata crescit in ratione minus, quam simplici reciproca distantiarum a limite. Ratio excludendi est, ne haberi aliquando vis infinita possit, quam & per se se absurdam censeo, & idcirco præterea, quod infinita vis natura sua velocitatem infinitam requirit a se generandam finito tempore. Nam in primo, & secundo casu punctum collocatum in ea distantia ab alio puncto, quam habet I, ab origine abscissarum, abiret ad C per omnes gradus virium auctarum in infinitum, & in C deberet habere vim infinitam; in tertio vero idem accideret puncto collocato in distantia, quam habet L. At in quarto casu accessum ad C prohibet ex parte I attractio IK, & ex parte L repulsio LM. Sed quoniam, si eæ crescant in ratione reciproca minus, quam simplici distantiarum CI, CL; area FKICD, vel GMLCD erit finita, adeoque punctum impulsum versus C velocitate majore, quam quæ respondeat illi areæ, deberet transire per omnes virium magnitudines usque ad vim absolute infinitam in C, quæ ibi

Nullum in Natura admittendum præter postremum, nec vero eum ipsum utcunque.

præ-

præterea & attractiva esse deberet, & repulsiva, limes videlicet omnium & attractivarum, & repulsivarum; idcirco ne hic quidem casus admitti debet, nisi cum hac conditione, ut ordinata crescat in ratione reciproca simplici distantiarum a C, vel etiam majore, ut nimirum area infinita evadat, & accessum a puncto C prohibeat.

Transitus per eum limitem impossibilis: in quibus distantiis constet, eum non haberi.

188. Quando habeatur hic quartus casus in nostra curva cum ea conditione; tum quidem nullum punctum collocatum ex altera parte puncti C poterit ad alteram transilire, quacunque velocitate ad accessum impellatur versus alterum punctum, vel ad recessum ab ipso; impediente transitum area repulsiva infinita, vel infinita attractiva. Inde vero facile colligitur, eum casum non haberi saltem in ea distantia, quæ a diametris minimarum particularum conspicuarum per microscopia ad maxima protenditur fixarum intervalla nobis conspicuarum per telescopia: lux enim liberrime permeat intervallum id omne. Quamobrem si ejusmodi limites asymptotici sunt uspiam, debent esse extra nostræ sensibilitatis sphæram, vel ultra omnes telescopicas fixas, vel citra microscopicas moleculas.

Transitus ad puncta materiæ, & massas.

189. Expositis hisce, quæ ad curvam virium pertinebant, aggrediar simpliciora quædam, quæ maxime notatu digna sunt, ac pertinent ad combinationem punctorum primo quidem duorum, tum trium, ac deinde plurium in massas etiam coalescentium, ubi & vires mutuas, & motus quosdam, & vires, quas in alia exercent puncta, considerabimus.

Quies in limitibus: motus puncti positi extra ipsos.

190. Duo puncta posita in distantia æquali distantiæ limitis cujuscunque ab initio abscissarum, ut in fig. 1. AE, AG, AI &c, (immo etiam si curva alicubi axem tangat, æquali distantiæ contactus ab eodem), ac ibi posita sine ulla velocitate, quiescent, ut patet, quia nullam habebunt ibi vim mutuam: posita vero extra ejusmodi limites, incipient statim ad se invicem accedere, vel a se invicem recedere per intervalla æqualia, prout fuerint sub arcu attractivo, vel repulsivo. Quoniam autem vis manebit semper usque ad proximum limitem directionis ejusdem; pergent progredi in ea recta, quæ ipsa urgebat prius, usque ad distantiam limitis proximi, motu semper accelerato, juxta legem expositam num. 176, ut nimirum quadrata velocitatum integrarum, quæ acquisitæ jam sunt usque ad quodvis momentum (nam velocitas initio ponitur nulla) respondeant areis clausis inter ordinatam respondentem puncto axis terminanti abscissam, quæ exprimebat distantiam initio motus, & ordinatam respondentem puncto axis terminanti abscissam, quæ exprimit distantiam pro eo sequenti momento. Atque id quidem, licet interea occurrat contactus aliquis; quamvis enim in eo vis sit nulla, tamen superata distantia per velocitatem jam acquisitam, statim habentur iterum

vires

vires ejusdem directionis, quæ habebatur prius, adeoque perget acceleratio prioris motus.

Motus post proximum limitem superatum, & oscillatio.

191. Proximus limes erit ejus generis, cujus generis diximus limites cohæsionis, in quo nimirum si distantia per repulsionem augebatur, succedet attractio; si vero minuebatur per attractionem, succedet e contrario repulsio, adeoque in utroque casu limes erit ejusmodi, ut in distantiis minoribus repulsionem, in majoribus attractionem secum ferat. In eo limite in utroque casu recessus mutui, vel accessus ex præcedentibus viribus, incipiet velocitas motus minui vi contraria priori, sed motus in eadem directione perget; donec sub sequenti arcu obtineatur area curvæ æqualis illi, quam habebat prior arcus ab initio motus usque ad limitem ipsum. Si ejusmodi æqualitas obtineatur alicubi sub arcu sequente; ibi, extincta omni præcedenti velocitate, utrumque punctum retro reflectet cursum; & si prius accedebant, incipient a se invicem recedere; si recedebant, incipient accedere, atque id recuperando per eosdem gradus velocitates, quas amiserant, usque ad limitem, quem fuerant prætergressa; tum amittendo, quas acquisiverant usque ad distantiam, quam habuerant initio; viribus nimirum iisdem occurrentibus in ingressu, & areolis curvæ iisdem per singula tempuscula exhibentibus quadratorum velocitatis incrementa, vel decrementa eadem, quæ fuerant antea decrementa, vel incrementa. Ibi autem iterum retro cursum reflectent, & oscillabunt circa illum cohæsionis limitem, quem fuerant prætergressa, quod facient hinc, & inde perpetuo, nisi aliorum externorum punctorum viribus perturbentur, habentia velocitatem maximam in plagam utramlibet in distantia ipsius illius limitis cohæsionis.

Casus oscillationis majoris trans plures limites.

192. Quod si ubi primum transgressa sunt proximum limitem cohæsionis, offendant arcum ita minus validum præcedente, qui arcus nimirum ita minorem concludat aream, quam præcedens, ut tota ejus area sit æqualis, vel etiam minor, quam illa præcedentis arcus area, quæ habetur ab ordinata respondente distantiæ habitæ initio motus, usque ad limitem ipsum; tum vero devenient ad distantiam alterius limitis proximi priori, qui idcirco erit limes non cohæsionis. Atque ibi quidem in casu æqualitatis illarum arearum consistent, velocitatibus prioribus prorsus elisis, & nulla vi gignente novas. At in casu, quo tota illa area sequentis arcus fuerit minor, quam illa pars areæ præcedentis, appellent ad distantiam ejus limitis motu quidem retardato, sed cum aliqua velocitate residua, quam distantiam idcirco prætergressa, & nacta vires directionis mutatæ jam conspirantes cum directione sui motus, non, ut ante, oppositas, accelerabunt motum usque ad distantiam limitis proxime sequentis, quam prætergressa procedent, sed motu retardato, ut in priore; & si area sequentis arcus non sit par extinguendæ ante suum finem toti

velo-

velocitati, quæ fuerat residua in appulsu ad distantiam limitis præcedentis non cohæsionis, & quæ acquisita est in arcu sequenti usque ad limitem cohæsionis proximum; tum puncta appellent ad distantiam limitis non cohæsionis sequentis, ac vel ibi sistent, vel progredientur itidem, eritque semper reciprocatio quædam motus perpetuo accelerati, tum retardati; donec deveniatur ad arcum ita validum, nimirum qui concludat ejusmodi aream, ut tota velocitas acquisita extinguatur: quod si accidat alicubi, & non accidat in distantia alicujus limitis; cursum reflectent retro ipsa puncta, & oscillabunt perpetuo.

Velocitatis mutationes alternæ: ubi ea habeat maximum, & minimum, ubi extingui possit.

193. Porro in hujusmodi motu patet illud, dum itur a distantia limitis cohæsionis ad distantiam limitis non cohæsionis, velocitatem semper debere augeri; tum post transitum per ipsam debere minui, usque ad appulsum ad distantiam limitis non cohæsionis, adeoque habebitur semper in ipsa velocitate aliquod *maximum* in appulsu ad distantiam limitis cohæsionis, & *minimum* in appulsu ad distantiam limitis non cohæsionis. Quamobrem poterit quidem sisti motus in distantia limitis hujus secundi generis; si sola existant illa duo puncta, nec ullum externum punctum turbet illorum motum: sed non poterit sisti in distantia limitis illius primi generis; cum ad ejusmodi distantias deveniatur semper motu accelerato. Præterea patet & illud, si ex quocunque loco impellantur velocitatibus æqualibus vel alterum versus alterum, vel ad partes oppositas, debere haberi reciprocationes easdem auctis semper æque velocitatibus utriusque, dum itur versus distantiam limitis primi generis, & imminutis, dum itur versus distantiam limitis secundi generis.

Circa quos limites oscillatio major esse debeat, & unde pendeat ejus magnitudo.

194. Patet & illud, si a distantia limitis primi generis dimoveantur vi aliqua, vel non ita ingenti velocitate impressa, oscillationem fore perquam exiguam, saltem si quidam validus fuerit limes; nam velocitas incipiet statim minui, & ei vi statim vis contraria invenietur, ac puncta parum dimota a loco suo, tum sibi relicta statim retro cursum reflectent. At si dimoveantur a distantia limitis secundi generis vi utcunque exigua; oscillatio erit multo major, quia necessario debebunt progredi ultra distantiam sequentis limitis primi generis, post quem motus primo retardari incipiet. Quin immo si arcus proximus hinc, & inde ab ejusmodi limite secundi generis concluserit aream ingentem, ac majorem pluribus sequentibus contrariæ directionis, vel majorem excessu eorundem supra areas interjacentes directionis suæ; tum vero oscillatio poterit esse ingens: nam fieri poterit, ut transcurrantur hinc, & inde limites plurimi, antequam deveniatur ad arcum ita validum, ut velocitatem omnem elidat, & motum retro reflectat. Ingens itidem oscillatio esse poterit, si cum ingenti vi dimoveantur puncta a distantia limitum generis utriuslibet; ac res tota pendet a velocitate initiali, & ab areis, quæ post oc-

cur-

currunt, & quadratum velocitatis vel augent, vel minuunt quantitate sibi proportionali.

195. Utcunque magna sit velocitas, qua dimoveantur a distantia limitum illa duo puncta, utcunque validos inveniant arcus conspirantes cum velocitatis directione, si ad se invicem accedunt, debebunt utique alicubi motum retro reflectere, vel saltem sistere, quia saltem advenient ad distantias illas minimas, quæ respondent arcui asymptotico, cujus area est capax extinguendæ cujuscunque velocitatis utcunque magnæ. At si recedant a se invicem, fieri potest, ut deveniant ad arcum aliquem repulsivum validissimum, cujus area sit major, quam omnis excessus sequentium arearum attractivarum supra repulsivas, usque ad languidissimum illum arcum postremi cruris gravitatem exhibentis. Tum vero motus acquisitus ab illo arcu nunquam poterit a sequentibus sisti, & puncta illa recedent a se invicem in immensum; quin immo si ille arcus repulsivus cum sequentibus repulsivis ingentem habeat areæ excessum supra arcus sequentes attractivos; cum ingenti velocitate pergent puncta in immensum recedere a se invicem; & licet ad initium ejus tam validi arcus repulsivi deveniant puncta cum velocitatibus non parum diversis; tamen velocitates recessuum post novum ingens illud augmentum erunt parum admodum discrepantes a se invicem: nam si ingentis radicis quadrato addatur quadratum radicis multo minoris, quamvis non exiguæ; radix extracta ex summa parum admodum differet a radice priore.

Accessum debere sisti saltem a primo arcu repulsivo, recessum posse haberi in infinitum: casus notabilis exiguæ differentiæ velocitatis ingentis.

196. Id quidem ex Euclidea etiam Geometria manifestum fit. Sit in fig. 20 AB linea longior, cui addatur ad perpendiculum BC, multo minor, quam sit ipsa; tum centro A, intervallo AC, fiat semicirculus occurrens AB hinc, & inde in E, D. Quadrato AB addendo quadratum BC habetur quadratum AC, sive AD; & tamen hæc excedit præcedentem radicem AB per solam BD, quæ semper est minor, quam BC, & est ad ipsam, ut est ipsa ad totam BE. Exprimat AB velocitatem, quam in punctis quiescentibus gigneret arcus ille repulsivus per suam aream, una cum differentia omnium sequentium arcuum repulsivorum supra omnes sequentes attractivos: exprimat autem BC velocitatem, cum qua advenitur ad distantiam respondentem initio ejus arcus: exprimet AC velocitatem, quæ habebitur, ubi jam distantia evasit major, & vis insensibilis, ac ejus excessus supra priorem AB erit BD, exiguus sane etiam respectu BC, si BC fuerit exigua respectu AB, adeoque multo magis respectu EB; & ob eandem rationem perquam exigua area sequentis cruris attractivi ingentem illam jam acquisitam velocitatem nihil ad sensum mutabit, quæ permanebit ad sensum eadem post recessum in immensum.

Demonstratio admodum simplex.

Fig. 20.

197. Hæc accident binis punctis sibi relictis, vel impulsis in

Quid accidat

in recta, qua junguntur, cum oppositis velocitatibus æqualibus, quo casu etiam facile demonstratur, punctum, quod illorum distantiam bifariam secat, debere quiescere; nunquam in hisce casibus poterit motus extingui in adventu ad distantiam limitis cohæsionis, & multo minus poterunt ea bina puncta consistere extra distantiam limitis cujuspiam, ubi adhuc habeatur vis aliqua vel attractiva, vel repulsiva. Verum si alia externa puncta agant in illa, poterit res multo aliter se habere. Ubi ex. gr. a se recedunt, & velocitates recessus augeri deberent in accessu ad distantiam limitis cohæsionis; potest externa compressio illam velocitatem minuere, & extinguere in ipso appulsu ad ejusmodi distantiam. Potest externa compressio cogere illa puncta manere immota etiam in ea distantia, in qua se validissime repellunt, uti duæ cuspides elastri manu compressæ detinentur in ea distantia, a qua sibi relictæ statim recederent; & simile quid accidere potest vi attractivæ per vires externas distrahentes.

binis punctis, cum sunt sola, quid possit accidere actionibus aliorum externis.

198. Tum vero diligenter notandum discrimen inter casus varios, quos inducit varia arcuum curvæ natura. Si puncta sint in distantia alicujus limitis cohæsionis, circa quem sint arcus amplissimi, ita, ut proximi limites plurimum inde distent, & multo magis etiam, quam sit tota distantia proximi citerioris limitis ab origine abscissarum; tum poterunt externa vi comprimente, vel distrahente redigi ad distantiam multis vicibus minorem, vel majorem priore ita, ut semper adhuc conentur se restituere ad priorem positionem recedendo, vel accedendo, quod nimirum semper adhuc sub arcu repulsivo permaneant, vel attractivo. At si ibi frequentissimi sint limites, curva sæpissime secante axem; tum quidem post compressionem, vel distractionem ab externa vi factam, poterunt sisti in multo minore, vel majore distantia, & adhuc esse in distantia alterius limitis cohæsionis sine ullo conatu ad recuperandum priorem locum.

Si limites sint a se invicem remoti, mutata multum distantia rediri retro: secus, si sint proximi.

199. Hæc omnia aliquanto fusius considerare libuit, quia in applicatione ad Physicam magno usui erunt infra hæc ipsa, & multo magis hisce similia, quæ massis respondent habentibus utique multo uberiores casus, quam bina tantummodo habeant puncta. Illa ingens agitatio cum oscillationibus variis, & motibus jam acceleratis, jam retardatis, jam retro reflexis, fermentationes, & conflagrationes exhibebit: ille egressus ex ingenti arcu repulsivo cum velocitatibus ingentibus, quæ ubi jam ad ingentes deventum est distantias, parum admodum a se invicem differant, nec ad sensum mutentur quidquam per immensa intervalla, luminis emissionem, & propagationem uniformem, ac ferme eandem celeritatem in quovis ejusdem speciei radio fixarum, Solis, flammæ, cum exiguo discrimine inter diversos coloratos radios; illa vis permanens post compressionem ingentem, vel distractionem, elasticitati explicandæ inser-

Superiorum usus in Physica.

serviet; quies ob frequentiam limitum, sine conatu ad priorem recuperandam figuram, mollium corporum ideam suggeret; quæ quidem hic innuo in antecessum, ut magis hæreant animo, prospicienti jam hinc insignes eorum usus.

200. Quod si illa duo puncta projiciantur oblique motibus contrariis, & æqualibus per directiones, quæ cum recta jungente ipsa illa duo puncta angulos æquales efficiant; tum vero punctum, in quo recta illa conjungens secatur bifariam, manebit immotum; ipsa autem duo puncta circa id punctum gyrabunt in curvis lineis æqualibus, & contrariis, quæ data lege virium per distantias ab ipso puncto illo immoto (uti datetur, data nostra curva virium figuræ 1, cujus nimirum abscissæ exprimunt distantias punctorum a se invicem, adeoque eorum dimidiæ distantias a puncto illo medio immoto) invenitur solutione problematis a Newtono jam olim soluti, quod vocant *inversum problema virium centralium*, cujus problematis generalem solutionem & ego exhibui syntheticam eodem cum Newtoniana recidentem, sed non nihil expolitam, in Stayanis Supplementis ad lib. 3. §. 19. Motus binorum punctorum oblique projectorum.

201. Hic illud notabo tantummodo, inter infinita curvarum genera, quæ describi possint, cum nulla sit curva, quæ assumpto quovis puncto pro centro virium describi non possit cum quadam virium lege, quæ definitur per Problema directum virium centralium, esse innumeras, quæ in se redeant, vel in spiras contorqueantur. Hinc fieri potest, ut duo puncta delata sibi obviam e remotissimis regionibus, sed non accurate in ipsa recta, quæ illa jungit (qui quidem casus accurati occursus in ea recta est infinities improbabilior casu deflexionis cujuspiam, cum sit unicus possibilis contra infinitos), non recedant retro, sed circa punctum spatii medium immotum gyrent perpetuo sibi deinceps semper proxima, intervallo etiam sub sensus non cadente; qui quidem casus itidem diligenter notandi sunt, cum sint futuri usui, ubi de cohæsione, & mollibus corporibus agendum erit. Casus, in quo duo puncta debeant describere spirales circa medium immotum.

202. Si utcumque alio modo projiciantur bina puncta velocitatibus quibuscunque; potest facile ostendi illud: punctum, quod est medium in recta jungente ipsa, debere quiescere, vel progredi uniformiter in directum, & circa ipsum vel quietum, vel uniformiter progrediens, debere haberi vel illas oscillationes, vel illarum curvarum descriptiones. Verum id generalius pertinet ad massas quotcunque, & quascunque, quarum commune gravitatis centrum vel quiescit, vel progreditur uniformiter in directum a viribus mutuis nihil turbatum. Id theorema Newtonus proposuit, sed non satis demonstravit. Demonstrationem accuratissimam, ac generalem simul, & non per casuum inductionem tantummodo, inveni, ac in dissertatione *De Centro Gravitatis* proposui, quam ipsam demonstrationem hic etiam inferius exhibebo. Theorema de statu puncti medii, & generaliter in massis centri gravitatis perseverante.

Accessum alterius e binis ad planum quodvis ulterius æquari recessui ex vi mutua.

203. Interea hic illud postremo loco adnotabo, quod pertinet ad duorum punctorum motum ibi usui futurum: si duo puncta moveantur viribus mutuis tantummodo, & ultra ipsa assumatur planum quodcunque; accessus alterius ad illud planum secundum directionem quamcunque, æquabitur recessui alterius. Id sponte consequitur ex eo, quod eorum absoluti motus sint æquales, & contrarii; cum inde fiat, ut ad directionem aliam quamcunque redacti æquales itidem maneant, & contrarii, ut erant ante. Sed de æquilibrio, & motibus duorum punctorum jam satis.

Transitus ad sistema punctorum trium: bina generalia problemata.

204. Deveniendo ad systema trium punctorum, uti etiam pro punctis quotcunque, res, si generaliter pertractari deberet, reduceretur ad hæc duo problemata, quorum alterum pertinet ad vires, & alterum ad motus: 1. *Data positione, & distantia mutua eorum punctorum, invenire magnitudinem, & directionem vis, qua urgetur quodvis ex ipsis, composita a viribus, quibus urgetur a reliquis, quarum singularum virium lex communis datur per curvam figuræ primæ.* 2. *Data illa lege virium figuræ primæ invenire motus eorum punctorum, quorum singula cum datis velocitatibus projiciantur ex datis locis cum datis directionibus.* Primum facile solvi potest, & potest etiam ope curvæ figuræ 1 determinari lex virium generaliter pro omnibus distantiis assumptis in quavis recta positionis datæ, atque id tam geometrice determinando per puncta curvas, quæ ejusmodi legem exhibeant, ac determinent sive magnitudinem vis absolutæ, sive magnitudines binarum virium, in quas ea concipiatur resoluta, & quarum altera sit perpendicularis datæ illi rectæ, altera secundum illam agat; quam exhibendo tres formulas analyticas, quæ id præstent. Secundum omnino generaliter acceptum, & ita, ut ipsas curvas describendas liceat definire in quovis casu vel constructione, vel calculo, superat (licet puncta sint tantummodo tria) vires methodorum adhuc cognitarum: & si pro tribus punctis substituantur tres massæ punctorum, est illud ipsum celeberrimum problema quod appellant trium corporum, usque adeo quæsitum per hæc nostra tempora, & non nisi pro peculiaribus quibusdam casibus, & cum ingentibus limitationibus, nec adhuc satis promoto ad accurationem calculo, solutum a paucissimis nostri ævi Geometris primi ordinis, uti diximus num. 122.

Theorema de motu puncti habentis actionem cum aliis binis.

Fig. 21.

205. Pro hoc secundo casu illud est notissimum, si tria puncta sint in fig. 21 A, C, B, & distantia AB duorum divisa semper bifariam in D, ac ducta CD, & assumpto ejus triente DE, utcunque moveantur eadem puncta motibus compositis a projectionibus quibuscunque, & mutuis viribus; punctum E debere vel quiescere semper, vel progredi in directum motu uniformi. Pendet id a generali theoremate de centro gravitatis, cujus & superius injecta est mentio, & de quo agemus

mus infra pro massis quibuscunque. Hinc si sibi relinquantur, accedet C ad E, & rectæ A B punctum medium D ibit ipsi obviam versus ipsum cum velocitate dimidia ejus, quam ipsum habebit, vel contra recedent, vel hinc, aut inde movebuntur in latus, per lineas tamen similes, atque ita, ut C, & D semper respectu puncti E immoti ex adverso sint, in quo motu tam directio rectæ AB, quam directio rectæ CD, & ejus inclinatio ad AB, pleruinque mutabitur.

206. Quod pertinet ad inveniendam vim pro quacunque positione puncti C respectu punctorum A, & B, ea facile sic invenietur. In fig. 1 assumendæ essent abscissæ in axe æquales rectis AC, BC figuræ 21, & erigendæ ordinatæ ipsis respondentes, quæ vel ambæ essent ex parte attractiva, vel ambæ ex parte repulsiva; vel prima attractiva, & secunda repulsiva; vel prima repulsiva, & secunda attractiva. In primo casu sumendæ essent CL, CK ipsis æquales (figura 21 exhibet minores, ne nimis excrescat) versus A, & B; in secundo CN, CM ad partes oppositas A, B; in tertio CL versus A, & CM ad partes oppositas B; in quarto CN ad partes oppositas A, & CK versus B. Tum completo parallelogrammo LCKF, vel MCNH, vel LCMI, vel KCNG, diameter CF, vel CH, vel CI, vel CG exprimeret directionem, & magnitudinem vis compositæ, qua urgetur C a reliquis binis punctis.

Determinatio vis ejusdem compositæ e binis viribus.

207. Hinc si assumantur ad arbitrium duo loca quæcunque punctorum A, & B, ad quæ referendum sit tertium C; ducta quavis recta DEC indefinita, ex quovis ejus puncto posset erigi recta ipsi perpendicularis, & æqualis illi diametro, ut CF in primo casu, ac haberetur curva exprimens vim absolutam puncti in eo siti, & solicitati a viribus, quas habet cum ipsis A, & B. Sed satius esset binas curvas construere, alteram, quæ exprimeret vim redactam ad directionem DC per perpendiculum FO, ut CO; alteram, quæ exprimeret vim perpendicularem OF: nam eo pacto haberentur etiam directiones vis absolutæ ab iis compositæ per ejusmodi binas ordinatas. Oporteret autem ipsam ordinatam curvæ utriuslibet assumere ex altera plaga ipsius CD, vel ex altera opposita; prout CO jaceret versus D, vel ad plagam oppositam pro prima curva; & prout OF jaceret ad alteram partem rectæ DC, vel ad oppositam, pro secunda.

Methodus construendi curvam, quæ generaliter exprimat vim ejusmodi.

208. Hoc pacto datis locis A, B pro singulis rectis egressis e puncto medio D duæ haberentur diversæ curvæ, quæ diversas admodum exhiberent virium leges; ac si quæreretur locus geometricus continuus, qui exprimeret simul omnes ejusmodi leges pertinentes ad omnes ejusmodi curvas, sive indefinite exhiberet omnes vires pertinentes ad omnia puncta C, ubicunque collocata; oporteret erigere in omnibus punctis C rectas normales plano ACB, alteram æqualem CO,

Expressio magis generalis per superficiem.

alteram OF, & vertices ejusmodi normalium determinarent binas superficies quasdam continuas, quarum altera exhiberet vires in directione CD attractivas ad D, vel repulsivas respectu ipsius, prout, cadente O citra, vel ultra C, normalis illa fuisset erecta supra, vel infra hoc planum; & altera pariter vires perpendiculares. Ejusmodi locus geometricus, si algebraice tractari deberet, esset ex iis, quos Geometræ tractant tribus indeterminatis per unicam æquationem inter se connexis; ac data æquatione ad illam primam curvam figuræ 1, posset utique inveniri tam æquatio ad utramlibet curvam respondentem singulis rectis DC, constans binis tantum indeterminatis, quam æquatio determinans utramlibet superficiem simul indefinite per tres indeterminatas. (n)

209. Si

Fig. 22. (n) *Stantibus in fig. 22 punctis* ADBCKFLO, *ut in fig. 21, ducantur perpendicula* BP, AQ *in* CD, *quæ dabuntur data inclinatione* DC, *& punctis* B, A, *ac pariter dabuntur &* DP, DQ. *Dicatur præterea* DC $=x$, *& dabuntur analytice* CQ, CP. *Quare ob angulos rectos* P, Q, *dabuntur etiam analytice* CB, CA. *Denominentur* CK $=u$, CL $=z$, CF $=y$. *Quoniam datur* AB, *& dantur analytice* AC, CB; *dabitur analytice ex applicatione Algebræ ad Trigonometriam sinus anguli* ACB *per* x, *& datas quantitates, qui est idem, ac sinus anguli* CKF *complementi ad duos rectos. Datur autem idem ex datis analytice valoribus* CK $=u$, KF $=$ CL $=z$, CF $=y$; *quare habetur ibi una æquatio per* x, y, z, u, *& constantes. Si præterea valor* CB *ponatur pro valore abscissæ in æquatione curvæ figuræ 1; acquiritur altera æquatio per valores* CK, CB, *sive per* x, u, *& constantes. Eodem pacto invenietur ope æquationis curvæ figuræ 1 tertia æquatio per* AC, *&* CL, *adeoque per* x, z, *& constantes. Quare jam habebuntur æquationes tres per* x, u, z, y, *& constantes, quæ, eliminatis* u, *&* z, *reducentur ad unicam per* x, y, *& constantes, ac ea primam illam curvam definiet.*

Quod si quæratur æquatio ad secundam curvam, cujus ordinata est CO, *vel tertiam, cujus ordinata* OF, *inveniri itidem poterit. Nam datur analytice sinus anguli* DCB $= \frac{BP}{CB}$, *& in triangulo* FCK *datur analytice sinus* FCK $= \frac{FK}{CF} \times$ *sin* CKF. *Quare datur analytice etiam sinus differentiæ* OCF, *adeoque & ejus cosinus, & inde, ac ex* CF, *datur analytice* OF, *vel* CO. *Si igitur altera ex illis dicatur* p, *acquiritur nova æquatio, cujus ope una cum superioribus eliminari poterit præterea una alia indeterminata; adeoque eliminata* CF $=y$, *habebitur unica æquatio per* x, p, *& constantes, quæ exhibebit utramlibet e reliquis curvis determinantibus legem virium* CO, *vel* OF.

Pro æquatione cum binis indeterminatis, quæ exhibeat locum ad superficiem, ducatur CR *perpendicularis ad* AB, *& dicatur* DR $=x$, RC $=q$, *denominatis, ut prius,* CK $=u$, CL $=z$, CF $=y$; *& quoniam dantur* AD, DB; *dabuntur analytice per* x, *& constantes* AR, RB, *adeoque per* x, q, *& constantes* AC, CB, *& factis omnibus reliquis, ut prius, habebuntur quatuor æquationes per* x, q, u, z, y, p, *& constantes, quæ eliminatis valoribus* u, z, y, *reducentur ad unicam datam per constantes, & tres indeterminatas* x, p, q, *sive* DR, RC, *&* CO, *vel* OF, *quæ exhibebit quæsitum locum ad superficiem.*

209. Si pro duobus punctis tantummodo agentibus in tertium daretur numerus quicunque punctorum positorum in datis locis, ac agentium in idem punctum, posset utique constructione simili inveniri vis, qua singula agunt in ipsum collocatum in quovis assumpto loci puncto, ac vis ex ejusmodi viribus composita definiretur tam directione, quam magnitudine, per notam virium compositionem. Posset etiam analysis adhiberi ad exprimendas curvas per æquationes duarum indeterminatarum pro rectis quibuscunque, & (o) si omnia puncta jaceant in eodem plano, superficies per æquationem trium. Mi-

Methodus determinandi vim compositam ex viribus respicientibus puncta quotcunque. Legum multitudo, & varietas.

Calculus quidem esset immensus, sed patet methodus, qua deveniri possit ad æquationem quæsitam. Mirum autem, quanta curvarum, & superficierum, adeoque & legum virium varietas obveniret, mutata tantummodo distantia AB *binorum punctorum agentium in tertium, qua mutata, mutatur tota lex, & æquatio.*

(o) *Hæc conditio punctorum jacentium in eodem plano necessaria fuit pro loco ad superficiem, & pro æquatione, quæ legem virium exhibeat per æquationem indeterminatarum tantummodo trium: at si puncta sint plura, & in eodem plano non jaceant, quod punctis tantummodo tribus accidere omnino non potest; tum vero locus ad superficiem, & æquatio trium indeterminatarum non sufficit, sed ad eam generaliter exprimendam legem Geometria omnis est incapax, & analysis indiget æquatione indeterminatarum quatuor. Primum patet ex eo, quod si manentibus punctis* A, B, *exeat punctum* C *ex dato quodam plano, pro quo constructus sit locus ad superficiem; liceret convertere circa rectam* AB *planum illud cum superficie curva legem virium determinante, donec ad punctum* C *deveniret planum ipsum: tum enim erecto perpendiculo usque ad superficiem illam curvam, definiretur per ipsum vis agens secundum rectam* CD, *vel ipsi perpendicularis, prout locus ille ad curvam superficiem constructus fuerit pro altera ex iis.*

At secundum fit manifestum ex eo, quod si puncta agentia sint etiam omnia in eodem plano, & punctum, cujus vis composita quæritur, in quavis recta posita extra ipsum planum, relationes omnes distantiarum a reliquis punctis, ac directionum, a quibus pendent vires singulorum, & compositio ipsarum virium, longe alia essent, ac in quavis recta in eodem plano posita, uti facile videre est. Hinc pro quovis puncto loci ubicunque assumpto sua responderet vis composita, & quarta aliqua plaga, seu dimensio, præter longum, latum, & profundum, requireretur ad ducendas ex omnibus punctis spatii rectas iis viribus proportionales, quarum rectarum vertices locum continuum aliquem exhiberent determinantem virium legem.

Sed quod Geometria non assequitur, assequeretur quarta alia dimensio mente concepta, ut si conciperetur spatium totum plenum materia continua, quod in mea sententia cogitatione tantummodo effingi potest, & ea esset in omnibus spatii punctis densitatis diversa, vel diversi pretii; tum illa diversa densitas, vel illud pretium, vel quidpiam ejusmodi, exhibere posset legem virium ipsi respondentium, quæ nimirum ipsi essent proportionales. Sed ibi iterum ad determinandam directionem vis compositæ non esset satis resolutio in duas vires, alteram secundum rectam transeuntem per datum punctum; alteram ipsi perpendicularem; sed requirerentur tres, nimirum vel omnes secundum tres datas directiones, vel tendentes per rectas, quæ per data tria puncta transeant, vel quavis alia certa lege definitas: adeoque tria loca ejusmodi ad spatium, quarta aliqua dimensione, vel qualitate affectum, requirerentur, quæ tribus ejusmodi plusquam Geometri-

Mirum autem, quanta inde diversarum legum combinatio orietur. Sed & ubi duo tantummodo puncta agant in tertium, incredibile dictu est, quanta diversitas legum, & curvarum inde erumpat. Manente etiam distantia AB, leges pertinentes ad diversas inclinationes rectæ DC ad AB, admodum diversæ obveniunt inter se: mutata vero punctorum A, B distantia a se invicem, leges etiam pertinentes ad eandem inclinationem DC differunt inter se plurimum; & infinitum esset singula persequi; quanquam earum variationum cognitio, si obtineri utcunque posset, mirum in modum vires imaginationis extenderet, & objiceret discrimina quamplurima scitu dignissima, & maximo futura usui, atque incredibilem Theoriæ fœcunditatem ostenderet.

Vis in latus in exiguis distantiis, ac ejus usus pro solidis: in magnis nulla: in iis summa virium simplicium.

Fig. 21.

210. Ego hic simpliciora quædam, ac faciliora, & usum habitura in sequentibus, ac in applicatione ad Physicam inprimis attingam tantummodo; sed interea quod ad generalem pertinet determinationem expositam, duo adnotanda proponam. Primo quidem in ipsa trium punctorum combinatione occurrit jam hic nobis præter vim determinantem ad accessum, & recessum, vis urgens in latus, ut in fig. 21, præter vim CF, vel CH, vis CI, vel CG. Id erit infra magno usui ad explicanda solidorum phænomena, in quibus, inclinato fundo virgæ solidæ, tota virga, & ejus vertex moventur in latus, ut certam ad basim positionem acquirant. Deinde vero illud: hæc omnia curvarum, & legum discrimina, tam quæ per-

cis legibus vis compositæ legem definirent, tum quod pertinet ad ejus magnitudinem, tum quod ad directionem.

Verum quod non assequitur Geometria, assequeretur Analysis ope æquationis quatuor indeterminatarum; si enim conciperetur planum, quod libuerit, ut ACB, *& in eo quævis recta* AB, *ac in ipsa recta quodvis punctum* D; *tum quævis hujus segmento* DR *appellato* x, *quævis recta* RC *ipsi perpendiculari* y, *quævis tertia perpendiculari ad totum planum* z, *per hasce tres indeterminatas involveretur positio puncti spatii cujuscumque, in quo collocatum esset punctum materiæ, cujus vis quæritur.*

Punctorum agentium utcunque collocatorum ubicunque vel intra id planum, vel extra, possent definiri positiones per ejusmodi tres rectas, datas utique pro singulis, si eorum positiones dentur. Per eas, & & per illas x, y, z, *posset utique haberi distantia cujuscumque ex iis punctis agentibus, & positione datis, a puncto indefinite accepto; adeoque ope æquationis figuræ* 1 *posset haberi analytice per æquationes quasdam, ut supra, vis ad singula agentia puncta pertinens, & per easdem rectas ejus etiam directio resoluta in tres parallelas illis* x, y, z. *Hinc haberetur analytice omnium summa pro singulis ejusmodi directionibus per aliam æquationem derivatam ab ejus summæ denominatione, ea nimirum facta* $= u$, *ac expunctis omnibus subsidiariis valoribus, methodo non absimili ei, quam adhibuimus superius pro loco ad superficiem, deveniretur ad unam æquationem constitutam illis quatuor indeterminatis* x, y, z, u, *& constantibus; ac tres ejusmodi æquationes pro tribus directionibus vim omnem compositam definirent. Sed hæc innuisse sit satis, quæ nimirum & altiora sunt, & ob ingentem complicationem casuum, ac nostræ humanæ mentis imbecillitatem nulli nobis inferius futura sunt usui.*

pertinent ad diversas directiones rectarum DC, data distantia punctorum A, B, quam quæ pertinent ad diversas distantias ipsorum punctorum A, B, data etiam directione DC, ac hasce vires in latus haberi debere in exiguis illis distantiis, in quibus curva figuræ 1 circa axem contorquetur, ubi nimirum mutata parum admodum distantia, vires singulorum punctorum mutantur plurimum, & e repulsivis etiam abeunt in attractivas, ac vice versa, & ubi respectu alterius puncti haberi possit attractio, respectu alterius repulsio, quod utique requiritur, ut vis dirigatur extra angulum ACB, & extra ipsi ad verticem oppositum. At in majoribus distantiis, in quibus jam habetur illud postremum crus figuræ 1 exprimens arcum attractivum ad sensum in ratione reciproca duplicata distantiarum, vis in punctum C a punctis A, B inter se proximis, utcunque ejusmodi distantia mutetur, & quæcunque fuerit inclinatio CD ad AB, erit semper ad sensum eadem, directa ad sensum ad punctum D, ad sensum proportionalis reciproce quadrato distantiæ DC ab ipso puncto D, & ad sensum dupla ejus, quam in curva figuræ 1 requireret distantia DC.

211. Id quidem facile demonstratur. Si enim AB respectu DC sit perquam exigua, angulus ACB erit perquam exiguus, & a recta CD ad sensum bifariam sectus: distantiæ AC, CB erunt ad se invicem ad sensum in ratione æqualitatis, adeoque & vires CL, CK ambæ attractivæ debebunt ad sensum æquales esse inter se, & proinde LCKF ad sensum rhombus, diametro CF ad sensum secante angulum LCK bifariam, quæ rhombi proprietas est, & ipsa CF congruente cum CO, ac (ob angulum FCK insensibilem, & CKF ad sensum æqualem duobus rectis) æquali ad sensum binis CK, KF, sive CK, CL, simul sumptis; quæ singulæ cum sint quam proxime in ratione reciproca duplicata distantiarum CB, CA; erunt & eædem, & earum summa ad sensum in ratione reciproca duplicata distantiæ CD. *Demonstratio postremi theorematis.*

212. Porro id quidem commune est etiam massulis constantibus quocunque punctorum numero. Mutata illarum combinatione, vis composita a viribus singulorum agens in punctum distans a massula ipsa per intervallum perquam exiguum, nimirum ejusmodi, in quo curva figuræ 1 circa axem contorquetur, debet mutare plurimum tam intensitatem suam, quam directionem, & fieri utique potest, quod infra etiam in aliquo simpliciore casu trium punctorum videbimus, ut in alia combinatione punctorum massulæ pro eadem distantia a medio repulsiones prævaleant, in alia attractiones, in alia oriatur vis in latus ad perpendiculum, ac in eadem constitutione massulæ pro diversis directionibus admodum diversæ sint vires pro eadem etiam distantia a medio. At in magnis illis distantiis, in quibus singulorum punctorum vires jam attractivæ sunt omnes, & directiones, ob molem massulæ tam exiguam respectu ingentis distantiæ, ad sensum conspirant, vis composita *Discrimen ingens virium, quas massula exercet in massulam proximam, conformitas summa in remotarum viribus, quæ sunt directe ut massæ, & reciproce, ut quadrata distantiarum.*

 posita

posita ex omnibus dirigetur necessario ad punctum aliquod intra massulam situm, adeoque ad sensum ejus directio erit eadem, ac directio rectæ tendentis ad mediam massulam, & æquabitur vis ipsa ad sensum summæ virium omnium punctorum constituentium ipsam massulam, adeoque erit attractiva semper, & ad sensum proportionalis in diversis etiam massulis numero punctorum directe, & quadrato distantiæ a medio massulæ ipsius reciproce; sive generaliter erit in ratione composita ex directa simplici massarum, & reciproca duplicata distantiarum. Multo autem majus erit discrimen in exiguis illis distantiis, si non unicum punctum a massula illa solicitetur, sed massula alia, cujus vis componatur e singulis viribus singulorum suorum punctorum, quod tamen in massula etiam respectu massulæ admodum remotæ evanescet, singulis ejus punctis vires habentibus ad sensum æquales, & agentes in eadem ad sensum directione; unde fiet, ut vis motrix ejus massulæ solicitatæ, orta ab actionibus illius alterius remotæ massulæ, sit ad sensum proportionalis numero punctorum, quæ habet ipsa, numero eorum, quæ habet altera, & quadrato distantiæ, quæcunque sit diversa dispositio punctorum in utralibet, quicunque numerus.

Inde necessaria omnium corporum uniformitas in gravitate, difformitas in aliis innumeris proprietatibus.

213. Mirum sane, quantum in applicatione ad Physicam hæc animadversio habitura sit usum; nam inde constabit, cur omnia corporum genera gravitatem acceleratricem habeant proportionalem massæ, in quam tendunt, & quadrato distantiæ, adeoque in superficie Terræ aurum, & pluma cum æquali celeritate descendant seclusa resistentia, vim autem totam, quam etiam pondus appellamus, proportionalem præterea massæ suæ, adeoque in ordine ad gravitatem nullum sit discrimen, quæcunque differentia habeatur inter corpora, quæ gravitant, & in quæ gravitant, sed ad solam demum massam, & distantiam res omnis deveniat; at in iis proprietatibus, quæ pendent a minimis distantiis, in quibus nimirum fiunt reflexiones lucis, & refractiones cum separatione colorum pro visu, vellicationes fibrarum palati pro gustu, incursus odoriferarum particularum pro odoratu, tremor communicatus particulis aeris proximis, & propagatus usque ad tympanum auriculare pro auditu, asperitas, ac aliæ sensibiles ejusmodi qualitates pro tactu, tot cohæsionum tam diversa genera, secretiones, nutritionesque, fermentationes, conflagrationes, displosiones, dissolutiones, præcipitationes, ac alii effectus Chemici omnes, & mille alia ejusmodi, quæ diversa corpora a se invicem discernunt, in iis, inquam, tantum sit discrimen, & vires tam variæ, ac tam varii motus, qui tam varia phænomena, & omnes specificas tot corporum differentias inducunt, consensu Theoriæ hujus cum omni Natura sane admirabili. Sed hęc, quæ huc usque dicta sunt ad massas pertinent, & ad applicationem ad Physicam: interea peculiaria quędam persequar ex innumeris iis, quę pertinent

tinent ad diversas leges binorum punctorum agentium in tertium.

Vis in duo puncta puncti positi in recta jungente ipsa, vel in recta secante hanc bifariam, & ad angulos rectos directa secundum eandem rectam.

214. Si libeat considerare illas leges, quæ oriuntur in recta perpendiculari ad AB ducta per D, vel in ipsa AB hinc, & inde producta, inprimis facile est videre illud, directionem vis compositæ utrobique fore eandem cum ipsa recta sine ulla vi in latus, & sine ulla declinatione a recta, quæ tendit ad ipsum D, vel ab ipso. Pro recta AB res constat per se se; nam vires illæ, quæ ad bina ea puncta pertinent, vel habebunt directionem eandem, vel oppositas, jacente ipso tertio puncto in directum cum utroque e prioribus: unde fit, ut vis composita æquetur summæ, vel differentiæ virium singularum componentium, quæ in eadem recta remaneat. Pro recta perpendiculari facile admodum demonstratur. Si enim in fig. 23 recta DC fuerit perpendicularis ad AB sectam bifariam in D, erunt AC, BC æquales inter se. Quare vires, quibus C agitatur ab A, & B, æquales erunt, & proinde vel ambæ attractivæ, ut CL, CK, vel ambæ repulsivæ, ut CN, CM. Quare vis composita CF, vel CH, erit diameter rhombi, adeoque secabit bisariam angulum LCK, vel NCM; quos angulos cum bisariam secet etiam recta DC, ob æqualitatem triangulorum DCA, DCB, patet, ipsas CF, CH debere cum eadem congruere. Quamobrem in hisce casibus evanescit vis illa perpendicularis FO, quæ in præcedentibus binis figuris habebatur, ac in iis per unicam æquationem res omnis absolvitur (p), quarum ea, quæ ad posteriorem casum pertinet, admodum facile invenitur. Fig. 23.

Constructio curvæ exhibentis legem casus posterioris.

215. Legem pro recta perpendiculari rectæ jungenti duo puncta, & æque distanti ab utroque exhibet fig. 24, quæ vitandæ confusionis causa exhibetur, ubi sub numero 24 habetur littera B, sed quod ad ejus constructionem pertinet, habetur separatim, ubi sub num. 24 habetur littera A; ex quibus binis figuris fit unica; si puncta X Y E A E' censeantur utrobique eadem. In ea X, Y sunt duo materiæ puncta, & ipsam XY recta CC' secat bifariam in A. Curva, quæ vires compositas ibi exhibet per ordinatas, constructa est ex fig. 1, quod fieri potest, inveniendo vires singulas singulorum punctorum, tum vim compositam ex iis more consueto juxta Fig. 24.

genera-

(p) *Ducta enim* LK *in Fig.* 23. *ipsam* FC *secabit alicubi in* I *bifariam, & ad angulos rectos ex rhombi natura. Dicatur* CD $= x$, CF $= y$, DB $= a$, *& erit* CB $= \sqrt{aa+xx}$, *&* CD $= x$. CB $= \sqrt{aa+xx}$ :: CI $= \frac{1}{2}y$. CK $= \frac{y}{2x}\sqrt{aa+xx}$, *quo valore posito in æquatione curvæ figuræ* 1 *pro valore ordinatæ, &* $\sqrt{aa+xx}$ *pro valore abscissæ, habebitur immediate æquatio nova per* x, y, *& constantes, quæ ejusmodi curvam determinabit.*

generalem constructionem numeri 205; sed etiam sic facilius idem præstatur: centro Y intervallo cujusvis abscissæ A *d* figuræ 1 inveniatur in figura 24 sub litera A in recta CC' punctum *d*, sumaturque *de* versus Y æqualis ordinatæ *db* figuræ 1, ductoque *ea* perpendiculo in CA, erigatur eidem CA itidem perpendicularis *db* dupla *da* versus plagam electam ad arbitrium pro attractionibus, vel versus oppositam, prout illa ordinata in fig. 1 attractionem, vel repulsionem expresserit, & erit punctum *b* ad curvam exprimentem legem virium, qua punctum ubicunque collocatum in recta C'C solicitatur a binis X, Y.

Constructionis demonstratio.

216. Demonstratio facilis est: si enim ducatur *d*X, & in ea sumatur *dc* æqualis *de*, ac compleatur rhombus *debc*; patet, fore ejus verticem *b* in recta *d*A secante angulum X*d*Y bifariam, cujus diameter *db* exprimet vim compositam a binis *de*, *dc*, quæ bifariam secaretur a diametro altera *ec*, & ad angulos rectos, adeoque in ipso illo puncto *a*; & *db*, dupla *da*, æquabitur *db* exprimenti vim, quæ respectu A erit attractiva, vel repulsiva, prout illa *db* figuræ 1 fuerit itidem attractiva, vel repulsiva.

Plures ejus curvæ proprietates.

Fig. 1. 24.

217. Porro ex ipsa constructione patet, si centro Y, intervallis AE, AG, AI figuræ 1 inveniantur in recta CAC' hujus figuræ positæ sub littera B puncta E, G, I &c, ea fore limites respectu novæ curvæ; & eodem pacto reperiri posse limites E'G'I' &c ex parte opposita A; in iis enim punctis evanescente *de* figuræ ejusdem positæ sub A, evadit nulla *da*, & *db*. Notandum tamen, ibi in figura posita sub B mutari plagam attractivam in repulsivam, & vice versa; nam in toto tractu CA vis attractiva ad A habet directionem CC', & in tractu AC' vis itidem attractiva ad A habet directionem oppositam C'C. Deinde facile patebit, vim in A fore nullam, ubi nimirum oppositæ vires se destruent, adeoque ibi debere curvam axem secare; ac licet distantiæ AX, AY fuerint perquam exiguæ, ut idcirco repulsiones singulorum punctorum evadant maximæ; tamen prope A vires erunt perquam exiguæ ob inclinationes duarum virium ad XY ingentes, & contrarias; & si ipsæ AY, AX fuerint non majores, quam sit AE figuræ 1; postremus arcus EDA erit repulsivus: secus si fuerint majores, quam AE, & non majores, quam AG, atque ita porro; cum vires in exigua distantia ab A debeant esse ejus directionis, quam in fig. 1 requirunt abscissæ paullo majores, quam sit hæc YA. Postrema crura T*p*V, T'*p*'V', patet, fore attractiva; & si in figura 1 fuerint asymptotica, fore asymptotica etiam hic; sed in A nullum erit asymptoticum crus.

Constructio curvæ exhibentis legem casus prioris.

Fig. 1. 25.

218. At curva, quæ exhibet in fig. 25 legem virium pro recta CC' transeunte per duo puncta X, Y, est admodum diversa a priore. Ea facile construitur: satis est pro quovis ejus puncto *d* assumere in fig. 1 duas abscissas æquales, alteram Y*d* hujus figuræ, alteram X*d* ejusdem, & sumere hic *db* æqualem

sum-

summæ, vel differentiæ binarum ordinatarum pertinentium ad eas abscissas, prout fuerint ejusdem directionis, vel contrariæ, & eam ducere ex parte attractiva, vel repulsiva, prout ambæ ordinatæ figuræ 1, vel earum major, attractiva fuerit, vel repulsiva. Habebitur autem asymptotus *b* Y *c*, & ultra ipsam crus asymptoticum D E, citra ipsam autem crus itidem asymptoticum *dg* attractivum respectu A, cui attractivum, sed directionis mutatæ respectu C C', ut in fig. superiore diximus, ad partes oppositas A debet esse aliud *g' d'*, habens asymptotum *c' b'* transeuntem per X; ac utrumque crus debet continuari usque ad A, ubi curva secabit axem. Hoc postremum patet ex eo, quod vires oppositæ in A debeant elidi; illud autem prius ex eo, quod si *a* sit prope Y, & ad ipsum in infinitum accedat, repulsio ab Y crescat in infinitum, vi, quæ provenit ab X, manente finita; adeoque tam summa, quam differentia debet esse vis repulsiva respectu Y, & proinde attractiva respectu A, quæ imminutis in infinitum distantiis ab Y augebitur in infinitum. Quare ordinata *ag* in accessu ad *b* Y *c* crescet in infinitum; unde consequitur, arcum *gd* fore asymptoticum respectu Y *c*; & eadem erit ratio pro *a' g'*, & arcu *g' d'* respectu *b'* X *c'*.

219. Poterit autem etiam arcus curvæ interceptus asymptotis *b* Y *c*, *b'* X *c'*, sive cruribus *dg*, *d'g'* secare alicubi axem, ut exhibet figura 26; quin immo & in locis pluribus, si nimirum A Y sit satis major, quam A E figuræ 1, ut ab Y habeatur alicubi citra A attractio, & ab X repulsio, vel ab X repulsio major, quam repulsio ab Y. Ceterum sola inspectione postremarum duarum figurarum patebit, quantum discrimen inducat in legem virium, vel curvam, sola distantia punctorum X, Y. Utraque enim figura derivata est a figura 1, & in fig. 25 assumpta est X Y æqualis A E figuræ 1, in fig. 26 æqualis A I, ejusdem quæ variatio usque adeo mutavit figuræ genitæ ductum; & assumptis aliis, atque aliis distantiis punctorum X, Y, aliæ, atque aliæ curvæ novæ provenirent, quæ inter se collatæ, & cum illis, quæ habentur in recta C A C' perpendiculari ad X A Y, uti est in fig. 24; ac multo magis cum iis, quæ pertinentes ad alias rectas mente concipi possunt, satis confirmant id, quod supra innui de tanta multitudine, & varietate legum provenientium a sola etiam duorum punctorum agentium in tertium dispositione diversa; ut & illud itidem patet ex sola etiam harum trium curvarum delineatione, quanta sit ubique conformitas in arcu illo attractivo T *p* V, ubique conjuncta cum tanto discrimine in arcu se circa axem contorquente.

Ejus curvæ proprietates: discrimina pro mutata distantia punctorum: collatio cum curva casus alterius.

Fig. 26.

220. Verum ex tanto discriminum numero unum seligam maxime notatu dignum, & maximo nobis usui futurum inferius. Sit in fig. 27 C' A C axis idem, ac in fig. 1, & quinque arcus consequenter accepti alicubi G H I, I K L, L M N, N O P, P Q R sint æquales prorsus inter se, ac similes. Ponantur autem bina puncta B', B hinc, & inde ab A in fig. 28 ad-

Tria genera hujus casus notatu dignissima.

Fig. 27.

Fig. 28. 29. 30.

ad intervallum æquale dimidiæ amplitudini unius e quinque iis arcubus, uti uni G I, vel I L; in fig. 29 ad intervallum æquale integræ ipsi amplitudini; in fig. 30 ad intervallum æquale duplæ; sint autem puncta L, N in omnibus hisce figuris eadem, & quæratur, quæ futura sit vis in quovis puncto *g* intervalli L N in hisce tribus positionibus punctorum B'B.

Determinatio vis compositæ in iisdem.

221. Si in Fig. 27 capiantur hinc, & inde ab ipso *g* intervalla æqualia intervallis A B', A B reliquarum trium figurarum ita, ut *ge*, *gi* respondeant figuræ 28; *gc*, *gm* figuræ 29; *ga*, *go* figuræ 30; patet, intervallum *ei* fore æquale amplitudini L N, adeoque L *e*, N *i* æquales fore dempto communi L *i*, sed puncta *e*, *i* debere cadere sub arcus proximos directionum contrariarum; ob arcuum vero æqualitatem fore æqualem vim *ef* vi contrariæ *il*, adeoque in fig. 28 vim ab utraque compositam, respondentem puncto *g*, fore nullam. At quoniam *gc*, *gm* integræ amplitudini æquantur; cadent puncta *c*, *m* sub arcus I K L, N Q P, conformes etiam directione inter se, sed directionis contrariæ respectu arcus L M N, eruntque æquales *m* N, *c* I ipsi *g* L, adeoque attractiones *mn*, *cd*, & repulsioni *gh* æquales, & inter se; ac idcirco in figura 29 habebitur vis attractiva *gh* composita ex iis binis dupla repulsivæ figuræ 27. Demum cum *ga*, *go* sint æquales duplæ amplitudini, cadent puncta *a*, *o* sub arcus G H I, P Q R conformis directionis inter se, & cum arcu L M N, eruntque pariter binæ repulsiones *ab*, *op* æquales repulsioni *gh*, & inter se. Quare vis ex iis composita pro fig. 30 erit repulsio *gh* dupla repulsionis *gh* figuræ 27, & æqualis attractioni figuræ 29.

In alia dispositione vim in tractu continuo fore nullam, in alia attractionem, in alia repulsionem, manente distantia: usus in Physica summus.

222. Inde igitur jam patet, loci geometrici exprimentis vim compositam, qua bina puncta B', B agunt in tertium, partem, quæ respondet intervallo eidem L N, fore in prima e tribus eorum positionibus propositis ipsum axem L N, in secunda arcum attractivum L M N, in tertia repulsivum, utroque recedente ab axe ubique duplo plus, quam in fig. 27; ac pro quovis situ puncti *g* in toto intervallo L N in primo e tribus casibus fore prorsus nullam, in secundo fore attractionem, in tertio repulsionem æqualem ei, quam bina puncta B', B exercerent in tertium punctum situm in *g*, si collocarentur simul in A, licet in omnibus hisce casibus distantia puncti ejusdem *g* a medio systematis eorundem duorum punctorum, sive a centro particulæ constantis iis duobus punctis sit omnino eadem. Possunt autem in omnibus hisce casibus puncta B', B esse simul in arctissimis limitibus cohæsionis inter se, adeoque particulam quandam constantis positionis constituere. Æqualitas ejusmodi accurata inter arcus, & amplitudines, ac limitum distantias in figura 1 non dabitur uspiam; cum nullus arcus curvæ derivatæ utique continuæ, deductæ nimirum certa lege a curva continua, possit congruere accurate cum recta; at poterunt ea omnia ad æqualitatem accedere, quantum libue-

libuerit: poterunt hæc ipsa discrimina haberi ad sensum per tractus continuos aliis modis multo adhuc pluribus, immo etiam pluribus in immensum, ubi non duo tantummodo puncta, sed immensus eorum numerus constituat massulas, quæ in se agant, & ut in hoc simplicissimo exemplo deprompto e solo trium punctorum systemate, multo magis in systematis magis compositis, & plures idcirco variationes admittentibus, in eadem centrorum distantia, pro sola varia positione punctorum componentium massulas ipsas vel a se mutuo repelli, vel se mutuo attrahere, vel nihil ad sensum agere in se invicem. Quod si ita res habet, nihil jam mirum accidet, quod quædam substantiæ inter se commixtæ ingentem acquirant intestinarum partium motum per effervescentiam, & fermentationem, quæ deinde cesset, particulis post novam commixtionem respective quiescentibus; quod ex eodem cibo alia per secretionem repellantur, alia in succum nutritium convertantur, ex quo ad eandem præterfluente distantiam alia aliis partibus solidis adhæreant, & per alias valvulas transmittantur, aliis libere progredientibus. Sed adhuc multa supersunt notatu dignissima, quæ pertinent ad ipsum etiam adeo simplex trium punctorum systema.

Alius casus vis nullius trium punctorum positorum in directum ex distantiis limitum: tres alii in quorum binis vis nulla ex elisione contrariarum.

223. Jaceant in figura 31 tria puncta ADB in directum: ea poterunt respective quiescere, si omnibus mutuis viribus careant, quod fieret, si tres distantiæ AD, DB, AB omnes essent distantiæ limitum; sed potest haberi etiam quies respectiva per elisionem contrariarum virium. Porro virium mutuarum casus diversi tres esse poterunt: vel enim punctum medium D ab utroque extremorum A, B attrahitur, vel ab utroque repellitur, vel ab altero attrahitur, ab altero repellitur. In hoc postremo casu, patet, non haberi quietem respectivam; cum debeat punctum medium moveri versus extremum attrahens recedendo simul ab altero extremo repellente. In reliquis binis casibus poterit utique res haberi: nam vires attractivæ, vel repulsivæ, quas habet medium punctum, possunt esse æquales; tum autem extrema puncta debebunt itidem attrahi a medio in primo casu, repelli in secundo; quæ si se invicem e contrario æque repellant in casu primo, attrahant in secundo; poterunt mutuæ vires elidi omnes.

Fig. 31.

In eorum altero nisus ad recuperandam positionem, in altero ad magis ab ea recedendum, si incipiant inde removeri.

224. Adhuc autem ingens est discrimen inter hosce binos casus. Si nimirum puncta illa a directione rectæ lineæ quidquam removeantur, ut nimirum medium punctum D distet jam non nihil a recta AB, delatum in C, in secundo casu adhuc magis sponte recedet inde, & in primo accedet iterum; vel si vi aliqua externa urgeatur, conabitur recuperare positionem priorem, & ipsi urgenti vi resistet. Nam binæ repulsiones CM, CN adhuc habebuntur in secundo casu in ipso primo recessu a D (licet eæ mutatis jam satis distantiis BD, AD in BC, AC, evadere possint attractiones) & vim com-

ponent

ponent directam per CH contrariam directioni tendenti ad rectam AB. At in primo casu habebuntur attractiones CL, CK, quæ component vim CF directam versus AB, quo casu attractio AP cum repulsione AR, & attractio BV cum repulsione BS component vires AQ, BT, quibus puncta A, B ibunt obviam puncto C redeunti ad rectam transituram per illud punctum E, quod est in triente rectæ DC, & de quo suprà mentionem fecimus num. 205.

Theoria generalior indicata: trium punctorum jacentium in directum: vis maxima ad conservandam distantiam.

225. Hæc Theoria generaliter etiam non rectilineæ tantum, sed & cuivis positioni trium massarum applicari potest, ac applicabitur infra, ubi etiam generale simplicissimum, ac fœcundissimum theorema eruetur pro comparatione virium inter se; sed hic interea evolvemus nonnulla, quæ pertinent ad simpliciorem hunc casum trium punctorum. Inprimis fieri utique potest, ut ejusmodi tria puncta positionem ad sensum rectilineam retineant cum prioribus distantiis, utcunque magna fuerit vis, quæ illa dimovere tentet, vel utcunque magna velocitas impressa fuerit ad ea e suo respectivo statu deturbanda. Nam vires ejusmodi esse possunt, ut tam in eadem directione ipsius rectæ, quam in directione ad eam perpendiculari, adeoque in quavis obliqua etiam, quæ in eas duas resolvi cogitatione potest, validissimus exurgat conatus ad redeundum ad priorem locum, ubi inde discesserint puncta. Contra vim impressam in directione ejusdem rectæ satis est, si pro puncto medio attractio plurimum crescat, aucta distantia ab utrolibet extremo, & plurimum decrescat, eadem imminuta; ac pro utrovis puncto extremo satis est, si repulsio decrescat plurimum aucta distantia ab extremo, & attractio plurimum crescat, aucta distantia a medio, quod secundum utique fiet, cum, ut dictum est, debeat attractio medii in ipsum crescere, aucta distantia. Si hæc ita se habuerint, ac vice versa; differentia virium vi extrinsecæ resistet, sive ea tentet contrahere, sive distrahere puncta, & si aliquod ex iis velocitatem in ea directione acquisiverit utcunque magnam, poterit differentia virium esse tanta, ut extinguat ejusmodi respectivam velocitatem tempusculo, quantum libuerit, parvo, & post percursum spatiolum, quantum libuerit, exiguum.

Quid ubi vis externa urgeat in latus: idea virgæ rigidæ, & virgæ flexilis.

226. Quod si vis urgeat perpendiculariter, ut ex. gr. punctum medium D moveatur per rectam DC perpendicularem ad AB; tum vires CK, CL possunt utique esse ita validæ, ut vis composita CF sit post recessum, quantum libuerit, exiguum satis magna ad ejusmodi vim elidendam, vel ad extinguendam velocitatem impressam. In casu vis, quæ constanter urgeat, & punctum D versus C, & puncta A, B ad partes oppositas, habebitur inflexio; ac in casu vis, quæ agat in eadem directione rectæ jungentis puncta, habebitur contractio, seu distractio; sed vires resistentes ipsis poterunt esse ita validæ, ut & inflexio, & contractio, vel distractio, sint prorsus insensibiles;

ac si actione externa velocitas imprimatur punctis ejusmodi, quæ flexionem, vel contractionem, aut distractionem inducat, tum ipsa puncta permittantur sibi libera; habebitur oscillatio quædam, angulo jam in alteram plagam obverso, jam in alteram oppositam, ac longitudine ejus veluti virgæ constantis iis tribus punctis jam aucta, jam imminuta, fieri poterit; ut oscillatio ipsa sensum omnem effugiat, quod quidem exhibebit nobis ideam virgæ, quam vocamus rigidam, & solidam, contractionis nimirum, & dilatationis incapacem, quas proprietates nulla virga in Natura habet accurate tales, sed tantummodo ad sensum. Quod si vires sint aliquanto debiliores, tum vero & inflexio ex vi externa mediocri, & oscillatio, ac tremor erunt majores, & jam hinc ex simplicissimo trium punctorum systemate habebitur species quædam satis idonea ad sistendum animo discrimen, quod in Natura obversatur quotidie oculis, inter virgas rigidas, ac eas, quæ sunt flexiles, & ex elasticitate trementes.

227. Ibidem si binæ vires, ut AQ, BT fuerint perpendiculares ad AB, vel etiam utcunque parallelæ inter se, tertia quoque erit parallela illis, & æqualis earum summæ, sed directionis contrariæ. Ducta enim CD parallela iis, tum ad illam KI parallela BA, erit ob CK, VB æquales, triangulum CIK æquale simili BTV, sive TBS, adeoque CI æqualis BT, IK æqualis BS, sive AR, vel QP. Quare si sumpta IF æquali AQ ducatur KF; erit triangulum FIK æquale AQP, ac proinde FK æqualis, & parallela AP, sive LC, & CLFK parallelogrammum, ac CF, diameter ipsius, exprimet vim puncti C utique parallelam viribus AQ, BT, & æqualem earum summæ, sed directionis contrariæ. Quoniam vero est SB ad BT, ut BD ad DC; ac AQ ad AR, ut DC ad DA; erit ex æqualitate perturbata AQ ad BT, ut BD ad DA, nimirum vires in A, & B in ratione reciproca distantiarum AD, DB a recta CD ducta per C secundum directionem virium. *Systemate inflexo per vires parallelas vis puncti medii contraria extremis, & æqualis earum summæ.*

228. Ea, quæ hoc postremo numero demonstravimus, æque pertinent ad actiones mutuas trium punctorum habentium positionem mutuam quamcunque, etiam si a rectilinea recedat quantumlibet; nam demonstratio generalis est: sed ad massas utcunque inæquales, & in se agentes viribus etiam divergentibus, multo generalius traduci possunt, ac traducentur inferius, & ad æquilibrii leges, & vectem, & centra oscillationis ac percussionis nos deducent. Sed interea pergemus alia nonnulla persequi pertinentia itidem ad puncta tria, quæ in directum non jaceant. *Postremum theorema generale, ubi etiam tria puncta non jaceant in directum.*

229. Si tria puncta non jaceant in directum, tum vero sine externis viribus non poterunt esse in æquilibrio; nisi omnes tres distantiæ, quæ latera trianguli constituunt, sint distantiæ limitum figuræ 1. Cum enim vires illæ mutuæ non habeant *Æquilibrium trium punctorum non in directum jacentium impossibile sine vi externa, nisi*

sint in distantiis limitum: cum iis qui nisus ad retinendam formam systematis.

directiones oppositas; sive unica vis ab altero e reliquis binis punctis agat in tertium punctum, sive ambæ; haberi debebit in illo tertio puncto motus, vel in recta, quæ jungit ipsum cum puncto agente, vel in diagonali parallelogrammi, cujus latera binas illas exprimant vires. Quamobrem si assumantur in figura 1 tres distantiæ limitum ejusmodi, ut nulla ex iis sit major reliquis binis simul sumptis, & ex ipsis constituatur triangulum, ac in singulis angulorum cuspidibus singula materiæ puncta collocentur; habebitur systema trium punctorum quiescens, cujus punctis singulis si imprimantur velocitates æquales, & parallelæ; habebitur systema progrediens quidem, sed respective quiescens; adeoque istud etiam systema habebit ibi suum quemdam limitem, sed horum quoque limitum duo genera erunt: ii, qui orientur ab omnibus tribus limitibus cohæsionis, erunt ejusmodi, ut mutata positione, conentur ipsam recuperare, cum debeant conari recuperare distantias: ii vero, in quibus etiam una e tribus distantiis fuerit distantia limitis non cohæsionis, erunt ejusmodi, ut mutata positione: ab ipsa etiam sponte magis discedat systema punctorum eorundem. Sed consideremus jam casus quosdam peculiares, & elegantes, & utiles, qui huc pertinent.

Elegans theoria puncti siti in perimetro ellipsis binis aliis occupantibus foco: suis nulla in verticibus axium.

230. Sint in fig. 32 tria puncta AEB ita collocata, ut tres distantiæ AB, AE, BE sint distantiæ limitum cohæsionis, & postremæ duæ sint æquales. Focis A, B concipiatur ellipsis transiens per E, cujus axis transversus sit FO, conjugatus EH, centrum D: sit in fig. 1 AN æqualis semiaxi transverso hujus DO, sive BE, vel AE, ac sit DB hic minor, quam in fig. 1 amplitudo proximorum arcuum LN, NP, & sint in eadem fig. 1 arcus ipsi NM, NO similes, & æquales ita, ut ordinatæ *uy*, *zt*, æque distantes ab N, sint inter se æquales. Inprimis si punctum materiæ sit hic in E; nullam ibi habebit vim, cum AE, BE sint æquales distantiæ AN limitis N figuræ 1; ac eadem est ratio pro puncto collocato in H. Quod si fuerit in O, itidem erit in æquilibrio. Si enim assumantur in fig. 1 A*z*, A*u* æquales hisce BO, AO; erunt N*z*, N*u* illius æquales DB, DA hujus, adeoque & inter se. Quare & vires illius *zt*, *uy* erunt æquales inter se, quæ cum pariter oppositæ directionis sint, se mutuo elident; ac eadem ratio est pro collocatione in F. Attrahetur hic utique A, & repelletur B ab O; sed si limes, qui respondet distantiæ AB, sit satis validus; ipsa puncta nihil ad sensum discedent a focis ellipseos, in quibus fuerant collocata, vel si debeant discedere ob limitem minus validum, considerari poterunt per externam vim ibidem immota, ut contemplari liceat solam relationem tertii puncti ad illa duo.

Fig. 1. 32.

In reliquis puncti parime tri vis directa per ipsam perime-

231. Manet igitur immotum, ac sine vi, punctum collocatum tam in verticibus axis conjugati ejus ellipseos, quam in verticibus axis transversi; & si ponatur in quovis puncto C

peri-

perimetri ejus ellipſeos, tum ob AC, CB ſimul æquales in ellipſi axi tranſverſo, ſive duplo ſemiaxi DO; erit AC tanto longior, quam ipſa DO, quanto BC brevior; adeoque ſi jam in fig. 1 ſint Au, Az æquales hiſce AC, BC; habebuntur ibi utique uy, zt itidem æquales inter ſe. Quare hic attractio CL æquabitur repulſioni CM, & LIMC erit rhombus, in quo inclinatio IC ſecabit biſariam angulum LCM; ac proinde ſi ea utrinque producatur in P, & Q; angulus ACP, qui eſt idem, ac LCI, erit æqualis angulo BCQ, qui eſt ad verticem oppoſitus angulo ICM. Quæ cum in ellipſi ſit notiſſima proprietas tangentis relatæ ad focos; erit ipſa PQ tangens. Quamobrem dirigetur vis puncti C in latus ſecundum tangentem, ſive ſecundum directionem arcus elliptici, atque id, ubicunque fuerit punctum in perimetro ipſa, verſus verticem propiorem axis conjugati, & ſibi relictum ibit per ipſam perimetrum verſus eum verticem, niſi quatenus ob vim centrifugam motum non nihil adhuc magis incurvabit. trum verſus vertices axis conjugati.

232. Quamobrem hic jam licebit contemplari in hac curva perimetro viciſſitudinem limitum prorſus analogorum limitibus cohæſionis, & non cohæſionis, qui habentur in axe rectilineo curvæ primigeniæ figuræ 1. Erunt limites quidam in E, in F, in H, in O, in quibus nimirum vis erit nulla, cum in omnibus punctis C intermediis ſit aliqua. Sed in E, & H erunt ejuſmodi, ut ſi utravis ex parte punctum dimoveatur, per ipſam perimetrum, debeat redire verſus ipſos ejuſmodi limites, ſicut ibi accidit in limitibus cohæſionis; at in F, & O erit ejuſmodi, ut in utramvis partem, quantum libuerit, parum inde punctum dimotum fuerit, ſponte debeat inde magis uſque recedere, prorſus ut ibi accidit in limitibus non cohæſionis. Analogia verticum binorum axium cum limitibus curvæ virium.

233. Contrarium accideret, ſi DO æquaretur diſtantiæ limitis non cohæſionis: tum enim diſtantia BC minor haberet attractionem CK, diſtantia major AC repulſionem CN, & vis compoſita per diagonalem CG rhombi CNGK haberet itidem directionem tangentis ellipſeos; & in verticibus quidem axis utriuſque haberetur limes quidam, ſed punctum in perimetro collocatum tenderet verſus vertices axis tranſverſi, non verſus vertices axis conjugati, & hi referrent limites cohæſionis, illi e contrario limites non cohæſionis. Sed adhuc major analogia in perimetro harum ellipſium habebitur cum axe curvæ primigeniæ figuræ 1; ſi fuerit DO æqualis diſtantiæ limitis cohæſionis AN illius, & DB in hac major, quam in fig. 1 amplitudo NL, NP; multo vero magis, ſi ipſa hujus DB ſuperet plures ejuſmodi amplitudines, ac arcuum æqualitas maneat hinc, & inde, per totum ejuſmodi ſpatium. Ubi enim AC hujus figuræ fiet æqualis abſciſſæ AP illius, etiam BC hujus fiet pariter æqualis AL illius. Quare in ejuſmodi loco habebitur limes, & ante ejuſmodi locum verſus A diſtantia Quando limites contrario modo poſiti: caſus elegantiſſimi alternationis plurium limitum in perimetro ellipſeos.

 lon-

longior AC habebit repulsionem, & BC brevior attractionem, ac rhombus erit KGNC, & vis dirigetur versus O. Quod si alicubi ante in loco adhuc propiore O distantiæ AC, BC æquarentur abscissis AR, AI figuræ 1; ibi iterum esset limes; sed ante eum locum rediret iterum repulsio pro minore distantia, attractio pro majore, & iterum rhombi diameter jaceret versus verticem axis conjugati E. Generaliter autem ubi semiaxis transversus æquatur distantiæ cujuspiam limitis cohæsionis, & distantia punctorum a centro ellipseos, sive ejus eccentricitas est major, quam intervallum dicti limitis a pluribus sibi proximis hinc, & inde, ac maneat æqualitas arcuum, habebuntur in singulis quadrantibus perimetri ellipseos tot limites, quot limites transibit eccentricitas hinc translata in axem figuræ 1, a limite illo nominato, qui terminet in fig. 1 semiaxem transversum hujus ellipseos; ac præterea habebuntur limites in verticibus amborum ellipseos axium; eritque incipiendo ab utrovis vertice axis conjugati in gyrum per ipsam perimetrum is limes primus cohæsionis, tum illi proximus esset non cohæsionis, deinde alter cohæsionis, & ita porro, donec redeatur ad primum, ex quo incœptus fuerit gyrus, vi in transitu per quemvis ex ejusmodi limitibus mutante directionem in oppositam. Quod si semiaxis hujus ellipseos æquetur distantiæ limitis non cohæsionis figuræ 1; res eodem ordine pergit cum hoc solo discrimine, quod primus limes, qui habetur in vertice semiaxis conjugati sit limes non cohæsionis, tum eundo in gyrum ipsi proximus sit cohæsionis limes, deinde iterum non cohæsionis, & ita porro.

Perimetri plurium ellipsium æquivalentes limitibus.

234. Verum est adhuc alia quædam analogia cum his limitibus; si considerentur plures ellipses iisdem illis focis, quarum semiaxes ordine suo æquentur distantiis, in altera cujuspiam e limitibus cohæsionis figuræ 1, in altera limitis non cohæsionis ipsi proximi, & ita porro alternatim, communis autem illa eccentricitas sit adhuc etiam minor quavis amplitudine arcuum interceptorum limitibus illis figuræ 1, ut nimirum singulæ ellipsium perimetri habeant quaternos tantummodo limites in quatuor verticibus axium. Ipsæ ejusmodi perimetri totæ erunt quidam veluti limites relate ad accessum, & recessum a centro. Punctum collocatum in quavis perimetro habebit determinationem ad motum secundum directionem perimetri ejusdem; at collocatum inter binas perimetros diriget semper vim suam ita, ut tendat versus perimetrum definitam per limitem cohæsionis figuræ 1, & recedat a perimetro definita per limitem non cohæsionis; ac proinde punctum a perimetro primi generis dimotum conabitur ad illam redire; & dimotum a perimetro secundi generis, sponte illam adhuc magis fugiet, ac recedet.

Demonstratio;

236. Sint enim in fig. 33. ellipsium FEOH, F'E'O'H', F''E''O''H'' semiaxes DO, DO', DO'' æquales primus di-

stan-

stantiæ A L limitis non cohæsionis figuræ 1; secundus distantiæ A N limitis cohæsionis; tertius distantiæ A P limitis iterum non cohæsionis, & primo quidem collocetur C aliquanto ultra perimetrum mediam F'E'O'H': erunt A C, B C majores, quam si essent in perimetro, adeoque in fig. 1 factis A u, A z majoribus, quam essent prius, decrescet repulsio $z t$, crescet attractio $u y$; ac proinde hic in parallelogrammo L C M I erit attractio C L major, quam repulsio C M, & idcirco accedet directio diagonalis C I magis ad C L, quam ad C M, & inflectetur introrsum versus perimetrum mediam. Contra vero si C' sit intra perimetrum mediam, factis B C', A C' minoribus, quam si essent in perimetro media; crescet repulsio C'M', & decrescet attractio C'L', adeoque directio C'I' accedet magis ad priorem C'M', quam ad posteriorem C'L', & vis dirigetur extrorsum versus eandem mediam perimetrum. Contrarium autem accideret ob rationem omnino similem in vicinia primæ, vel tertiæ perimetri: atque inde patet, quod fuerat propositum. Fig. 1. 33.

236. Quoniam arcus hinc, & inde a quovis limite non sunt prorsus æquales; quanquam, ut supra observavimus num. 184, exigui arcus ordinatas ad sensum æquales hinc, & inde habere debeant; curva, per cujus tangentem perpetuo dirigatur vis, licet in exigua eccentricitate debeat esse ad sensum ellipsis, tamen nec in iis erit ellipsis accurate, nec in eccentricitatibus majoribus ad ellipses multum accedet. Erunt tamen semper aliquæ curvæ, quæ determinent continuam directionem virium, & curvæ etiam, quæ trajectoriam describendam definiant, habita quoque ratione vis centrifugæ: atque hic quidem uberrima seges succrescit problematum Geometriæ, & Analysi exercendæ aptissimorum; sed omnem ego quidem ejusmodi perquisitionem omittam, cujus nimirum ad Theoriæ applicationem usus mihi idoneus occurrit nullus; & quæ huc usque vidimus, abunde sunt ad ostendendam elegantem sane analogiam alternationis in directione virium agentium in latus, cum viribus primigeniis simplicibus, ac harum limitum cum illarum limitibus, & ad ingerendam animo semper magis casuum, & combinationum diversarum ubertatem tantam in solo etiam trium punctorum systemate simplicissimo; unde conjectare liceat, quid futurum sit, ubi immensus quidam punctorum numerus coalescat in massulas constituentes omnem hanc usque adeo inter se diversorum corporum multitudinem sane immensam.

Alias curvas ellipsibus substituendas: ampla problematum seges, sed minus utilis: immensa combinationum varietas.

237. At præterea est & alius insignis, ac magis determinatus fructus, quem ex ejusmodi contemplationibus capere possumus, usui futurus etiam in applicatione Theoriæ ad Physicam. Si nimirum duo puncta A, & B sint in distantia limitis cohæsionis satis validi, & punctum tertium collocatum in vertice axis conjugati in E distantiam a reliquis habeat, quam habet limes itidem cohæsionis satis validus; poterit sane

Conversio totius systematis illæsi: impulsu per perimetrum ellipseos oscillatio: idea liquationis, & conglaciationis.

vis, qua ipsum retinetur in eo vertice, esse admodum ingens pro utcunque exigua dimotione ab eo loco, ut sine ingenti externa vi inde magis dimoveri non possit. Tum quidem si quis impediat motum puncti B, & circa ipsum circumducat punctum A, ut in fig. 34 abeat in A'; abibit utique & E versus E', ut servetur forma trianguli AEB, quam necessario requirit conservatio distantiarum, sive laterum inducta a limitum validitate, & in qua sola poterit respective quiescere systema, ac habebitur idea quædam soliditatis cujus & supra injecta est mentio. At si stantibus in fig. 32 punctis A, B per quaspiam vires externas, quæ eorum motum impediant, vis aliqua exerceatur in E ad ipsum a sua positione deturbandum; donec ea fuerit mediocris, dimovebit illud non nihil; tum, illa cessante, ipsum se restituet, & oscillabit hinc, & inde ab illo vertice per perimetrum curvæ cujusdam proximæ arcui elliptico. Quo major fuerit vis externa dimovens, eo major oscillatio fiet; sed si non fuerit tanta, ut punctum a vertice axis conjugati recedens deveniat ad verticem axis transversi; semper retro cursus reflectetur, & describetur minus, quam semiellipsis. Verum si vis externa coegerit percurrere totum quadrantem, & transilire ultra verticem axis transversi; tum vero gyrabit punctum circumquaque per totam perimetrum motu continuo, quem a vertice axis conjugati ad verticem transversi retardabit, tum ab hoc ad verticem conjugati accelerabit, & ita porro, nec sistetur periodicus conversionis motus, nisi exteriorum punctorum impedimentis occurrentibus, quæ sensim celeritatem imminuant, & post ipsos ejusmodi motus periodicos per totum ambitum reducant meras oscillationes, quas contrahant, & pristinam debitam positionem restituant, in qua una haberi potest quies respectiva. An non ejusmodi aliquid accidit, ubi solida corpora, quorum partes certam positionem servant ad se invicem, ingenti agitatione accepta ab igneis particulis liquescunt, tum iterum refrigescentes, agitatione sensim cessante per vires, quibus igneæ particulæ emittuntur, & evolant, positionem priorem recuperant, ac tenacissime iterum servant, & tuentur? Sed hæc de trium punctorum systemate hucusque dicta sint satis.

Fig. 34.

Fig. 32

Systema punctorum quatuor, in eodem plano cum distantiis limitum, suæ formæ tenax.

238. Quatuor, & multo magis plurium, punctorum systemata multo plures nobis variationes objicerent; si rite ad examen vocarentur; sed de iis id unum innuam. Ea quidem in plano eodem possunt positionem mutuam tueri tenacissime; si singulorum distantiæ a reliquis æquentur distantiis limitum satis validorum figuræ 1: neque enim in eodem plano positionem respectivam mutare possunt, aut aliquod ex iis exire e plano ducto per reliqua tria, nisi mutet distantiam ab aliquo e reliquis, cum datis trium punctorum distantiis mutuis detur triangulum, quod constituere debent, tum datis distantiis quarti a duobus detur itidem ejus positio respectu eorum in eodem plano, & detur distantia ab eorum tertio, quæ, si id punctum exeat e priore

priore plano, sed retineat ab iis duobus distantiam priorem, mutari utique debet, ut facili negotio demonstrari potest.

Alia ratio systematis punctorum quatuor in eodem plano cum idea virgæ rigidæ, & flexilis: systema eorundem formæ pyramidalis: ordines varii particularum pyramidalium.

239. Quin immo in ipsa ellipsi considerari possunt puncta quatuor, duo in focis, & alia duo hinc, & inde a vertice axis conjugati in ea distantia a se invicem, ut vi mutua repulsiva sibi invicem elidant vim, qua juxta præcedentem Theoriam urgentur in ipsum verticem; quo quidem pacto rectangulum quoddam terminabunt, ut exhibet fig. 35, in punctis A, B, C, D. Atque inde si supra angulos quadratæ basis assurgant series ejusmodi punctorum exhibentium series continuas rectangulorum; habebitur quædam adhuc magis præcisa idea virgæ solidæ, in qua si basis ima inclinetur; statim omnia superiora puncta movebuntur in latus, ut rectangulorum illorum positionem retineant, & celeritas conversionis erit major, vel minor, prout major fuerit, vel minor vis illa in latus, quæ ubi fuerit aliquanto languidior, multo serius progredietur vertex, quam fundum, & inflectetur virga, quæ inflexio in omni virgarum genere apparet adhuc multo magis manifesta, si celeritas conversionis fuerit ingens. Sed extra idem planum possunt quatuor puncta collocari ita, ut positionem suam validissime tueantur, etiam ope unicæ distantiæ limitis unici satis validi. Potest enim fieri pyramis regularis, cujus latera singula triangularia habeant ejusmodi distantiam. Tum ea pyramis constituet particulam quandam suæ figuræ tenacissimam, quæ in puncta, vel pyramides ejusmodi aliquanto remotiores ita poterit agere, ut ejus puncta respectivum situm nihil ad sensum mutent. Ex quatuor ejusmodi particulis in aliam majorem pyramidem dispositis fieri poterit particula secundi ordinis aliquanto minus figuræ tenax ob majorem distantiam particularum primi eam componentium, qua fit, ut vires in easdem ab externis punctis impressæ multo magis inæquales inter se sint, quam fuerint in punctis constituentibus particulas ordinis primi; ac eodem pacto ex his secundi ordinis particulis fieri possunt particulæ ordinis tertii adhuc minus tenaces figuræ suæ, atque ita porro, donec ad eas deventum sit multo majores, sed adhuc multo magis mobiles, atque variabiles, ex quibus pendent chemicæ operationes, & ex quibus hæc ipsa crassiora corpora componuntur, ubi id ipsum accideret, quod Newtonus in postrema Opticæ quæstione proposuit de particulis suis primigeniis, & elementaribus, alias diversorum ordinum particulas efformantibus. Sed de particularibus hisce systematis determinati punctorum numeri jam satis, ac ad massas potius generaliter considerandas faciemus gradum.

Fig. 35.

Transitus ad massas: quid centrum gravitatis: theoremata hic de eo demonstranda.

240. In massis primum nobis se offerunt considerandæ elegantissimæ sane, ac & fœcundissimæ, & utilissimæ proprietates centri gravitatis, quæ quidem e nostra Theoria sponte propemodum fluunt, aut saltem ejus ope evidentissime demonstrantur. Porro centrum gravitatis a gravium æquilibrio nomen accepit suum, a quo etiam ejus consideratio ortum duxit; sed id quidem a gravitate

tate non pendet, sed ad massam potius pertinet. Quamobrem ejus definitionem proferam ab ipsa gravitate nihil omnino pendentem, quanquam & nomen retinebo, & innuam, unde originem duxerit; tum demonstrabo accuratissime, in quavis massa haberi aliquod gravitatis centrum, idque unicum, quod quidem passim omittere solent, & perperam; deinde ad ejus proprietatem præcipuam exponendam gradum faciam, demonstrando celeberrimum theorema a Newtono propositum, centrum gravitatis commune massarum, sive mihi punctorum quotcunque, & utcunque dispositorum, quorum singula moveantur sola inertiæ vi motibus quibuscunque, qui in singulis punctis uniformes sint, in diversis utcunque diversi, vel quiescere, vel moveri uniformiter in directum: tum vero mutuas actiones quascunque inter puncta quælibet, vel omnia simul, nihil omnino turbare centri communis gravitatis statum quiescendi, vel movendi uniformiter in directum, unde nobis & actionis, ac reactionis æqualitas in massis quibusque, & principia collisiones corporum definientia, & alia plurima sponte provenient. Sed aggrediamur rem ipsam.

Definitio centri gravitatis non pendens ab idea gravitatis: ejus congruentia cum idea communi.

241. Centrum igitur commune gravitatis punctorum quotcunque, & utcunque dispositorum, appellabo id punctum, per quod si ducatur planum quodcunque; summa distantiarum perpendicularium ab eo plano punctorum omnium jacentium ex altera ejusdem parte, æquetur summæ distantiarum ex altera. Id quidem extenditur ad quascunque, & quotcunque massas; nam eorum singulæ punctis utique constant, & omnes simul sunt quædam punctorum diversorum congeries. Nomen traxit ab æquilibrio gravium, & natura vectis, de quibus agemus infra: ex iis habetur illud, singula pondera ita connexa per virgas inflexiles, ut moveri non possint, nisi motu circa aliquem horizontalem axem, exerere ad conversionem vim proportionalem sibi, & distantiæ perpendiculari a plano verticali ducto per axem ipsum; unde fit, ut ubi ejusmodi vires, vel, ut ea vocant, momenta virium hinc, & inde æqualia fuerint, habeatur æquilibrium. Porro ipsa pondera in nostris gravibus, in quibus gravitatem concipimus, ac etiam ad sensum experimur, proportionalem in singulis quantitati materiæ, & agentem directionibus inter se parallelis, proportionalia sunt massis, adeoque punctorum eas constituentium numero; quam ob rem idem est, ea pondera in distantias ducere, ac assumere summam omnium distantiarum omnium punctorum ab eodem plano. Quod si igitur respectu aggregati cujuscunque punctorum materiæ quotcunque, & quomodocunque dispositorum sit aliquod punctum spatii ejusmodi, ut, ducto per ipsum quovis plano, summa distantiarum ab illo punctorum jacentium ex parte altera æquetur summæ distantiarum jacentium ex altera; concipiantur autem singula ea puncta animata viribus æqualibus, & parallelis, cujusmodi sunt vires, quas in nostris gravibus concipimus; illud utique consequitur,

suspen-

ſuſpenſo utcunque ex ejuſmodi puncto, quale definivimus gravitatis centrum, omni eo ſyſtemate, cujus ſyſtematis puncta viribus quibuſcunque, vel conceptis virgis inflexilibus, & gravitate carentibus, poſitionem mutuam, & reſpectivum ſtatum, ac diſtantias omnino ſervent, id ſyſtema fore in æquilibrio; atque illud ipſum requiri, ut in æquilibrio ſit. Si enim vel unicum planum ductum per id punctum ſit ejuſmodi, ut ſummæ illæ diſtantiarum non ſint æquales hinc, & inde; converſo ſyſtemate omni ita, ut illud punctum evadat verticale, jam non eſſent æquales inter ſe ſummæ momentorum hinc, & inde, & altera pars alteri præponderaret. Verum hæc quidem, uti ſupra monui, fuit occaſio quædam nominis imponendi; at ipſum punctum ea lege determinatum longe ulterius extenditur, quam ad ſolas maſſas animatas viribus æqualibus, & parallelis, cujuſmodi concipiuntur a nobis in noſtris gravibus, licet ne in ipſis quidem accurate ſint tales. Quamobrem aſſumpta ſuperiore definitione, quæ a gravitatis, & æquilibrii natura non pendet, progrediar ad deducenda inde corollaria quædam, quæ nos ad ejus proprietates demonſtrandas deducant.

Corollarium generale pertinens ad ſummas diſtantiarum omnium punctorum maſſæ a plano tranſeunte per centrum gravitatis æquales utrinque.

242. Primo quidem ſi aliquod fuerit ejuſmodi planum, ut binæ ſummæ diſtantiarum perpendicularium punctorum omnium hinc, & inde acceptorum æquentur inter ſe; æquabuntur & ſummæ diſtantiarum acceptarum ſecundum quancunque aliam directionem datam, & communem pro omnibus. Erit enim quævis diſtantia perpendicularis ad quanvis in dato angulo inclinatam ſemper in eadem ratione, ut patet. Quare & ſummæ illarum ad harum ſummas erunt in eadem ratione, ac æqualitas ſummarum alterius binarii utriuslibet ſecum trahet æqualitatem alterius. Quare in ſequentibus, ubi diſtantias nominavero, niſi exprimam perpendiculares, intelligam generaliter diſtantias acceptas in quavis directione data.

Bina theoremata pertinentia ad planum parallelum plano diſtantiarum æqualium cum eorum demonſtrationibus.

243. Quod ſi aſſumatur planum aliud quodcunque parallelum plano habenti æquales hinc, & inde diſtantiarum ſummas; ſumma diſtantiarum omnium punctorum jacentium ex parte altera ſuperabit ſummam jacentium ex altera, exceſſu æquali diſtantiæ planorum acceptæ ſecundum directionem eandem ductæ in numerum punctorum: & vice verſa ſi duo plana parallela ſint, ac is exceſſus alterius ſummæ ſupra ſummam alterius in altero ex iis æquetur eorum diſtantiæ ductæ in numerum punctorum; planum alterum habebit oppoſitarum diſtantiarum ſummas æquales. Id quidem facile concipitur; ſi concipiatur, planum diſtantiarum æqualium moveri verſus illud alterum planum motu parallelo ſecundum eam directionem, ſecundum quam ſumuntur diſtantiæ. In eo motu diſtantiæ ſingulæ ex altera parte creſcunt, ex altera decreſcunt continuo tantum, quantum promovetur planum, & ſi aliqua diſtantia evaneſcit interea; jam eadem deinde incipit tantundem ex parte contraria creſcere. Quare patet exceſſum omnium citeriorum

distantiarum supra omnes ulteriores æquari progressui plani toties sumpto, quot puncta habentur, & in regressu destruitur e contrario, quidquid in ejusmodi progressu est factum, atque idcirco ad æqualitatem reditur. Verum ut demonstratio quam accuratissima evadat, exprimat in fig. 36 recta AB planum distantiarum æqualium, & CD planum ipsi parallelum, ac omnia puncta distribui poterunt in classes tres, in quorum prima sint omnia puncta jacentia citra utrumque planum, ut punctum E; in secunda omnia puncta jacentia inter utrumque, ut F, in tertia omnia puncta adhuc jacentia ultra utrumque, ut G. Rectæ autem per ipsa ductæ in directione data quacunque, occurrant rectæ AB in M, H, K, & rectæ CD in N, I, L; ac sit quædam recta directionis ejusdem ipsis AB, CD occurrens in O, P. Patet, ipsam OP fore æqualem ipsis MN, HI, KL. Dicatur jam summa omnium punctorum E primæ classis E, & distantiarum omnium EM summa *e*; punctorum F secundæ classis F, & distantiarum *f*; punctorum G tertiæ classis summa G, & distantiarum earundem *g*; distantia vero OP dicatur O. Patet, summam omnium MN fore $E \times O$; summam omnium HI fore $F \times O$; summam omnium KL fore $G \times O$; erit autem quævis $EN = EM + MN$; quævis $FI = HI - FH$; quævis $GL = KG - KL$. Quare summa omnium EN erit $e + E \times O$; summa omnium FI $= F \times O - f$, & summa omnium $GL = g - G \times O$; adeoque summa omnium distantiarum punctorum jacentium citra planum CD, primæ nimirum, ac secundæ classis, erit $e + E \times O + F \times O - f$, & summa omnium jacentium ultra, nimirum classis tertiæ, erit $g - G \times O$. Quare excessus prioris summæ supra secundam erit $e + E \times O + F \times O - f - g + G \times O$; adeoque si prius fuerit $e = f + g$; deleto $e - f - g$, totus excessus erit $E \times O + F \times O + G \times O$, sive $(E + F + G) \times O$, summa omnium punctorum ducta in distantiam planorum; & vice versa si is excessus respectu secundi plani BC fuerit æqualis huic summæ ductæ in distantiam O, oportebit, $e - f - g$ æquetur nihilo, adeoque sit $e = f + g$, nimirum respectu primi plani AB summas distantiarum hinc, & inde æquales esse.

Fig. 36.

Complementum demonstrationis, ut extendatur ad omnes casus.

244. Si aliqua puncta sint in altero ex iis planis, ea superioribus formulis contineri possunt, concepta *zero* singulorum distantia a plano, in quo jacent; sed & ii casus involvi facile possent, concipiendo alias binas punctorum classes; quorum priora sint in priore plano AB, posteriora in posteriore CB, quæ quidem nihil rem turbant: nam prioris classis distantiæ a priore plano erunt omnes simul *zero*, & a posteriore æquabuntur distantiæ O ductæ in eorum numerum, quæ summa accedit priori summæ punctorum jacentium citra; posterioris autem classis distantiæ a priore erant prius simul æquales summæ ipsorum ductæ itidem in O, & deinde fiunt nihil; adeoque

sum-

summæ distantiarum punctorum jacentium ultra, demitur horum posteriorum punctorum summa itidem ducta in O, & proinde excessui summæ citeriorum supra summam ulteriorum accedit summa omnium punctorum harum duarum classium ducta in eandem O.

Theoremata pro plano posito ultra omnia puncta: eorum extensio ad quævis plana.

245. Quod si planum parallelum plano distantiarum æqualium jaceat ultra omnia puncta; jam habebitur hoc theorema: *Summa omnium distantiarum punctorum omnium ab eo plano æquabitur distantiæ planorum ductæ in omnium punctorum summam, & si fuerint duo plana parallela ejusmodi, ut alterum jaceat ultra omnia puncta, & summa omnium distantiarum ab ipso æquetur distantiæ planorum ductæ in omnium punctorum numerum; alterum illud planum erit planum distantiarum æqualium.* Id sane patet ex eo, quod jam secunda summa pertinens ad puncta ulteriora, quæ nulla sunt, evanescat, & excessus totus sit sola prior summa. Quin immo idem theorema habebit locum pro quovis plano habente etiam ulteriora puncta, si citeriorum distantiæ habeantur pro positivis, & ulteriorum pro negativis; cum nimirum summa constans positivis, & negativis sit ipse excessus positivorum supra negativa; quo quidem pacto licebit considerare planum distantiarum æqualium, ut planum, in quo summa omnium distantiarum sit nulla, negativis nimirum distantiis elidentibus positivas.

Cuivis plano inveniri posse parallelum planum distantiarum æqualium.

246. Hinc autem facile jam patet, *dato cuivis plano haberi aliquod planum parallelum, quod sit planum distantiarum æqualium; quin immo data positione punctorum, & plano illo ipso, facile id alterum definitur.* Satis est ducere a singulis punctis datis rectas in data directione ad planum datum, quæ dabuntur: tum a summa omnium, quæ jacent ex parte altera, demere summam omnium, si quæ sunt, jacentium ex opposita, ac residuum dividere per numerum punctorum. Ad eam distantiam ducto plano priori parallelo, id erit planum quæsitum distantiarum æqualium. Patet autem admodum facile & illud ex eadem demonstratione, & ex solutione superioris problematis, dato cuivis plano non nisi unicum esse posse planum distantiarum æqualium, quod quidem per se satis patet.

Theorema præcipuum si tria plana distantiarum æqualium habeant unicum punctum commune; reliqua omnia per id transeuntia erunt ejusmodi.

247. Hisce accuratissime demonstratis, atque explicatis, progrediar ad demonstrandum, haberi aliquod gravitatis centrum in quavis punctorum congerie, utcunque dispersorum, & in quotcunque massas ubicunque sitas coalescentium. Id fiet ope sequentis theorematis: *si per quoddam punctum transeant tria plana distantiarum æqualium se non in eadem communi aliqua recta secantia; omnia alia plana transeuntia per illud idem punctum erunt itidem distantiarum æqualium plana.* Sit enim in fig. 37. ejusmodi punctum C, per quod transeant tria plana GABH, XABY, ECDF, quæ omnia sint plana distantiarum æqualium, ac sit quodvis aliud planum KICL transiens Fig. 37.

fiens itidem per C, ac fecans primum ex iis recta CI quacunque; oportet oftendere, hoc quoque fore planum diftantiarum æqualium, fi illa priora ejufmodi fint. Concipiatur quodcunque punctum P; & per ipfum P concipiantur tria plana parallela planis DCEF, ABYX, GABH, quorum fibi priora duo mutuo occurrant in recta PM, poftrema duo in recta PV, primum cum tertio in recta PO; ac primum occurrat plano GABH in MN, fecundum vero eidem in MS, plano DCEF in QR, ac plano CIKL in SV, ducaturque ST parallela rectis QR, MP, quas, utpote parallelorum planorum interfectiones, patet fore itidem parallelas inter fe, uti & MN, PO, DC inter fe, ac MS, PTV, BA inter fe.

Demonftratio ejufdem.

248. Jam vero fumma omnium diftantiarum a plano KICL fecundum datam directionem BA erit fumma omnium PV, quæ refolvitur in tres fummas, omnium PR, omnium RT, omnium TV, five eæ, ut figura exhibet, in unam colligendæ fint, five, quod in aliis plani novi inclinationibus poffet accidere, una ex iis demenda a reliquis binis, ut habeatur omnium PV fumma. Porro quævis PR eft diftantia a plano DCEF fecundum eandem eam directionem; quævis RT eft æqualis QS fibi refpondenti, quæ ob datas directiones laterum trianguli SCQ eft ad CQ, æqualem MN, five PO, diftantiæ a plano XABY fecundum datam directionem DC, in ratione data; & quævis VT eft itidem in ratione data ad TS æqualem PM, diftantiæ a plano GABH fecundum datam directionem EC; ac idcirco etiam nulla ex ipfis PR, RT, TV poterit evanefcere, vel directione mutata abire e pofitiva in negativam, aut vice verfa, mutato fitu puncti P, nifi fua fibi refpondens ipfius puncti P diftantia ex iis PR, PO, PM evanefcat fimul, aut directionem mutet. Quamobrem & fumma omnium pofitivarum vel PR, vel RT, vel TV ad fummam omnium pofitivarum vel PR, vel PO, vel PM, & fumma omnium negativarum prioris directionis ad fummam omnium negativarum pofterioris fibi refpondentis, erit itidem in ratione data: ac proinde fi omnes pofitivæ directionum PR, PO, PM a fuis negativis deftruuntur in illis tribus æqualium diftantiarum planis, etiam omnes pofitivæ PR, RT, TV a fuis negativis deftruentur, adeoque & omnes PV pofitivæ a fuis negativis. Quamobrem planum LCIK erit planum diftantiarum æqualium. Q. E. D.

249. Demonftrato hoc theoremate jam fponte illud confequitur, *in quavis punctorum congerie, adeoque maffarum utcunque difperfarum fumma, haberi femper aliquod gravitatis centrum, atque id effe unicum, quod quidem data omnium punctorum pofitione facile determinabitur*. Nam affumpto puncto quovis ad arbitrium ubicunque, ut puncto P, poterunt duci per ipfum tria plana quæcunque, ut OPM, RPM, RPO. Tum fingulis poterunt per num. 246 inveniri plana parallela, quæ

quæ sint plana distantiarum æqualium, quorum priora duo si sint DCEF, XABY, se secabunt in aliqua recta CE parallela illorum interfectioni MP; tertium autem GABH ipsam CE debebit alicubi secare in C; cum planum RPO secet PM in P: nam ex hac sectione constat, hanc rectam non esse parallelam huic plano, adeoque nec illa illi erit, sed in ipsum alicubi incurret. Transibunt igitur per punctum C tria plana distantiarum æqualium, adeoque per num. 247 & aliud quodvis planum transiens per punctum idem C erit planum æqualium distantiarum pro quavis directione, & idcirco etiam pro distantiis perpendicularibus; ac ipsum punctum C juxta definitionem num. 241, erit commune gravitatis centrum omnium massarum, sive omnis congeriei punctorum, quod quidem esse unicum, facile deducitur ex definitione, & hac ipsa demonstratione; nam si duo essent, possent utique per ipsa duci duo plana parallela directionis cujusvis, & eorum utrumque esset planum distantiarum æqualium, quod est contra id, quod num. 246 demonstravimus.

250. Demonstrandum necessario fuit, haberi aliquod gravitatis centrum, atque id esse unicum; & perperam id quidem a Mechanicis passim omittitur: si enim id non ubique adesset, & non esset unicum, in paralogismum incurrerent quamplurimæ Mechanicorum ipsorum demonstrationes, qui ubi in plano duas invenerunt rectas, & in solidis tria plana determinantia æquilibrium, in ipsa interfectione constituunt gravitatis centrum, & supponunt omnes alias rectas, vel omnia alia plana, quæ per id punctum ducantur, eandem æquilibrii proprietatem habere, quod utique fuerat non supponendum, sed demonstrandum. Et quidem facile est similis paralogismi exemplum præbere in alio quodam, quod magnitudinis centrum appellare liceret, per quod nimirum figura sectione quavis secaretur in duas partes æquales inter se, sicut per centrum gravitatis secta, secatur in binas partes æquilibratas in hypothesi gravitatis constantis, & certam directionem habentis plano secanti parallelam.

Necessitas demonstrandi haberi semper centrum gravitatis.

251. Erraret sane, qui ita definiret centrum magnitudinis, tum determinaret id ipsum in datis figuris eadem illa methodo, quæ pro centro gravitatis adhibetur. Is ex. gr. pro triangulo ABG in fig. 38 sic ratiocinationem institueret. Secetur AG bifariam in D, ducaturque BD, quæ utique ipsum triangulum secabit in duas partes æquales. Deinde, secta AB itidem bifariam in E, ducatur GE, quam itidem constat, debere secare triangulum in partes æquales duas. In earum igitur concursu C habebitur centrum magnitudinis. Hoc invento si progrederetur ulterius, & haberet pro æqualibus partes, quæ alia sectione quacunque facta per C obtinentur; erraret pessime. Nam ducta ED, jam constat, fore ipsam ED parallelam BG, & ejus dimidiam; adeoque similia fore triangula

Centrum enim magnitudinis non semper haberi.

Fig. 38.

ECD,

ECD, BCG, & CD dimidiam CB. Quare si per C ducatur FH parallela AG; triangulum FBH, erit ad ABG, ut quadratum BC ad quadratum BD, seu ut 4 ad 9, adeoque segmentum FBH ad residuum FAGH est ut 4 ad 5, & non in ratione equalitatis.

Ubi hæc primo demonstrata.

252. Nimirum quęcunque punctorum, & massarum congeries, adeoque & figura quævis, in qua concipiatur punctorum numerus auctus in infinitum, donec figura ipsa evadat continua, habet suum gravitatis centrum; centrum magnitudinis infinitæ earum non habent; & illud primum, quod hic accuratissime demonstravi, demonstraveram jam olim methodo aliquanto contractiore in dissertatione *De Centro Gravitatis*; hujus vero secundi exemplum hic patet, ac in dissertatione *De Centro Magnitudinis*, priori illi addita in secunda ejusdem impressione, determinavi generaliter, in quibus figuris centrum magnitudinis habeatur, in quibus desit; sed ea ad rem præsentem non pertinent.

Inde ubi sit centrum commune massarum duarum.

Fig. 39.

253. Ex hac generali determinatione centri gravitatis facile colligitur illud, centrum commune binarum massarum jacere in directum cum centris gravitatis singularum, & horum distantias ab eodem esse reciproce, ut ipsas massas. Sint enim binæ massæ, quarum centra gravitatis sint in fig. 39 in A, & B. Si per rectam AB ducatur planum quodvis, id debet esse planum distantiarum æqualium respectu utriuslibet. Quare etiam respectu summæ omnium punctorum ad utrumque simul pertinentium distantiæ omnes hinc, & inde acceptæ æquantur inter se; ac proinde id etiam respectu summæ debet esse planum distantiarum æqualium, & centrum commune debet essa in quovis ex ejusmodi planis, adeoque in intersectione duorum quorumcunque ex iis, nimirum in ipsa recta AB. Sit id in C, & si jam concipiatur per C planum quodvis secans ipsam AB; erit summa omnium distantiarum ab eo plano secundum directionem AB punctorum pertinentium ad massam A, si a positivis demantur negativæ, æqualis per num. 243 numero punctorum massæ A ducto in AC, & summa pertinentium ad B numero punctorum in B ducto in BC; quæ producta æquari debent inter se, cum omnium distantiarum summæ positivæ a negativis elidi debeant respectu centri gravitatis C. Erit igitur AC ad CB, ut numerus punctorum in B ad numerum in A, nimirum in ratione massarum reciproca.

Inde & communis methodus pro quotcunque massis.

254. Hinc autem facile deducitur *communis methodus inveniendi centrum gravitatis commune plurium massarum. Conjunguntur prius centra duarum, & eorum distantia dividitur in ratione reciproca ipsarum. Tum harum commune centrum sic inventum conjungitur cum centro tertiæ, & dividitur distantia in ratione reciproca summæ massarum priorum ad massam tertiam, & ita porro.* Quin immo *possunt seorsum inveniri centra gravitatis binarum quarumvis, ternarum, denarum quocunque ordine,*

ordine, tum binaria conjungi cum ternariis, denariis, aliisque, ordine itidem quocunque, & semper eadem methodo devenitur ad centrum commune gravitatis massæ totius. Id patet, quia quotcunque massæ considerari possunt pro massa unica, cum agatur de numero punctorum massæ tantummodo, & de summa distantiarum punctorum omnium: summe massarum constituunt massam, & summæ distantiarum summam per solam conjunctionem ipsarum. Quoniam autem ex generali demonstratione superius facta devenitur semper ad centrum gravitatis, atque id centrum est unicum; quocunque ordine res peragatur, ad illud utique unicum devenitur.

Inde & theorema, ope cujus investigatur id in figuris continuis.

255. Inde vero illud consequitur, quod est itidem commune, *si plurium massarum centra gravitatis sint in eadem aliqua recta, fore etiam in eadem centrum gravitatis summæ omnium*; quod viam sternit ad investiganda gravitatis centra etiam in pluribus figuris continuis. Sic in fig. 38 centrum commune gravitatis totius trianguli est in illo puncto, quod a recta ducta a vertice anguli cujusvis ad mediam basim oppositam relinquit trientem versus basim ipsam. Nam omnium rectarum basi parallelarum, quæ omnes a recta BD secantur bifariam, ut FH, centra gravitatis sunt in eadem recta, adeoque & areæ ab iis contextæ centrum gravitatis est tam in recta BD, quam in recta GE ob eandem rationem, nempe in illo puncto C. Eadem methodus applicatur aliis Figuris solidis, ut pyramidibus; at id, ut & reliqua omnia pertinentia ad inventionem centri gravitatis in diversis curvis lineis, superficiebus, solidis, hinc profluentia, sed meæ Theoriæ communia jam cum vulgaribus elementis, hic omittam, & solum illud iterum innuam, ea rite procedere, ubi jam semel demonstratum fuerit, haberi in massis omnibus aliquod gravitatis centrum, & esse unicum, ex quo nimirum hic & illud fluit, areas FAGH, FBH licet inæquales, habere tamen æquales summas distantiarum omnium suorum punctorum ab eadem recta FH. F. 38.

Difficultas demonstrationis in communi methodo.

256. In communi methodo alio modo se res habet. Posteaquam inventum est in fig. 40 centrum gravitatis commune massis A, & B, juncta pro tertia massa DC, & secta in F in ratione massarum D, & A + B reciproca, habetur F pro centro communi omnium trium. Si prius inventum esset centrum commune E massarum D, B, & juncta AE, ea secta fuisset in F in ratione reciproca massarum A, & B + D; haberetur itidem illud sectionis punctum pro centro gravitatis. Nisi generaliter demonstratum fuisset, haberi semper aliquod, & esse unicum gravitatis centrum; oporteret hic iterum demonstrare, id novum sectionis punctum fore idem, ac illud prius; sed per singulos casus ire, res infinita esset, cum diversæ rationes conjungendi massas eodem redeant, quo diversi ordines litterarum conjungendarum in voces, de quarum multitudine immensa in exiguo etiam terminorum numero mentionem fecimus num. 114. Fig. 40.

257. At-

Similis difficultas in summa, & multiplicatione plurium numerorum, & in vi composita ex pluribus: methodus componendi simul omnes.

257. Atque hic illud quidem accidit, quod in numerorum summa, & multiplicatione experimur, ut nimirum quocunque ordine accipiantur numeri, vel singuli, ut addantur numero jam invento, vel ipsum multiplicent, vel plurium aggregata seorsum addita, vel multiplicata; semper ad eundem demum deveniatur numerum post omnes, qui dati fuerant, adhibitos semel singulos; ac in summa patet facile deveniri eodem, & in multiplicatione potest res itidem demonstrari etiam generaliter, sed ea huc non pertinent. Pertinet autem huc magis aliud ejusmodi exemplum petitum a compositione virium, in qua itidem si multæ vires componantur communi methodo componendo inter se duas per diagonalem parallelogrammi, cujus latera eas exprimant, tum hanc diagonalem cum tertia, & ita porro; quocunque ordine res procedat, semper ad eandem demum post omnes adhibitas devenitur. Hujusmodi compositione plurimarum virium generali jam indigebimus, & ad absolutam demonstrationem requiritur generalis expressio compositionis virium quotcunque, qua uti soleo. Compono nimirum generaliter motus, qui sunt virium effectus, & ex effectu composito metior vim, ut e spatiolo, quod dato tempusculo vi aliqua percurreretur, solet ipsa vis simplex quælibet æstimari. Assumo illud, quod & rationi est consentaneum, & experimentis constat, & facile etiam demonstratur consentire cum communi methodo componendi vires, ac motus per parallelogramma, nimirum punctum solicitatum simul initio cujusvis tempusculi actione conjuncta virium quarumcunque, quarum directio, & magnitudo toto tempusculo perseveret eadem, fore in fine ejus tempusculi in eo loci puncto, in quo esset, si singulæ eadem intensitate, & directione egissent aliæ post alias totidem tempusculis, quot sunt ipsæ vires, cessante omni nova solicitatione, & omni velocitate jam producta a vi qualibet post suum tempusculum: tum rectam, quæ conjungit primum illud punctum cum hoc postremo, assumo pro mensura vis ex omnibus compositæ, quæ cum eadem perseveret per totum tempusculum; punctum mobile utique per unicam illam eandem rectam abiret. Quod si & velocitatem aliquam habuerit initio illius tempusculi jam acquisitam ante; assumo itidem, fore in eo puncto loci, in quo esset, si altero tempusculo percurreret spatiolum, ad quod determinatur ab illa velocitate, altero spatiolum, ad quod determinatur a vi, sive aliis totidem tempusculis percurreret spatiola, ad quorum singula determinatur a viribus singulis.

Consensus ejus methodi cum communi per parallelogramma.

Fig. 41.

258. Huc recidere methodum componendi per parallelogramma facile constat; si enim in fig. 41 componendi sint plures motus, vel vires expressæ a rectis PA, PB, PC &c, & incipiendo a binis quibusque PA, PB, eæ componantur per parallelogrammum PAMB, tum vis composita PM cum tertia PC per parallelogrammum PMNC, & ita porro;

patet,

patet, ad idem loci punctum N per hæc parallelogramma definitum debere devenire punctum mobile, quod prius percurrat PA, tum AM parallelam, & æqualem PB; tum MN parallelam, & æqualem PC, atque ita porro additis quotcunque aliis motibus, vel viribus, quæ per nova parallela, & æqualia parallelogrammorum latera debeant componi.

259. Deveniretur quidem ad idem punctum N, si alio etiam ordine componerentur ii motus, vel vires, ut compositis viribus PA, PC per parallelogrammum PAOC, tum vi PO cum vi PB per novum parallelogrammum, quod itidem haberet cuspidem in N; sed eo deveniretur alia via PAON. Hoc autem ipsum, quod tam multis viis, quam multas diversæ plurium compositiones motuum, ac virium exhibere possunt, eodem semper deveniri debeat, sic generaliter demonstro. Si assumatur ultra omnia puncta, ad quæ per ejusmodi compositiones deveniri potest, planum quodcunque; ubi punctum mobile percurrit lineolam pertinentem ad quencunque determinatum motum, habet eundem perpendicularem accessum ad id planum, vel recessum ab eo, quocunque tempusculo id fiat, sive aliquo e prioribus, sive aliquo e postremis, vel mediis. Nam ea lineola ex quocunque puncto discedat, ad quod deventum jam sit, habet semper eandem & longitudinem, & directionem, cum eidem e componentibus parallela esse debeat, & æqualis. Quare summa ejusmodi accessuum, ac summa recessuum erit eadem in fine omnium tempusculorum, quocunque ordine disponantur lineolæ hæ parallelæ, & æquales lineolis componentibus, adeoque etiam id, quod prodit demendo recessuum summam a summa accessuum, vel vice versa, erit idem, & distantia puncti postremi, ad quod deventum est ab illo eodem plano, erit eadem. Inde autem sponte jam fluit id, quod demonstrandum erat, nimirum punctum illud esse idem semper. Si enim ad duo puncta duabus diversis viis deveniretur, assumpto plano perpendiculari ad rectam, quæ illa duo puncta jungeret, distantia perpendicularis ab ipso non esset utique eadem pro utroque, cum altera distantia deberet alterius esse pars.

Demonstratio generalis methodi.

260. Porro similis admodum est etiam methodus, qua utor ad demonstrandum præclarissimum Newtoni theorema, in quod coalescunt simul duo, quæ superius innui, & huc reducuntur. *Si quotcunque materiæ puncta utcunque disposita, & in quotcunque utcunque disjunctas massas coalescentia habeant velocitates quascunque cum directionibus quibuscunque, & præterea urgeantur viribus mutuis quibuscunque, quæ in binis quibusque punctis æqualiter agant in plagas oppositas; centrum commune gravitatis omnium vel quiescet, vel movebitur uniformiter in directum eodem motu, quem haberet, si nulla adesset mutua punctorum actio in se invicem.* Hoc autem theorema sic generaliter, & admodum facile, ac luculenter demonstratur.

Theorema de statu centri gravitatis manente etiam ubi agant utcunque vires mutuæ, ac ejus demonstrationis initium.

Concipiamus vires singulas per quodvis determinatum tempusculum servare directiones suas, & magnitudines: in fine ejus tempusculi punctum materiæ quodvis erit in eo loci puncto, in quo esset, si singularum virium effectus, vel effectus velocitatis ipsius illi tempusculo debitus, haberentur cum eadem sua directione, & magnitudine alii post alios totidem tempusculis, quot vires agunt. Assumantur jam totidem tempuscula, quot sunt punctorum binaria diversa in ea omni congerie, & præterea unum, ac primo tempusculo habeant omnia puncta motus debitos velocitatibus illis suis, quas habent initio ipsius, singula singulos; tum assignato quovis e sequentibus tempusculis cuivis binario, habeat binarium quodvis tempusculo sibi respondente motum debitum vi mutuæ, quæ agit inter bina ejus puncta, ceteris omnibus quiescentibus. In fine postremi tempusculi omnia puncta materiæ erunt in hac hypothesi in iis punctis loci, in quibus revera esse debent in fine unici primi tempusculi ex actione conjuncta virium omnium cum singulis singulorum velocitatibus.

Progressus ejusdem demonstrationis.

261. Concipiatur jam ultra omnia ejusmodi puncta planum quodcunque. Primo ex illis tot assumptis tempusculis alia puncta accedent, alia recedent ab eo plano, & summa omnium accessuum punctorum omnium demptis omnibus recessibus, si qua superest, vel vice versa summa recessuum demptis accessibus, divisa per numerum omnium punctorum, æquabitur accessui perpendiculari ad idem planum, vel recessui centri gravitatis communis; cum summa distantiarum perpendicularium tam initio tempusculi, quam in fine, divisa per eundem numerum exhibeat ipsius communis centri gravitatis distantiam juxta num. 246. Sequentibus autem tempusculis manebit utique eadem distantia centri gravitatis communis ab eodem plano nunquam mutata; quia ob æquales & contrarios punctorum motus, alterius accessus ab alterius recessu æquali eliditur. Quamobrem in fine omnium tempusculorum ejus distantia erit eadem, & accessus ad planum erit idem, qui esset, si solæ adfuissent ejusmodi velocitates, quæ habebantur initio; adeoque etiam cum omnes vires simul agunt, in fine illius unici tempusculi habebitur distantia, quæ haberetur, si vires illæ mutuæ non egissent, & accessus æquabitur summæ accessuum, qui haberentur ex solis velocitatibus, demptis recessibus. Si jam consideretur secundum tempusculum in quo simul agant vires mutuæ, & velocitates; debebunt considerari tria genera motuum: primum eorum, qui proveniunt a velocitatibus, quæ habebantur initio primi tempusculi; secundum eorum, qui proveniunt a velocitatibus acquisitis actione virium durante per primum tempusculum; tertium eorum, qui proveniunt a novis actionibus virium mutuarum, quæ ob mutatas jam positiones concipiantur aliis directionibus agere per totum secundum tempusculum. Porro quoniam hi posteriorum duorum generum motus

sunt

sunt in singulis punctorum binariis contrarii, & æquales; illi itidem distantiam centri gravitatis ab eodem plano, & accessum, vel recessum debitum secundo tempusculo non mutant; sed ea habentur, sicuti haberentur, si semper durarent solæ illæ velocitates, quæ habebantur initio primi tempusculi; & idem redit argumentum pro tempusculo quocunque: singulis advenientibus tempusculis accedet novum motuum genus durantibus cum sua directione, & magnitudine velocitatibus omnibus inductis per singula præcedentia tempuscula, ex quibus omnibus, & ex nova actione vis mutuæ, componitur quovis tempusculo motus puncti cujusvis: sed omnia ista inducunt motus contrarios, & æquales, adeoque summam accessuum, vel recessuum ortam ab illis solis initialibus velocitatibus non mutant.

Progressus ulterior.

262. Quod si jam tempusculorum magnitudo minuatur in infinitum, aucto itidem in infinitum intra quodvis finitum tempus eorundem numero, donec evadat continuum tempus, & continua positionum, ac virium mutatio; adhuc centrum gravitatis in fine continui temporis cujuscunque, adeoque & in fine partium quarumcunque ejusdem temporis, habebit ab eodem plano distantiam perpendicularem, quam haberet ex solis velocitatibus habitis initio ejus temporis, si nullæ deinde egissent mutuæ vires; & accessus ad illud planum, vel recessus ab eo, æquabitur summæ omnium accessuum pertinentium ad omnia puncta demptis omnibus recessibus, vel vice versa. Is vero accessus, vel recessus assumptis binis ejus temporis partibus quibuscunque, erit proportionalis ipsis temporibus. Nam singulorum punctorum accessus, vel recessus orti ab illis velocitatibus initialibus perseverantibus, adeoque ab motu æquabili, sunt in ratione eadem earundem temporis partium; ac proinde & eorum summæ in eadem ratione sunt.

Demonstrationis finis.

263. Inde vero prona jam est theorematis demonstratio. Ponamus enim, centrum gravitatis quiescere quodam tempore, tum moveri per aliquod aliud tempus. Debebit utique aliquo momento ejus temporis esse in alio loci puncto, diverso ab eo, in quo erat initio motus. Sumatur pro prima e duabus partibus temporis continui pars ejus temporis, quo punctum quiescebat, & pro secunda tempus ab initio motus usque ad quodvis momentum, quo centrum illud gravitatis devenit ad aliud aliquod punctum loci. Ducta recta ab initio ad finem hujusce motus, tum accepto plano aliquo perpendiculari ipsi productæ ultra omnia puncta, centrum gravitatis ad id planum accederet secunda continui ejus temporis parte per intervallum æquale illi rectæ, & nihil accessisset primo tempore, adeoque accessus non fuissent proportionales illis partibus continui temporis. Quamobrem ipsum commune gravitatis centrum vel semper quiescit, vel movetur semper. Si autem movetur, debet moveri in directum. Si enim omnia puncta loci, per quæ transit, non jacent in directum, sumantur tria in dire-

ctum non jacentia, & ducatur recta per prima duo, quæ per tertium non transibit, adeoque per ipsam duci poterit planum, quod non transeat per tertium, tum ultra omnem punctorum congeriem planum ipsi parallelum. Ad id secundum nihil accessisset illo tempore, quo a primo loci puncto devenisset ad secundum, & eo tempore, quo ivisset a secundo ad tertium. accessisset per intervallum æquale distantiæ a priore plano, adeoque accessus iterum proportionales temporibus non fuissent. Demum motus erit æquabilis. Si enim ultra omnia puncta concipiatur planum perpendiculare rectæ, per quam movetur ipsum centrum commune gravitatis, jacens ad eam partem, in quam id progreditur, accessus ad ipsum planum erit totus integer motus ejusdem centri; adeoque cum ii accessus debeant esse proportionales temporibus; erunt ipsis temporibus proportionales motus integri; & idcirco non tantum rectilineus, sed & uniformis erit motus; unde jam evidentissime patet theorema totum.

Corollarium de quantitate motus in eandem plagam conservata in Mundo.

264. Ex eodem fonte, ex quo profluxit hoc generale theorema, sponte fluit hoc aliud ut consectarium: *quantitas motus in Mundo conservatur semper eadem, si ea computetur secundum directionem quancunque ita, ut motus secundum directionem oppositam consideretur ut negativus, ejusmodi motuum contrariorum summa subtracta a summa directorum*. Si enim consideretur eidem directioni perpendiculare planum ultra omnia materiæ puncta, quantitas motus in ea directione est summa omnium accessuum, demptis omnibus recessibus, quæ summa tempusculis æqualibus manet eadem, cum mutuæ vires inducant accessus, & recessus se mutuo destruentes; nec ejusmodi conservationi obsunt liberi motus ab anima nostra producti, cum nec ipsa vires ullas possit exerere, nisi quæ agant in partes oppositas æqualiter juxta num. 74.

Æqualitas actionis & reactionis in massis inde orta.

265. Porro ex illo Newtoniano theoremate statim jam profluit lex actionis, & reactionis æqualium pro massis omnibus. Nimirum si duæ massæ quæcunque in se invicem agant viribus quibuscunque mutuis, & inter singula punctorum binaria æqualibus; binæ illæ massæ acquirent ab actionibus mutuis summas motuum æquales in partes contrarias, & celeritates acquisitæ ab earum centris gravitatis in partes oppositas, componendæ cum antecedentibus ipsarum celeritatibus, erunt in ratione reciproca massarum. Nam centrum commune gravitatis omnium a mutuis actionibus nihil turbabitur per hoc theorema, & sive ejusmodi vires agant, sive non agant, sed solius inertiæ effectus habeantur; semper ab eodem communi gravitatis centro distabunt ea bina gravitatis centra hinc, & inde in directum ad distantias reciproce proportionales massis ipsis per num. 253. Quare si præter priores motus ex vi inertiæ uniformes, ob actionem mutuam adhuc magis ad hoc commune centrum accedet alterum ex iis, vel ab eo recedet; accedet & alterum,

vel

vel recedet, accessibus, vel recessibus reciproce proportionalibus ipsis massis. Nam accessus ipsi, vel recessus, sunt differentiæ distantiarum habitarum cum actione mutuarum virium a distantiis habendis sine iis, adeoque erunt & ipsi in ratione reciproca massarum, in qua sunt totæ distantiæ. Quod si per centrum commune gravitatis concipiatur planum quodcumque, cui quæpiam data directio non sit parallela; summa accessuum, vel recessuum punctorum omnium massæ utriuslibet ad ipsum secundum eam directionem demptis oppositis, quæ est summa motuum secundum directionem eandem, æquabitur accessui, vel recessui centri gravitatis ejus massæ ducto in punctorum numerum; accessus vero, vel recessus alterius centri ad accessum, vel recessum alterius in directione eadem, erit ut secundus numerus ad primum; nam accessus, & recessus in quavis directione data sunt inter se, ut accessus, vel recessus in quavis alia itidem data; & accessus, ac recessus in directione, quæ jungit centra massarum, sunt in ratione reciproca ipsarum massarum. Quare productum accessus, vel recessus centri primæ massæ per numerum punctorum, quæ habentur in ipsa, æquatur producto accessus, vel recessus secundæ per numerum punctorum, quæ in ipsa continentur; nimirum ipsæ motuum summæ in illa directione computatorum æquales sunt inter se, in quo ipsa actionis, & reactionis æqualitas est sita.

266 Ex hac actionum, & reactionum æqualitate sponte profluunt leges collisionis corporum, quas ex hoc ipso principio Wrennus olim, Hugenius, & Wallisius invenerunt simul, ut in hac ipsa lege Naturæ exponenda Newtonus etiam memorat Principiorum lib. 1. Ostendam autem, quo pacto generales formulæ inde deducantur tam pro directis collisionibus corporum mollium, quam pro perfecte, vel pro imperfecte elasticorum. Corpora mollia dicuntur ea, quæ resistunt mutationi figuræ, seu compressioni, sed compressa nullam exercent vim ad figuram recuperandam, ut est cera, vel sebum: corpora elastica, quæ figuram amissam recuperare nituntur; & si vis ad recuperandam sit æqualis vi ad non amittendam; dicuntur perfecte elastica, quæ quidem, ut & perfecte mollia, nulla, ut arbitror, sunt in Natura; si autem imperfecte elastica sunt, vis, quæ in amittenda, ad vim, quæ in recuperanda figura exercetur, datam aliquam rationem habet. Addi solet & tertium corporum genus, quæ dura dicunt, quæ nimirum figuram prorsus non mutent; sed ea itidem in Natura nusquam sunt juxta communem sententiam, & multo magis nulla usquam sunt in hac mea Theoria. Adhuc qui ipsa velit agnoscere, is mollia consideret, quæ minus, ac minus comprimantur, donec compressio evadat nulla; & ita, quæ de mollibus dicentur, aptari poterunt duris multo meliore jure, quam alii elasticorum leges ad ipsa transferant, considerando elasticitatem infinitam ita, ut figura nec mutetur, nec se restituat;

Inde leges collisionum: discrimen virium in corporibus elasticis, & mollibus.

nam

nam si figura non mutetur, adhuc concipi poterit, impenetrabilitatis vi amissus motus, ut amitteretur in compressione; sed ad supplendam vim, quæ exeritur ab elasticis in recuperanda figura, non est, quod concipi possit, ubi figura recuperari non debet. Porro unde corpora mollia sint, vel elastica, hic non quæro; id pertinet ad tertiam partem, quanquam id ipsum innui superius num. 199; sed leges, quæ in eorum collisionibus observari debent, & ex superiore theoremate fluunt, expono. Ut autem simplicior evadat res, considerabo globos, atque hos ipsos circumquaque circa centrum, in eadem saltem ab ipso centro distantia, homogeneos, qui primo quidem concurrant directe; nam deinde ad obliquas etiam collisiones faciemus gradum.

Præparatio pro collisionibus globorum, planorum, circulorum.

267. Porro ubi globus in globum agit, & ambo paribus a centro distantiis homogenei sunt, facile constat, vim mutuam, quæ est summa omnium virium, qua singula alterius puncta agunt in singula puncta alterius, habituram semper directionem, quæ jungit centra; nam in ea recta jacent centra ipsorum globorum, quæ in eo homogeneitatis casu facile constat, esse centra itidem gravitatis globorum ipsorum; & in eadem jacet centrum commune gravitatis utriusque, ad quod viribus illis mutuis, quas alter globus exercet in alterum, debent ad se invicem accedere, vel a se invicem recedere; unde fit, ut motus, quos acquirunt globorum centra ex actione mutua alterius in alterum, debeant esse in directione, quæ jungit centra. Id autem generaliter extendi potest etiam ad casum, in quo concipiatur, massam immensam terminatam superficie plana, sive quoddam immensum planum agere in globum finitum, vel in punctum unicum, ac vice versa: nam alterius globi radio in infinitum aucto superficies in planum definit; & radio alterius in infinitum imminuto, globus abit in punctum. Quin etiam si massa quævis teres, sive circa axem quendam rotunda, & in quovis plano perpendiculari axi homogenea, vel etiam circulus simplex, agat, vel concipiatur agens in globum, vel punctum in ipso axe constitutum; res eodem redit.

Formulæ pro corpore molli incurrente in molle lentius progrediens in eandem plagam.

268. Præcurrat jam globus mollis cum velocitate minore, quem alius itidem mollis consequatur cum majore ita, ut centra ferantur in eadem recta, quæ illa conjungit, & hic demum incurrat in illum, quæ dicitur collisio directa. Is incursus mihi quidem non fiet per immediatum contactum, sed antequam ad contactum deveniant, vi mutua repulsiva comprimentur partes posteriores præcedentis, & anteriores sequentis, quæ compressio fiet semper major, donec ad æquales celeritates devenerint; tum enim accessus ulterior desinet, adeoque & ulterior compressio; & quoniam corpora sunt mollia, nullam aliam exercent vim mutuam post ejusmodi compressionem, sed cum æquali illa velocitate pergunt moveri porro. Hæc æqualitas velocitatis, ad quam reducuntur ii duo globi,

bi, una cum æqualitate actionis, & reactionis æqualium, rem totam perficient. Sit enim massa, sive quantitas materiæ, globi præcurrentis $= q$, insequentis $= Q$; celeritas illius $= c$, hujus $= C$: quantitas motus illius ante collisionem erit cq, hujus CQ; nam celeritas ducta per numerum punctorum exhibet summam motuum punctorum omnium, sive quantitatem motus; unde etiam fit, ut quantitas motus per massam divisa exhibeat celeritatem. Ob actionem, & reactionem æquales, hæc quantitas erit eadem etiam post collisionem, post quam motus totus utriusque massæ, erit $CQ + cq$. Quoniam autem progrediuntur cum æquali celeritate; celeritas illa habebitur; si quantitas motus dividatur per totam quantitatem materiæ; quæ idcirco erit $\frac{CQ + cq}{Q + q}$. Nimirum ad habendam velocitatem communem post collisionem, oportebit ducere singulas massas in suas celeritates, & productorum summam dividere per summam massarum.

269. Si alter globus q quiescat; satis erit illius celeritatem c considerare $= o$: & si moveatur motu contrario motui prioris globi; satis erit illi valorem negativum tribuere; ut adeo & hic, & in sequentibus formula inventa pro illo primo casu globorum in eandem progredientium plagam, omnes casus contineat. In eo autem si libeat invenire celeritatem amissam a globo Q, & celeritatem acquisitam a globo q, satis erit reducere singulas formulas $C - \frac{CQ + cq}{Q+q}$, & $\frac{CQ + cq}{Q+q} - c$ ad eundem denominatorem, ac habebitur $\frac{Cq - cq}{Q+q}$, & $\frac{CQ - cQ}{Q+q}$, ex quibus deducitur hujusmodi theorema: *ut summa massarum ad massam alteram, ita differentia celeritatum ad celeritatem ab altera acquisitam*, quæ in eo casu accelerabit motum præcurrentis, & retardabit motum consequentis. Ejus extensio ad omnes casus: celeritas amissa, vel acquisita.

270. Ex hisce, quæ pertinent ad corpora mollia, facile est progredi ad perfecte elastica. In iis post compressionem maximam, & mutationem figuræ inductam ab ipsa, quæ habetur, ubi ad æquales velocitates est ventum, agent adhuc in se invicem bini globi, donec deveniant ad figuram priorem, & hæc actio duplicabit effectum priorem. Ubi ad sphæricam figuram deventum fuerit, quod fit recessu mutuo oppositarum superficierum, quæ in compressione ad se invicem accesserant, pergent utique a se invicem recedere aliquanto magis eædem superficies, & figura producetur, sed opposita jam vi mutua inter partes ejusdem globi incipient retrahi, & productio perget fieri, sed usque lentius, donec ad maximam quandam productionem deven- Transitus ad elasticorum collisiones.

ventum fuerit, quæ deinde incipiet minui, & globus ad sphæricam figuram accedet iterum, ac iterum comprimetur motu quodam oscillatorio, ac partium trepidatione hinc, & inde a figura sphærica, uti supra vidimus etiam duo puncta circa distantiam limitis cohæsionis oscillare hinc, & inde; sed id ad collisionem, & motus centrorum gravitatis nihil pertinebit, quorum status a viribus mutuis nihil turbatur; actio autem unius globi in alterum statim cessabit post regressum ad figuram sphæricam, post quem superficies alterius postica, & alterius antica in centra jam retractæ, ulteriore centrorum discessu a se invicem incipient ita distare, ut vires in se invicem non exerant, quarum effectus sentiri possit; & hypothesis perfecte elasticorum est, ut tantus sit mutuæ actionis effectus in recuperanda, quantus fuit in amittenda figura.

Formulæ pro perfecte elasticis.

271 Duplicato igitur effectu, globus Q amittet celeritatem $\frac{2Cq - 2cq}{Q+q}$, & globus q acquiret celeritatem $\frac{2CQ - 2cQ}{Q+q}$. Quare illius celeritas post collisionem erit $C - \frac{2CQ - 2cQ}{Q+q}$ sive $\frac{Cq - Cq + 2cq}{Q+q}$; hujus vero erit $c + \frac{2CQ - 2cQ}{Q+q} = \frac{cQ - cQ + 2Cq}{Q+q}$, & motus fient in eandem plagam, vel globus alter quiescet, vel fient in plagas oppositas; prout determinatis valoribus Q, q, C, c, formulæ valor evaserit positivus, nullus, vel negativus.

Formulæ pro imperfecte elasticis.

272. Quod si elasticitas fuerit imperfecta, & vis in amittenda ad vim in recuperanda figura fuerit in aliqua ratione data, erit & effectus prioris ad effectum posterioris itidem in ratione data, nimirum in ratione subduplicata prioris. Nam ubi per idem spatium agunt vires, & velocitas oritur, vel extinguitur tota, ut hic respectiva velocitas extinguitur in compressione, oritur in restitutione figuræ, quadrata velocitatum sunt ut areæ, quas describunt ordinatæ viribus proportionales juxta num. 176, & hinc areæ erunt in ratione virium, si, viribus constantibus, sint constantes & ordinatæ, cum inde fiat, ut scalæ celeritatum ab iis descriptæ sint rectangula. Sit igitur rationis constantis illarum virium ratio subduplicata m ad n, & erit effectus in amittenda figura ad summam effectuum in tota collisione, ut m ad $m+n$, quæ ratio si ponatur esse 1 ad r, ut sit $r = \frac{m+n}{m}$, satis erit, effectus illos inventos pro globis mollibus, sive celeritatem ab altero amissam, ab altero acquisitam, non duplicare, ut in perfecte elasticis, sed multiplicare per r, ut habeantur velocitates acquisitæ in partes contrarias, & componendæ cum velocitatibus prio-

prioribus. Erit nimirum illa quæ pertinet ad globum $Q = \frac{rCq - rcq}{Q+q}$, & quæ pertinet ad globum q, erit $= \frac{rCQ - rcQ}{Q+q}$ adeoque velocitas illius post congressum erit $C - \frac{rCq - rcq}{Q+q}$ & hujus $c + \frac{rCQ - rcQ}{Q+q}$; quæ formulæ itidem reducuntur ad eosdem denominatores; ac tum ex hisce formulis, tum e superioribus quam plurima elegantissima theoremata deducuntur, quæ quidem passim inveniuntur in elementaribus libris, & ego ipse aliquanto uberius persecutus sum in Supplementis Stayanis ad lib. 2, §. 2; sed hic satis est, fundamenta ipsa, & primarias formulas derivasse ex eadem Theoria, & ex proprietatibus centri gravitatis, ac motuum oppositorum æqualium, deductis ex Theoria eadem; nec nisi binos, vel ternos evolvam casus usui futuros infra, antequam ad obliquam collisionem, ac reflexionem motuum gradum faciam.

273. Si globus perfecte elasticus incurrat in globum itidem quiescentem, erit $c = 0$, adeoque velocitas contraria priori pertinens ad incurrentem, quæ erat $\frac{2Cq - 2cq}{Q+q}$, erit $\frac{2Cq}{Q+q}$; velocitas acquisita a quiescente, quæ erat $\frac{2CQ - 2cQ}{Q+q}$, erit $\frac{2CQ}{Q+q}$; unde habebitur hoc theorema: *ut summa massarum ad duplam massam quiescentis, vel incurrentis, ita celeritas incurrentis ad celeritatem amissam a secundo, vel acquisitam a primo*; & si massæ æquales fuerint, fit ea ratio æqualitatis; ac proinde globus incurrens totam suam velocitatem amittit, acquirendo nimirum æqualem contrariam, a qua ea elidatur, & globus quiescens acquirit velocitatem, quam ante habuerat globus incurrens.

Casus, in quo globus perfecte elasticus incurrit in alium.

274. Si globus imperfecte elasticus incurrat in globum quiescentem immensum, & qui habeatur pro absolute infinito, cujus idcirco superficies habetur pro plana, in formula velocitatis acquisitæ a globo quiescente $\frac{rCQ - rcQ}{Q+q}$, cum evanescat Q respectu q absolute infiniti, & proinde $\frac{Q}{Q+q}$ evadat $= 0$, tota formula evanescit, adeoque ipse haberi potest pro plano immobili. In formula vero velocitatis, quam in partem oppositam acquiret globus incurrens, $\frac{rCq - rcq}{Q+q}$, evadit $c = 0$,

Casus triplex globi incurrentis in planum immobile.

& Q evanescit itidem respectu q. Hinc habetur $\frac{rCq}{q}$, sive rC, nimirum ob $r = \frac{m+n}{m}$ fit $\left(\frac{m+n}{m}\right) \times C$, cujus prima pars $\frac{m}{m} \times C$, sive C, est illa, quæ amittitur, sive acquiritur in partem oppositam in comprimenda figura, & $\frac{n}{m} \times C$ est illa, quæ acquiritur in recuperanda, ubi si fit $n = o$, quod accidit nimirum in perfecte mollibus; habetur sola pars prima; si $m = n$, quod accidit in perfecte elasticis, est $\frac{n}{m} \times C = C$, secunda pars æqualis primæ; & in reliquis casibus est, ut m ad n, ita illa pars prima C, sive præcedens velocitas, quæ per primam partem acquisitam eliditur, ad partem secundam, quæ remanet in plagam oppositam. Quamobrem habetur ejusmodi theorema. *Si incurrat ad perpendiculum in planum immobile globus perfecte mollis, acquirit velocitatem contrariam æqualem suæ priori, & quiescit; si perfecte elasticus, acquirit duplam suæ, nimirum æqualem in compressione, qua motus omnis sistitur, & æqualem in recuperanda figura, cum qua resilit; si fuerit imperfecte elasticus in ratione* m *ad* n, *in illa eadem ratione erit velocitas priori suæ contraria acquisita, dum figura mutatur, quæ priorem ipsam velocitatem extinguit, ad velocitatem, quam acquirit, dum figura restituitur, & cum qua resilit.*

Summa quadratorum velocitatis ductorum in massas manens in perfecte elasticis.

275. Est & aliud theorema aliquanto operosius, sed generale, & elegans, ab Hugenio inventum pro perfectæ elasticis, quod nimirum summa quadratorum velocitatis ductorum in massas post congressum remaneat eadem, quæ fuerat ante ipsum. Nam Velocitates post congressum sunt $C - \frac{2q}{Q+q} \times (C-c)$, & $c + \frac{2Q}{Q+q} \times (C-c)$; quadrata ducta in massas continent singula ternos terminos: primi erunt $QCC + qcc$; secundi erunt $(-CC+Cc) \times \frac{4Qq}{Q+q} + (cC-cc) \times \frac{4Qq}{Q+q}$, quorum summa evadit $(-CC+2Cc-cc) \times \frac{4Qq}{Q+q}$; postremi erunt $\frac{4Qqq}{(Q+q)^2} \times (CC-2Cc+cc)$, & $\frac{4qQQ}{(Q+q)^2} \times CC-2Cc+cc)$, sive simul $\frac{4(Q+q)\times Qq}{(Q+q)^2}$

×(CC

$\times(CC - 2Cc + cc)$, vel $\frac{4Qq}{Q+q} \times (CC - 2Cc + cc)$, quod destruit summam secundi terminorum binarii, remanente sola illa $QCC + qcc$, summa quadratorum velocitatum præcedentium ducta in massas. Sed hæc æqualitas nec habetur in mollibus, nec in imperfecte elasticis.

276. Veniendo jam ad congressus obliquos, deveniant dato tempore bini globi A, C in fig. 42 per rectas quascunque AB, CD, quæ illorum velocitates metiantur, in B, & D ad physicum contactum, in quo jam sensibilem effectum edunt vires mutuæ. Communi methodo collisionis effectus sic definitur. Junctis eorum centris per rectam BD, ducantur ad eam productam, qua opus est, perpendicula AF, CH, & completis rectangulis AFBE, CHDG resolvantur singuli motus AB, CD in binos; ille quidem in AF, AE, sive EB, FB, hic vero in CH, CG, sive GD, HD. Primus utrobique manet illæsus; secundus FB, & HD collisionem facit directam. Inveniantur per legem collisionis directæ velocitates BI, DK, quæ juxta ejusmodi leges superius expositas haberentur post collisionem diversæ pro diversis corporum speciebus, & componantur cum velocitatibus expositis per rectas BL, DQ jacentes in directum cum EB, GD, & illis æquales. His peractis expriment BM, DP celeritates, ac directiones motuum post collisionem. Collisionis obliquæ communis methodus per virium resolutionem. Fig. 42.

278. Hoc pacto consideratur resolutio motuum, ut vera quædam resolutio in duos, quorum alter illæsus perseveret, alter mutationem patiatur, ac in casu, quem figura exprimit, extinguatur penitus, tum iterum alius producatur. At sine ulla vera resolutione res vere accidit hoc pacto. Mutua vis, quæ agit in globos B, D, dat illis toto collisionis tempore velocitates contrarias BN, DS æquales in casu, quem figura exprimit, binis illis, quarum altera vulgo concipitur ut elisa, altera ut renascens. Eæ compositæ cum BO, DR jacentibus in directum cum AB, CD, & æqualibus iis ipsis, adeoque exprimentibus effectus integros præcedentium velocitatum, exhibent illas ipsas velocitates BM, DP. Facile enim patet, fore LO æqualem AE, sive FB, adeoque MO æqualem NB, & BNMO fore parallelogrammum; ac eadem demonstratione est itidem parallelogrammum DRPS. Quamobrem nulla ibi est vera resolutio, sed sola compositio motuum, perseverante nimirum velocitate priore per vim inertiæ, & ea composita cum nova velocitate, quam generant vires, quæ agunt in collisione. Compositio virium resolutioni substituta.

278. Idem etiam mihi accidit, ubi oblique globus incurrit in planum, sive consideretur motus, qui haberi debet deinde, sive percussionis obliquæ energia respectu perpendicularis. Deveniat in fig. 43 globus A cum directione obliqua AB ad planum Compositio resolutioni substituta etiam ubi globus incurrit in pla-

mum immobile. CD consideratum ut immobile, quod contingat physice in N, & concipiatur planum GI parallelum priori ductum per centrum B, ad quod appellet ipsum centrum, & a quo resiliet, si resilit. Ducta AF perpendiculari ad GI, & completo parallelogrammo AFBE, in communi methodo resolvitur velocitas AB in duas AF, AE: sive FB, EB, primam dicunt manere illæsam, secundam destrui a resistentia plani: tum perseverare illam solam per BI æqualem ipsi FB; si corpus incurrens sit perfecte molle, vel componi cum alia in perfecte elasticis BE æquali priori EB, in imperfecte elasticis Be, quæ ad priorem EB habeat rationem datam, & percurrere in primo casu BI, in secundo BM, in tertio Bm. At in mea Theoria globus a viribus in illa minima distantia agentibus, quæ ibi sunt repulsivæ, acquirit secundum directionem NE perpendicularem plano repellenti CD in primo casu velocitatem BE, æqualem illi, quam acquireret, si cum velocitate EB perpendiculariter advenisset per EB, in secundo BL ejus duplam, in tertio BP, quæ ad ipsam habeat illam rationem datam r ad 1, sive $m+n$ ad m, & habet deinde velocitatem compositam ex velocitate priore manente, ac expressa per BO æqualem AB, & positam ipsi in directum, ac ex altera BE, BL, BP, ex quibus constat, componi illas ipsas BI, BM, Bm, quas prius; cum ob IO æqualem AF, sive EB, & IM, Im æquales BE, Be, sive EL, EP, totæ etiam BE, BP, BL totis OI, OM, Om sint æquales, & parallelæ.

Fig. 43.

Ubique in hac Theoria compositionem resolutioni substitui, easque sibi invicem æquivalere.

279. Res mihi per compositionem virium ubique eodem redit, quo in communi methodo per earum resolutionem. Resolutionem solent vulgo admittere in motibus, quos vocant impeditos, ubi vel planum subjectum, vel ripa ad latus procursum impediens, ut in fluviorum alveis, vel filum, aut virga sustentans, ut in pendulorum oscillationibus, impedit motum secundum eam directionem, qua agunt velocitates jam conceptæ, vel vires; ut & virium resolutionem agnoscunt, ubi binæ, vel plures etiam vires unius cujusdam vis alia directione agentis effectum impediunt, ut ubi grave a binis obliquis planis sustinetur, quorum utrumque premit directione ipsi plano perpendiculari, vel ubi a pluribus filis elasticis oblique sitis sustinetur. In omnibus istis casibus illi velocitatem, vel vim agnoscunt vere resolutam in duas, quarum utrique simul illa unica velocitas, vel vis æquivaleat, ex illis veluti partibus constituta, quarum si altera impediatur, debeat altera perseverare, vel si impediatur utraque, suum utraque effectum edat seorsum. At quoniam id impedimentum in mea Theoria nunquam habebitur ab immediato contactu plani rigidi subjecti, nec a virga vere rigida, & inflexili sustentante, sed semper a viribus mutuis repulsivis in primo casu, attractivis in secundo; semper habebitur nova velocitas, vel vis æqualis, & contraria illi, quam communis methodus elisam dicit, quæ cum

tota

tota velocitate, vel vi obliqua composita eundem motum, vel idem æquilibrium restituet, ac idem omnino erit, in effectuum computatione considerare partes illas binas, & alteram, vel utramque impeditam, ac considerare priorem totam, aut velocitatem, aut vim, compositam cum iis novis contrariis, & æqualibus illi parti, vel illis partibus, quæ dicebantur elidi. In id autem, quod vel inferne, vel superne motum massæ cujuspiam impedit, vel vim, non aget pars illa prioris velocitatis, vel illius vis, quæ concipitur resoluta, sed velocitas orta a vi mutua, & contraria velocitati illi novæ genitæ in eadem massa, a vi mutua, vel ipsa vis mutua, quæ semper debet agere in partes contrarias, & cui occasionem præbet illa determinata distantia major, vel minor, quam sit, quæ limites, & æquilibrium constitueret,

Exemplum rei in ipso globo molli incurrente in planum immobile.

280. Id quidem abunde apparet in ipso superiore exemplo. Ibi in fig. 43 globus (quem concipiamus mollem) advenit oblique per AB, & oblique impeditur a plano ejus progressus. Non est velocitas perpendicularis AF, vel EB, quæ extinguitur, durante AE, vel FB, uti diximus; nec illa ursit planum CD. Velocitas AB occasionem dedit globo accedendi ad planum CD usque ad eam exiguam distantiam, in qua vires variæ agerent; donec ex omnium actionibus conjunctis impediretur ulterior accessus ad ipsum planum, sive perpendicularis distantiæ ulterior diminutio. Illæ vires agent simul in directione perpendiculari ad ipsum planum juxta num. 266: debebunt autem, ut impediant ejusmodi ulteriorem accessum, producere in ipso globo velocitatem, quæ composita cum tota BO perseverante in eadem directione AB, exhibeat velocitatem per BI parallelam CD. Quoniam vero triangula rectangula AFB, BIO æqualia erunt necessario ob AB, BO æquales; erit BEIO parallelogrammum, adeoque velocitas perpendicularis, quæ cum priore velocitate BO debeat componere velocitatem per rectam parallelam plano, debebit necessario esse contraria, & æqualis illi ipsi EB perpendiculari eidem plano, in quam resolvunt vulgo velocitatem AB. Interea vero vis, quæ semper agit in partes contrarias æqualiter, urserit planum tantundem, & omnes in eo produxerit effectus illos, qui vulgo tribuuntur globo advenienti cum velocitate ejusmodi, ut perpendicularis ejus pars sit EB.

Aliud globi descendentis per planum inclinatum.

Fig. 44.

281. Idem accidet etiam in reliquis omnibus casibus superius memoratis. Descendat globus gravis per planum inclinatum CD (fig. 44) oblique, quod in communi sententia continget hunc in modum. Resolvunt gravitatem BO in duas, alteram BR perpendicularem plano CD, qua urgetur ipsum planum, quod eum sustinet; alteram BI, parallelam eidem plano, quæ obliquum descensum accelerat. In mea Theoria gravitas cogit globum semper magis accedere ad planum CD; donec distantia ab eodem evadat ejusmodi; ut vires mutuæ

repul-

repulsivæ agant, & illa quidem, quæ agit in B, sit ejusmodi, ut composita cum BO exhibeat BI parallelam plano ipsi, adeoque non inducentem ulteriorem accessum, sit autem perpendicularis plano ipsi. Porro ejusmodi est BE, jacens in directum cum RB, & ipsi æqualis, cum nimirum debeat esse parallela, & æqualis OI. Vis autem æqualis ipsi, & contraria, adeoque expressa per BR, urgebit planum.

Aliud in pendulo.

Fig. 45.

282. Quod si grave suspensum in fig. 45 filo, vel virga BC debeat oblique descendere per arcum circuli BD; tum vero in communi methodo gravitatem BO itidem resolvunt in duas BR, BI, quarum prima filum, vel virgam tendat, & elidatur, secunda acceleret descensum obliquum, qui fieret ex velocitate concepta per rectam BA perpendicularem BC, ac præterea etiam tensionem fili agnoscunt ortam a vi centrifuga, quæ exprimitur per DA perpendicularem tangenti. At in mea Theoria res hoc pacto procedit. Globus ex B abit ad D per vires tres compositas simul cum velocitate præcedente; prima e viribus est vis gravitatis BO; secunda attractio versus C orta a tensione fili, vel virgæ, expressa per BE parallelam, & æqualem OI, adeoque RB, quæ solæ componerent vim BI; tertia est attractio in C expressa per BH æqualem AD orta itidem a tensione fili respondente vi centrifugæ, & incurvante motum. Adest præterea velocitas præcedens, quam exprimit BK æqualis IA, ut sit BI æqualis KA. His viribus cum ea velocitate simul agentibus erit globus in D in fine ejus tempusculi, cui ejusmodi effectus illarum virium respondent. Nam ibi debet esse, ubi esset, si aliæ ex illis causis agerent post alias: gravitate agente veniret per BO, vi BE abiret per OI, velocitate BK abiret per IA ipsi æqualem, vi BH abiret per AD. Quamobrem res tota itidem peragitur sola compositione virium, & motuum.

Alia ratio componendi vires in eodem casu.

283. Porro si sumatur EG æqualis BH; tum tota attractio orta a tensione fili erit BG, quæ prius considerata est tanquam e binis partibus in directum agentibus composita, ac res eodem redit; nam si prius componantur BH, & BE in BG (quo casu tota BG ut unica vis haberetur), tum BO, ac demum BK, ad idem punctum D rediretur juxta generalem demonstrationem, quam dedi num. 259. Jam vero vi expressa per totam BG attraheretur ad centrum suspensionis C ab integra tensione fili, ubi pars EG, vel BH ad partem BE habet proportionem pendentem a celeritate BK, ab angulo RBO, ac a radio CB; sed ista meæ Theoriæ cum omnium usitatis Mechanicæ elementis communia sunt, posteaquam compositionis hujus cum illa resolutione æquivalentia est demonstrata.

Aliud exemplum in globo sustentato a binis planis. Difficultas com-

284. Quæ de motu diximus facto vi oblique, sed non penitus impedita, eadem in æquilibrio habent locum, ubi omnis impeditur motus. Innitatur globus gravis B in fig. 46 binis planis AC, CD, quæ accurate, vel in mea Theoria phy-

physice solum, contingat in H, & F, & gravitatem referat recta verticalis BO, ac ex puncto O ad rectas BH, BF ducantur rectæ OR, OI parallelæ ipsis BF, BH, & producta sursum BK tantundem, ducantur ex K ipsis BF, BH parallelæ KE, KL usque ad easdem BH, BF; ac patet, fore rectas BE, BL æquales, & contrarias BR, BI. In communi methodo resolutionis virium concipitur gravitas BO resoluta in binas BR, BI, quarum prima urgeat planum AC, secunda DC: & quoniam si angulus HCF fuerit satis acutus; erit itidem satis acutus angulus R, qui ipsi æqualis esse debet, cum uterque sit complementum HBF ad duos rectos, alter ob parallelogrammum, alter ob angulos BHC, BFC rectos; fieri potest, ut singula latera BR, RO, sive BI, sint, quantum libuerit, longiora quam BO; vires singulæ, quæ urgent illa plana, possunt esse, quantum libuerit, majores, quam sola gravitas: mirantur multi, fieri posse, ut gravitas per solam ejusmodi applicationem tantum quodammodo supra se assurgat, & effectum tanto majorem edat.

munis methodi in eodem.

Fig. 46.

285. Difficultas ejusmodi in communi etiam sententia evitari facile potest exemplo vectis, de quo agemus infra, in quo sola applicatio vis in multo majore distantia collocatæ multo majorem effectum edit. Verum in mea Theoria ne ullus quidem difficultati est locus. Non resolvitur revera gravitas in duas vires BR, BI, quarum singulæ plana urgeant, sed gravitas inducit ejusmodi accessum ad ea plana, in quo vires repulsivæ perpendiculares ipsis planis agentes in globum componant vim BK æqualem, & contrariam gravitati BO, quam sustineat, & ulteriorem accessum impediat. Ad id præstandum requiruntur illæ vires BE, BL æquales, & contrariæ hisce BR, BI, quæ rem conficiunt. Sed quoniam vires sunt mutuæ, habebuntur repulsiones agentes in ipsa plana contrariæ, & æquales illis ipsis BE, BL, adeoque agent vires expressæ per illas ipsas BR, BI, in quas communis methodus gravitatem resolvit.

Solutio in ipsa methodo communi: in hac Theoria nullum ipsi difficultati esse locum.

286. Quod si globus gravis P in fig. 47 e filo BP pendeat, ac sustineatur ab obliquis filis AB, DB, exprimat autem BH gravitatem, & sit BK ipsi contraria, & æqualis, ac sint HI, KL parallelæ DB, & HR, KE parallelæ filo AB; communis methodus resolvit gravitatem BH in duas BR, BI, quæ a filis sustineantur, & illa tendant; sed ego compono vim BK gravitati contrariam, & æqualem e viribus BE, BL, quas exerunt attractivas puncta fili, quæ ob pondus P delatum deorsum sua gravitate ita distrahuntur a se invicem, donec habeantur vires attractivæ componentes ejusmodi vim contrariam, & æqualem gravitati.

Aliud in globo suspenso filis obliquis.

Fig. 47.

287. Quamobrem per omnia casuum diversorum genera pervagati jam vidimus, nullam esse uspiam in mea Theoria veram aut virium, aut motuum resolutionem, sed omnia prorsus phænomena pendere a sola compositione virium, & motuum, adeoque

Conclusio generalis pro hac theoria, quæ omnia præstat per solam compositionem.

que naturam eodem ubique modo simplicissimo agere, componendo tantummodo vires, & motus plures, sive edendo simul eum effectum, quem ederent illæ omnes causæ; si aliæ post alias effectus ederent suos æquales, & eandem habentes directionem cum iis, quos singulæ, si solæ essent, producerent. Et quidem id generale esse Theoriæ meæ, patet vel ex eo, quod nulli possunt esse motus ex parte impediti, ubi nullus est immediatus contactus, sed in libero vacuo spatio punctum quodvis liberrime movetur parendo simul velocitati, quam habet jam acquisitam, & viribus omnibus, quæ ab aliis omnibus pendent materiæ punctis.

Resolutio tantum mente concepta sæpe utilis ad contrahendas solutiones.

288. Quanquam autem habeatur revera sola compositio virium; licebit adhuc vires imaginatione nostra resolvere in plures, quod sæpe demonstrationes theorematum, & solutionem problematum contrahet mirum in modum, ac expeditiores reddet, & elegantiores; nam licebit pro unica vi assumere vires illas, ex quibus ea componeretur. Quoniam enim idem omnino effectus oriri debet, sive adsit unica vis componens, sive reapse habeantur simul plures illæ vires componentes; manifestum est, substitutione harum pro illa nihil turbari conclusiones, quæ inde deducuntur: & si post resolutionem ejusmodi inveniatur vis contraria, & æqualis alicui e viribus, in quas vis illa data resolvitur; illa haberi potest pro nulla, consideratis solis reliquis, si in plures resoluta fuit, vel sola altera reliqua, si resoluta fuit in duas. Nam componendo vim, quæ resolvitur, cum illa contraria uni ex iis, in quas resolvitur, eadem vis provenire debet omnino, quæ oritur componendo simul reliquas, quæ fuerant in resolutione sociæ illius elisæ, vel retinendo unicam illam alteram reliquam, si resolutio facta est in duas tantummodo; atque id ipsum constat pro resolutione in duas ipsis superioribus exemplis, & pro quacunque resolutione in vires quotcunque facile demonstratur.

Methodus generalis resolvendi vim in alias quotcunque.

289. Porro quod pertinet ad resolutionem in plures vires, vel motus, facile est ex iis, quæ dicta sunt num. 257. definire legem, quæ ipsam resolutionem rite dirigat, ut habeantur vires, quæ datam aliquam componant. Sit in fig. 48. vis quecunque, vel motus AP, & incipiendo ab A ducantur quotcunque, & cujuscunque longitudinis rectę AB, BC, CD, DE, EF, FG, GP, continuo inter se connexę ita, ut incipiant ex A, ac desinant in P; & si ipsis BC, CD &c. ducantur parallelæ, & æquales A*c*, A*d* &c; vires omnes AB, A*c*, A*d*, A*e*, A*f*, A*g*, A*p* component vim AP; unde patet illud: ad componendam vim quamcumqua posse assumi vires quotcunque, & quascunque, quibus assumptis determinari poterit una alia præterea, quæ compositionem perficiat; nam poterunt duci rectæ AB, BC, CD &c. parallelæ, & æquales datis quibuscunque, & ubi postremo deventum fuerit ad aliquod punctum G, satis erit addere vim expressam per GP.

Fig. 48.

290. Eo

290. Eo autem generali casu continetur particularis casus resolutionis in vires tantummodo duas, quæ potest fieri per duo quævis latera trianguli cujuscunque, ut in fig. 49, si datur vis AP, & fiat quodcunque triangulum ABP; vis resolvi potest in duas AB, BP, & data illarum altera, datur & altera, quod quidem constat etiam ex ipsa compositione, seu resolutione per parallelogrammum ABPC, quod semper compleri potest, & in quo AC est parallela, & æqualis BP, ac binæ vires AB, AC componunt vim AP: atque idem dicendum de motibus.

Evolutio resolutionis in duas tantum.

Fig. 49.

291. Ejusmodi resolutio illud etiam palam faciet; cur vis composita a viribus non in directum jacentibus, sit minor ipsis componentibus, quæ nimirum sunt ex parte sibi invicem contrariæ, & elisis mutuo contrariis, & æqualibus, remanet in vi composita summa virium conspirantium, vel differentia oppositarum pertinentium ad componentes. Si enim in fig. 50, 51, 52 vis AP componatur ex viribus AB, AC, quæ sint latera parallelogrammi ABPC, & ducantur in AP perpendicula BE, CF, cadentibus E, & F inter A, & P in fig. 50, in A, & P in fig. 51, extra in fig. 52; satis patet, fore in prima, & postrema æqualia triangula AEB, PFC, adeoque vires EB, FC contrarias, & æquales elidi; vim vero AP in primo casu esse summam binarum virium conspirantium AE, AF, æquari unicæ AF in secundo, & fore differentiam in tertio oppositarum AE, AF.

Cur vis composita sit minor componentibus simul sumptis.

Fig. 50.
51.
52.

292. In resolutione quidem vis crescit quodammodo; quia mente adjungimus alias oppositas, & æquales, quæ adjunctæ cum se invicem elidant, rem non turbant. Sic in fig. 52 resolvendo AP in binas AB, AC, adjicimus ipsi AP binas AE, PF contrarias, & præterea in directione perpendiculari binas EB, FC itidem contrarias, & æquales. Cum resolutio non sit realis, sed imaginaria tantummodo ad faciliorem problematum solutionem; nihil inde difficultatis afferri potest contra communem methodum concipiendi vires, quas huc usque consideravimus, & quæ momento temporis exercent solum nisum, sive pressionem; unde etiam fit, ut dicantur vires mortuæ, & idcirco solum continuo durantes tempore sine contraria aliqua vi, quæ illas elidat, velocitatem inducunt, ut causæ velocitatis ipsius inductæ: nec inde argumentum ullum desumi poterit pro admittendis illis, quas Leibnitius invexit primus, & vires vivas appellavit, quas hinc potissimum necessario saltem concipiendas esse arbitrantur nonnulli, ne nimirum in resolutione virium habeatur effectus non æqualis suæ causæ. Effectus quidem non æqualis, sed proportionalis esse debet, non causæ, sed actioni causæ, ubi ejusmodi actio contraria aliqua actione non impeditur vel tota, vel ex parte, quod accidit, uti vidimus, in obliqua compositione: ac utcunque & aliæ responsiones sint in communi etiam sententia pro casu resolutionis;

Cur ea crescere videatur in resolutione: nihil inde posse deduci pro viribus vivis.

in mea Theoria, cum ipsa resolutio realis nulla sit, nulla itidem est, uti monui, difficultas.

Satis patere ex hac Theoria, *Vires Vivas in Natura nullas esse*.

293. Et quidem tam ex iis, quæ huc usque demonstrata sunt, quam ex iis, quæ consequentur, satis apparebit, nullum usquam esse ejusmodi virium vivarum indicium, nullam necessitatem; cum omnia Naturæ phænomena pendeant a motibus, & æquilibrio, adeoque a viribus mortuis, & velocitatibus inductis per earum actiones, quam ipsam ob causam in illa dissertatione *De Viribus Vivis*, quæ hujus ipsius Theoriæ occasionem mihi præbuit ante annos 13, affirmavi, *Vires Vivas in Natura nullas esse*, & multa, quæ ad eas probandas proferri solebant, satis luculenter exposui per solas velocitates a viribus non vivis inductas.

Impactus obliquus globi elastici in quatuor globos, qui pro iis afferri solet.

Fig 53.

294. Unum hic proferam, quod pertinet ad collisionem globorum elasticorum obliquam, quæ compositionem resolutioni substitutam illustrat. Sint in fig. 53 triangula ADB, BHG, GML rectangula in D, H, M ita, ut latera BD, GH, LM sint æqualia singula dimidiæ basi AB, ac sint BG, GL, LQ parallelæ AD, BH, GM. Globus A cum velocitate AB = 2 incurrat in B in globum C sibi æqualem jacentem in DB producta: ex collisione obliqua dabit illi velocitatem CE = 1, æqualem suæ BD, quam amittet, & progredietur per BG cum velocitate = AD = $\sqrt{3}$. Ibi eodem pacto si inveniat globum I, dabit ipsi velocitatem IK = 1, amissa sua GH, & progredietur per GL cum $\sqrt{2}$; tum ibi dabit globo O velocitatem OP = 1, amissa sua LM, & abibit cum LQ = 1, quam globo R, directe in eum incurrens, communicabit. Quare, ajunt, illa vi, quam habebat cum velocitate = 2, communicabit quatuor globis sibi æqualibus vires, quæ junguntur cum velocitatibus singulis = 1; ubi si vires fuerint itidem singulæ = 1, erit summa virium = 4, quæ cum fuerit simul cum velocitate = 2, vires sunt, non ut simplices velocitates in massis æqualibus, sed ut quadrata velocitatum.

Ejus explicatio in hac Theoria sine viribus vivis per solam compositionem.

295. At in mea Theoria id argumentum nullam sane vim habet. Globus A non transfert in globum C partem DB suæ velocitatis AB resolutæ in duas DB, TB, & cum ea partem suæ vis. Agit in globos vis nova mutua in partes oppositas, quæ alteri imprimit velocitatem CE, alteri BD. Velocitas prior globi A expressa per BF positam in directum cum AB, & ipsi æqualem, componitur cum hac nova accepta BD, & oritur velocitas BG minor ipsa BF ob obliquitatem compositionis. Eodem pacto nova vis mutua agit in globos in G, & I, in L, & O, in Q, & R, & velocitates novas primi globi GL, LQ, *zero*, componunt velocitates GH, & GN; LM, & LS; LQ, & QL, sine ulla aut vera resolutione, aut translatione vis vivæ, Natura in omni omnino casu, & in omni corporum genere agente prorsus eodem modo.

Quid notan-

295. Sed quod attinet ad collisiones corporum, & motus re-

reflexos, unde digressi eramus; inprimis illud monendum duco: cum nulli mihi sint continui globi, nulla plana continua; pleraque ex illis, quæ dicta sunt, habebunt locum tantummodo ad sensum, & proxime tantummodo, non accurate; nam intervalla, quæ habentur inter puncta, inducent inæqualitates sane multas. Sic etiam in fig. 43. ubi globus delatus ad B incurrit in CD, mutatio viæ directionis non fiet in unico puncto B, sed per continuam curvaturam; ac ubi globus reflectetur, ipsa reflexio non fiet in unico puncto B, sed per curvam quandam. Recta AB, per quam globus adveniet, non erit accurate recta, sed proxime; nam vires ad distantias omnes constanti lege se extenduut, sed in majoribus distantiis sunt insensibiles; nisi massa, in quam tenditur, sit enormis, ut est totius Terræ massa, in quam sensibili vi tendunt gravia. At ubi globus advenerit satis prope planum CD; incipiet incurvari etiam via centri, quæ quidem, jam attracto, jam repulso globo, serpet etiam, donec alicubi repulsio satis prævaleat ad omnem ejus perpendicularem velocitatem extinguendam (utar enim imposterum etiam ego vocabulis communibus a virium resolutione petitis, uti & superius aliquando usus fueram, & nunc quidem potiore jure, posteaquam demonstravi æquipollentiam veræ compositionis virium cum imaginaria resolutione), & retro etiam motum reflectat.

dum idcirco, quod nulli sunt globi continui, aut plana continua, aut mathematicus contactus.

Fig. 43.

297. Et quidem si vires in accessu ad planum, ac in recessu a plano fuerint prorsus æquales inter se; dimidia curva ab initio sensibilis curvaturæ usque ad minimam distantiam a plano erit prorsus æqualis, & similis reliquæ dimidiæ curvæ, quæ habebitur inde usque ad finem curvaturæ sensibilis, ac angulus incidentiæ erit æqualis angulo reflexionis. Id in casu, quem exprimit fig. 43, curva ob insensibilem ejus tractum considerata pro unico puncto, pro perfecte elasticis patet ex eo, quod in triangulis rectangulis AFB, MIB latera æqualia circa angulos rectos secum trahant æqualitatem angulorum ABF, MBI, quorum alter dicitur angulus incidentiæ, & alter reflexionis, ubi in imperfecte elasticis non habetur ejusmodi æqualitas, sed tantummodo constans ratio inter tangentem anguli incidentiæ, & tangentem anguli reflexionis, quæ nimirum ad radios æquales BF, BI sunt FA, & I*m*, & sunt juxta denominationem, quam supra adhibuimus num. 272, & retinuimus huc usque, ut *m* ad *n*.

Lex reflexionis perfecte, & imperfecte elasticorum.

298. Curvaturam in reflexione exhibet figura 54, ubi via puncti mobilis repulsi a plano CO est ABQDM, quæ circa B, ubi vires incipiunt esse sensibiles, incipit ad sensum incurvari, & desinit in eadem distantia circa D. Ea quidem, si habeatur semper repulsio, incurvatur perpetuo in eandem plagam, ut figura exhibet; si vero & attractio repulsionibus interseratur, serpit, uti monui; sed si paribus a plano distantiis vires æquales sunt; satis patet, & accuratissime demonstrari

Eadem facta vi agente in aliqua distantia, considerata curvatura semita.

Fig. 54.

 etiam

etiam posset, ubi semel deventum sit alicubi, ut in Q, ad directionem parallelam plano, debere deinceps describi arcum QD prorsus æqualem, & similem arcui QB, & ita similiter positum respectu plani CO, ut ejus inclinationes ad ipsum planum in distantiis æqualibus ab eo, & a Q hinc, & inde sint prorsus æquales; quam ob causam tangentes BN, DP, quæ sunt quasi continuationes rectarum AB, MD, angulos faciunt ANC, MPO æquales, qui deinde habentur pro angulis incidentiæ, & reflexionis.

Quid, si planum sit asperum: applicatio ad reflexionem lucis.

299. Si planum sit asperum, ut Figura exhibet, & ut semper contingit in Natura; æqualitas illa virium utique non habetur. At si scabrities sit satis exigua respectu ejus distantiæ, ad quam vires sensibiles protenduntur; inæqualitas ejusmodi erit perquam exigua, & anguli incidentiæ, & reflexionis æquales erunt ad sensum. Si enim eo intervallo concipiatur sphæra VRTS habens centrum in puncto mobili, cujus segmentum RTS jaceat ultra planum; agent omnia puncta constituta intra illud segmentum, adeoque monticuli prominentes satis exigui respectu totius ejus massæ, satis exiguam inæqualitatem poterunt inducere; & proinde sensibilem æqualitatem angulorum incidentiæ, & reflexionis non turbabunt, sicut & nostri terrestres montes in globo oblique projecto, & ita ponderante, ut a resistentia aeris non multum patiatur, sensibiliter non turbant parabolicum motum ipsius, in quo bina crura ad idem horizontale planum eandem ad sensum inclinationem habent. Secus accideret, si illi monticuli ingentes essent etiam respectu ejusdem sphæræ. Atque hæc quidem, qui diligentius perpenderit, videbit sane, & lucem a vitro satis lævigato resilire debere cum angulo reflexionis æquali ad sensum angulo incidentiæ; licet & ibi pulvisculus, quo poliuntur vitra, relinquat sulcos, & monticulos, sed perquam exiguos etiam respectu distantiæ, ad quam extenditur sensibilis actio vitri in lucem; sed respectu superficierum, quæ ad sensum scabræ sunt, debere ipsam lucem irregulariter dispergi quaqua versus.

Quid in impactu obliquo globi mollis in planum: velocitas amissa, quæ manet illæsa in curvatura continua.

Fig. 43.

300. Pariter ubi globus non elasticus deveniat per AB in eadem illa fig. 43, & deinde debeat sine reflexione excurrere per BQ, non describet utique rectam lineam accurate, sed serpet, & saltitabit non nihil: erit tamen recta ad sensum: velocitas vero mutabitur ita; ut sit velocitas prior AB ad posteriorem BI, ut radius ad cosinum inclinationis OBI rectæ BO ad planum CD, ac ipsa velocitas prior ad velocitatum differentiam, sive ad partem velocitatis amissam, quam exprimit IQ determinata ab arcu OQ habente centrum in B, erit ut radius ad sinum versum ipsius inclinationis. Quoniam autem imminuto in infinitum angulo, sinus versus decrescit in infinitum etiam respectu ipsius arcus, adeoque summa omnium sinuum versorum pertinentium ad omnes inflexiones infinitesimas tempore finito factas adhuc in infinitum decrescit; ubi inflexio evadat

con-

continua, uti fit in curvis continuis, ea summa evanescit, & nulla fit velocitatis amissio ex inflexione continua orta, sed vis perpetua, quæ tantummodo ad habendam curvaturam requiritur perpendicularis ipsi curvæ, nihil turbat velocitatem, quam parit vis tangentialis, si qua est, quæ motum perpetuo acceleret, vel retardet; ac in curvilineis motibus quibuscunque, qui habeantur per quascunque directiones virium, semper resolvi potest vis illa, quæ agit, in duas, alteram perpendicularem curvæ, alteram secundum directionem tangentis, & motus in curva per hanc tangentialem vim augebitur, vel retardabitur eodem modo, quo si eædem vires agerent, & motus haberetur in eadem recta linea constanter. Sed hæc jam meæ Theoriæ communia sunt cum Theoria vulgari.

Theoremata pro vi accelerante descensum, vel retardante ascensum in planis inclinatis, & pendulis:

Fig. 44. 45.

301. Communis est itidem in fig. 44, & 45 ratio gravitatis absolutæ BO ad vim BI, quæ obliquum descensum accelerat, vel ascensum retardat, quæ est, ut radius ad sinum anguli BOI, vel OBR, sive cosinum OBI. Angulus OBI est is in fig. 44, quem continet directio BI, quæ est eadem, ac directio plani CD, cum linea verticali BO, adeoque angulus OBR est æqualis inclinationi plani ad horizontem, & angulus idem OBR in fig. 45 est is, quem continet cum verticali BO recta CB jungens punctum oscillans cum puncto suspensionis. Quare habentur hæc theoremata: *Vis accelerans descensum, vel retardans ascensum in planis inclinatis, vel ubi oscillatio fit in arcu circulari, est ad gravitatem absolutam, ibi quidem ut sinus inclinationis ipsius plani, hic vero ut sinus anguli, quem cum verticali linea continet recta jungens punctum oscillans cum puncto suspensionis, ad radium*. E quorum theorematum priore fluunt omnia, quæ Galilæus tradidit de descensu per plana inclinata; ac e posteriore omnia, quæ pertinent ad oscillationes in circulo; quin immo etiam ad oscillationes factas in curvis quibuscunque pondere per filum suspenso, & curvis evolutis applicato; ac eodem utemur infra in definiendo centro oscillationis.

Applicatio Theoriæ ad refractionem: tres casus velocitatis normalis extinctæ, imminutæ, auctæ.

Fig. 55.

302. Hisce perspectis, applicanda est etiam Theoria ad motuum refractionem, ubi continentur elementa mechanica pro refractione luminis, & occurrit elegantissimum theorema a Newtono inventum huc pertinens. Sint in fig. 55 binæ superficies AB, CD parallelæ inter se, & punctum mobile quodpiam extra illa plana nullam sentiat vim, inter ipsa vero urgeatur viribus quibuscunque, quæ tamen & semper habeant directionem perpendicularem ad ipsa plana, & in æqualibus distantiis ab altero ex iis æquales sint ubique; ac mobile deferatur ad alterum ex iis, ut AB, directione quacunque GE. Ante appulsum feretur motu rectilineo, & æquabili, cum nulla urgeatur vi: ejus velocitatem exprimat EH, quæ erecta ER, perpendiculari ad AB, resolvi poterit in duas, alteram perpendicularem ES, alteram parallelam HS. Post ingressum inter illa duo

plana incurvabitur motus illis viribus, sed ita, ut velocitas parallela ab iis nihil turbetur, velocitas autem perpendicularis vel minuatur, vel augeatur; prout vires tendent versus planum citerius AB, vel versus ulterius CD. Jam vero tres casus haberi hinc possunt; vel enim iis viribus tota velocitas perpendicularis ES extinguitur, antequam deveniatur ad planum ulterius CD; vel perstat usque ad appulsum ad ipsum CD, sed imminuta, vi contraria prævalente viribus eadem directione agentibus; vel perstat potius aucta.

Primo reflexionem induci.

303. In primo casu, ubi primum velocitas perpendicularis extincta fuerit alicubi in X, punctum mobile reflectet cursum retro per XI, & iisdem viribus agentibus in regressu, quæ egerant in progressu, acquiret velocitatem perpendicularem IL æqualem amissæ ES, quæ composita cum parallela LM, æquali priori HS, exhibebit obliquam IM in recta nova IK, quam describet post egressum, & erunt æquales anguli HIL, MES, adeoque & anguli KIB, GEA; quod congruit cum iis, quæ in fig. 54. sunt exhibita, & pertinent ad reflexionem.

Secundo refractionem cum accessu ad superficiem refringentem, tertio itidem refractionem, sed cum recessu.

304. In secundo casu prodibit ultra superficiem ulteriorem CD, sed ob velocitatem perpendicularem OP minorem priore ES, parallelam vero PN æqualem priori HS, erit angulus ONP minor, quam EHS, adeoque inclinatio VOD ad superficiem in egressu minor inclinatione GEA in ingressu. Contra vero in tertio casu ob *op* majorem ES, angulus *uo*D erit major. In utroque autem hoc casu differentia quadratorum velocitatis ES, & OP vel *op*, erit constans, per num. 177 in adn. *m*, quæcunque fuerit inclinatio GE in ingressu, a qua inclinatione pendet velocitas perpendicularis SE.

Ratio constans sinus anguli incidentiæ, ad sinum anguli refracti.

305. Inde autem facile demonstratur, fore sinum anguli incidentiæ HES, ad sinum anguli refracti PON (& quidquid dicitur de iis, quæ designantur litteris PON, erunt communia iis, quæ exprimuntur litteris *pon*) in ratione constanti, quæcunque fuerit inclinatio rectæ incidentis GE. Sumatur enim HE constans, quæ exprimat velocitatem ante incidentiam: exprimet HS velocitatem parallelam, quæ erit æqualis rectæ PN exprimenti velocitatem parallelam post refractionem; ac ES, OP exprimunt velocitates perpendiculares ante, & post, quarum quadrata habebunt differentiam constantem. Sed ob HS, PN semper æquales, differentia quadratorum HE, ON æquatur differentiæ quadratorum ES, OP. Igitur etiam differentia quadratorum HE, ON erit constans; cumque ob HE constantem debeat esse constans ejus quadratum; erit constans etiam quadratum ON, adeoque constans etiam ipsa ON, & proinde constans erit & ratio HE ad ON; quæ quidem ratio est eadem, ac sinus anguli NOP ad sinum HES: cum enim sit in quovis triangulo rectangulo radius ad latus utrumvis, ut basis ad sinum anguli oppositi; in diversis triangulis rectangulis sunt sinus, ut latera opposita divisa per ba-

bases, sive directe ut latera, & reciproce ut bases, & ubi latera sunt æqualia, ut hic HS, PN, erunt reciproce ut bases.

306. Quamobrem in refractionibus, quæ hoc modo fiant motu libero per intervallum inter duo plana parallela, in quo vires paribus distantiis ab altero eorum pares sint, ratio sinus anguli incidentiæ, sive anguli, quem facit via ante incursum cum recta perpendiculari plano, ad sinum anguli refracti, quem facit via post egressum itidem cum verticali, est constans, quæcunque fuerit inclinatio in ingressu. Præterea vero habetur & illud, fore celeritates absolutas ante, & post in ratione reciproca eorum sinuum. Sunt enim ejusmodi velocitates ut H E, ON, quæ sunt reciproce ut illi sinus.

Ratio sinuum constans, & ratio velocitatum reciproca rationis sinuum.

307. Hæc quidem ad luminis refractiones explicandas viam sternunt, ac in Tertia Parte videbimus, quo pacto hypothesis hujusce theorematis applicetur particulis luminis. Sed interea considerabo vires mutuas, quibus in se invicem agant tres massæ, ubi habebuntur generalius ea, quæ pertinent etiam ad actiones trium punctorum, & quæ a num. 225, & 228 huc reservavimus. Porro si integræ vires alterius in alteram diriguntur ad ipsa centra gravitatis, referam hic ad se invicem vires ex integris compositas; sed etiam ubi vires aliam directionem habeant/quancunque; si singulæ resolvantur in duas, alteram, quæ se dirigat a centro ad centrum; alteram, quæ sit ipsi perpendicularis, vel in quocunque dato angulo obliqua; omnia in prioribus habebunt itidem locum.

Transitus ad Theorema, quod huic operi occasionem dedit.

308. Agant in se invicem in fig. 56 tres massæ, quarum centra gravitatis sint A, B, C, viribus mutuis ad ipsa centra directis, & considerentur inprimis directiones virium. Vis puncti C ex utraque CV, Cd attractiva erit Ce; ex utraque repulsiva CY, Ca, erit CZ, & utriusque directio saltem ad partes oppositas producta ingreditur triangulum, & secat illa angulum internum ACB, hæc ipsi ad verticem oppositum aCY. Vi CV attractiva in B, ac CY repulsiva ab A, habetur CX; & vi Cd attractiva in A, ac Ca repulsiva a B, habetur Cb, quarum utraque abit extra triangulum, & secat angulos ipsius externos. Primæ Ce, cum debeant respondere attractiones BP, AG, respondent cum attractionibus mutuis BN, AE, vires BO, AF, vel cum repulsionibus BR, AI, vires BQ, AH, ac tam priores binæ, quam posteriores, jacent ad eandem partem lateris AB, & vel ambæ ingrediuntur triangulum tendentes versus ipsum, vel ambæ extra ipsum etiam productæ abeunt, & tendunt ad partes oppositas directionis Ce respectu AB. Secundæ CZ debent respondere repulsiones BT, AL, quæ cum repulsionibus BR, AI, constituunt BS, AK, cum attractionibus BN, AE constituunt BM, AD, ac tam priores binæ, quam posteriores jacent ad eandem plagam respectu AB, & ambarum dire-

Consideratio directionis virium, quibus tres massæ in se mutuo agunt.

Fig. 56.

directiones vel productæ ex parte posteriore ingrediuntur triangulum, sed tendunt ad partes ipsi contrarias, ut CZ, vel extra triangulum utrinque abeunt ad partes oppositas directioni CZ respectu AB. Quod si habeatur CX, quam exponunt CV, CY, tum illi respondent BP, & AL, ac si prima conjungitur cum BN, jam habetur BO ingrediens triangulum; si BR, tum habetur quidem BQ, cadens etiam ipsa extra triangulum, ut cadit ipsa CX; sed secunda AL jungetur cum AI, & habebitur AK, quæ producta ad partes A ingredietur triangulum. Eodem autem argumento cum vi C*b* vel conjungitur AF ingrediens triangulum, vel BS, quæ producta ad B triangulum itidem ingreditur. Quamobrem semper aliqua ingreditur, & tum de reliquis binis redeunt, quæ dicta sunt in casu virium C*e*, CZ.

Theorema pertinens ad directiones virium. 309. Habetur igitur hoc theorema. *Quando tres massæ in se invicem agunt viribus directis ad centra gravitatis, vis composita saltem unius habet directionem, quæ saltem producta ad partes oppositas secat angulum internum trianguli, & ipsum ingreditur: reliquæ autem duæ vel simul ingrediuntur, vel simul evitant, & semper diriguntur ad eandem plagam respectu lateris jungentis earum duarum massarum centra; ac in primo casu vel omnes tres tendunt ad interiora trianguli jacendo in angulis internis, vel omnes tres ad exteriora in partes triangulo oppositas jacendo in angulis ad verticem oppositis; in secundo vero casu respectu lateris jungentis eas binas massas tendunt in plagas oppositas ei, in quam tendit vis illa prioris massæ.*

Theorema elegantius ad eas pertinens cum ejus demonstratione. 310. Sed est adhuc elegantius theorema, quod ad directionem pertinet, nimirum: *Omnium trium compositarum virium directiones utrinque productæ transeunt per idem punctum: & si id jaceat intra triangulum; vel omnes simul tendunt ad ipsum, vel omnes simul ad partes ipsi contrarias: si vero jaceat extra triangulum; binæ, quarum directiones non ingrediuntur triangulum, tendunt ad ipsum, ac tertia, cujus directio triangulum ingreditur, tendit ad partes ipsi contrarias; vel illæ binæ ad partes ipsi contrarias, & tertia ad ipsum.*

Prima pars, quod omnes transeant per idem punctum, sic demonstratur. In figura quavis a 57 ad 62, quæ omnes casus
Fig. 57. exhibent, vis pertinens ad C sit ea, quæ triangulum ingredi-
58. tur, ac reliquæ binæ HA, QB concurrant in D: oportet
· demonstrare, vim etiam, quæ pertinet ad C, dirigi ad D.
· Sint CV, C*d* vires componentes, ac ducta CD, ducatur
· VT parallela CA, occurrens CD in T; & si ostensum fue-
62. rit, ipsam fore æqualem C*d*; res erit perfecta: ducta enim *d*T remanebit CVT*d* parallelogrammum, per cujus diagonalem CT dirigetur vis composita ex CV, C*d*. Ejusmodi autem æqualitas demonstrabitur considerando rationem CV ad C*d* compositam ex quinque intermediis, CV ad BP, BP ad PQ, PQ, sive BR ad AI, AI, sive HG ad AG, AG ad

C*d*.

C*d*. Prima vocando A, B, C massas, quarum ea puncta sunt centra gravitatum, est ex actione, & reactione æqualibus ratio massæ B ad C: secunda *sin* PQB, sive ABD ad *sin* PBQ, sive CBD: tertia A ad B: quarta *sin* HAG, sive CAD ad *sin* GHA, sive BAD: quinta C ad A. Tres rationes, in quibus habentur massæ, componunt rationem $B \times A \times C$ ad $C \times B \times A$, quæ est 1 ad 1, & remanet ratio *sin* ABD × *sin* CAD ad *sin* CBD × *sin* BAD. Pro *sin* ABD, & *sin* BAD, ponantur AD, & BD ipsis proportionales; ac pro *sinu* CAD, & *sin* CBD ponantur $\frac{sin\, ACD \times CD}{AD}$, & $\frac{sin\, BCD \times CD}{BD}$, ipsis æquales ex Trigonometria, & habebitur ratio *sin* ACD × CD ad *sin* BCD × CD, sive *sin* ACD, vel CTV, qui ipsi æquatur ob VT, CA parallelas, ad *sin* BCD, sive VCT, nimirum ratio ejusdem illius CV ad VT. Quare VT æquatur C*d*, CVT*d* est parallelogrammum, & vis pertinens ad C, habet directionem itidem transeuntem per D.

Secunda pars patet ex iis, quæ demonstrata sunt de directione duarum virium, ubi tertia triangulum ingreditur, & sex casus, qui haberi possunt, exhibentur totidem figuris. In fig. 57, & 58 cadit D extra triangulum ultra basim AB, in 59, & 60 intra triangulum, in 61, & 62 extra triangulum citra verticem ad partes basi oppositas, ac in singulorum binariorum priore vis CT tendit versus basim, in posteriore ad partes ipsi oppositas. In iis omnibus demonstratio est communis juxta leges transformationis locorum geometricorum, quas diligenter exposui, & fusius persecutus sum in dissertatione adjecta meis *Sectionum Conicarum Elementis*, Elementorum tomo 3.

311. Quoniam evadentibus binis HA, QB parallelis, punctum D abit in infinitum, & tertia CT evadit parallela reliquis binis etiam ipsa juxta easdem leges; patet illud: *Si binæ ex ejusmodi directionibus fuerint parallelæ inter se; erit iisdem parallela & tertia: ac illa, quæ jacet inter directiones virium transeuntes per reliquas binas, quæ idcirco in eo casu appellari potest media, habebit directionem oppositam directionibus reliquarum conformibus inter se.* Corollarium pro casu directionum parallelarum.

312. Patet autem, datis binis directionibus virium, dari semper & tertiam. Si enim illæ sint parallelæ; erit illis parallela & tertia: si autem concurrant in aliquo puncto; tertiam determinabit recta ad idem punctum ducta: sed oportet, habeant illam conditionem, ut tam binæ, quæ triangulum non ingrediantur, quam quæ ingrediantur, vel simul tendant ad illud punctum, vel simul ad partes ipsi contrarias. Aliud generale tertiæ directionis datæ datis binis.

313. Hæc quidem pertinent ad directiones: nunc ipsas earum virium magnitudines inter se comparabimus, ubi statim occurret elegantissimum illud theorema, de quo mentionem feci num 225: *Vires acceleratrices binarum quarumvis e tribus massis in se mutuo agentibus sunt in ratione composita ex tribus*, Theorema præcipuum de magnitudine, quod toti Operi occasionem dedit.

nimirum ex directa sinuum angulorum, quos continet recta jungens ipsarum centra gravitatis cum rectis ductis ab iisdem centris ad centrum tertiæ massæ; reciproca sinuum angulorum, quos directiones ipsarum virium continent cum iisdem rectis illas jungentibus cum tertia; & reciproca massarum.

Ejus demonstratio expeditissima.

Nam est BQ ad AH assumptis terminis mediis BR, AI in ratione composita ex rationibus BQ, ad BR, & BR ad AI, & AI ad AH. Prima ratio est sinus QRB, sive CBA ad sinum BQR, sive PBQ, vel CBD: secunda massæ A ad massam B: tertia sinus IHA, sive HAG, vel CAD, ad sinum HIA, sive CAB: eæ rationes, permutato solo ordine antecedentium, & consequentium, sunt rationes sinus CBA ad sinum CAB, quæ est illa prima e rationibus propositis directa; sinus CAD ad sinum CBD, quæ est secunda reciproca: & massæ A ad massam B, quæ est tertia itidem reciproca. Eadem autem est prorsus demonstratio; si comparetur BQ, vel AH cum CT, ac in hac demonstratione, ut & alibi ubique, ubi de sinubus angulorum agitur, angulis quibusvis substitui possunt, uti sæpe est factum, & fiet imposterum, eorum complementa ad duos rectos, quæ eosdem habent sinus.

Corollarium simplex pro viribus ipsis.

314. Inde consequitur, *esse ejusmodi vires reciproce, ut massas ductas in suas distantias a tertia massa, & reciproce, ut sinus, quos earum directiones continent cum iisdem rectis; adeoque ubi eæ ad ejusmodi rectas inclinentur in angulis æqualibus, esse tantummodo reciproce, ut producta massarum per distantias a massa tertia.* Nam ratio directa sinuum CBA, CAB est eadem, ac distantiarum AC, BC, sive reciproca distantiarum BC, AC, qua substituta pro illa, habentur tres rationes reciprocæ, quas exprimit ipsum theorema hic propositum. Porro ubi anguli æquales sunt, sinus itidem sunt æquales, adeoque eorum sinuum ratio fit 1 ad 1.

Ratio virium motricium.

315. *Vires autem motrices sunt in ratione composita ex binis tantummodo, nimirum directa sinuum angulorum, quos continent distantiæ a tertia massa cum distantia a se invicem; & reciproca sinuum angulorum, quos continent cum iisdem distantiis directiones virium; vel in ratione composita ex reciproca illarum distantiarum, & reciproca horum posteriorum sinuum: ac si inclinationes ad distantias sint æquales, in sola ratione reciproca distantiarum.* Nam vires motrices sunt summæ omnium virium determinantium celeritatem in punctis omnibus secundum eam directionem, secundum quam movetur centrum gravitatis commune, quę idcirco sunt præterea directe, ut massæ, sive ut numeri punctorum; adeoque ratio directa, & reciproca massarum mutuo eliduntur.

Ratio virium acceleratricium, ubi eæ diriguntur ad aliquod commune punctum.

316. Præterea *vires acceleratrices, si alicubi earum directiones concurrunt, sunt ad se invicem in ratione composita ex reciproca massarum, & reciproca sinuum angulorum, quibus inclinantur ad directionem tertiæ; & vires motrices in hac posteriore*

riore tantum. Nam ob latera proportionalia sinubus angulorum oppositorum, erit AC × *sin* CAD = CD × *sin* CDA; & pariter CB × *sin* CBA = CD × *sin* CDB. Quare ob CD communem, sola ratio sinuum ADC, BDC, quibus directiones AD, BD inclinantur ad CD, æquatur compositæ ex rationibus sinuum CAD, CBD, & distantiarum CA, CB, quæ ingrediebantur rationem virium B, & A; ac eodem pacto AC × *sin* ACD = AD × *sin* ADC, & AB × *sin* ABD = AD × *sin* ADB, adeoque AC × *sin* ACD ad AB × *sin* ABD, ut sinus ADC ad sinum ADB, quibus directiones CD, BD inclinantur ad AD; & eadem est demonstratio pro sinubus ADB, EDB assumpto communi latere BD.

317. *Si ducatur* MO *parallela* DA, *occurrens* BD, CD *in* M, O, *& compleatur parallelogrammum* DMON; *erunt vires motrices in* C, B, A *ad se invicem, ut rectæ* DO, DM, DN, *& vires acceleratrices præterea in ratione massarum reciproca*. Est enim ex præcedenti vis motrix in C ad vim in B, ut *sin* BDA ad *sin* CDA, vel ob AD, OM parallelas, ut *sin* DMO ad *sin* DOM, nimirum ut DO ad DM, & simili argumento vis in C ad vim in A, ut DO ad DN. Vires autem motrices divisæ per massas evadunt acceleratrices. *Quamobrem si tres vires agerent in idem punctum cum directionibus, quas habent eæ vires motrices, & essent iis proportionales; binæ componerent vim oppositam, & æqualem tertiæ, ac essent in æquilibrio*. Id autem etiam directe patet: nam vires BQ, AH componuntur ex quatuor viribus BR, BP, AI, AG, quæ si ducantur in massas suas, ut fiant motrices; evadit prima æqualis, & contraria tertiæ, quam idcirco elidit, ubi deinde AH, BQ componantur simul, & in ejusmodi compositione remanent BP, AG, ex quarum oppositis, & æqualibus CV, C*d* componitur tertia CT. Alia expressio tam virium motricium, quam acceleratricium in eodem casu.

318. Hinc in hisce viribus motricibus habebuntur omnia, quæ habentur in compositione virium; dummodo capiatur compositæ contraria. Si nimirum resolvantur singulæ componentes in duas, alteram secundum directionem tertiæ, alteram ipsi perpendicularem, hæ posteriores elidentur, illæ priores conficient summam æqualem tertiæ, ubi ambæ eandem directionem habent, uti sunt binæ, quæ simul ingrediantur, vel simul evitent triangulum; nam in iis, quarum altera ingreditur, altera evitat, tertia æquaretur differentiæ; & facile tam hic, quam in ratione composita, res traducitur ad resolutionem in aliam quamcunque directionem datam, præter directionem tertiæ, binis semper elisis, & reliquarum accepta summa; si rite habeatur ratio positivorum, & negativorum. Hic debere haberi ea, quæ habentur in compositione, & resolutione virium.

319. Est & illud utile: *tres vires motrices in* C, B, A *sunt inter se, ut* $\frac{AB \times ED}{AD \times BD}$, $\frac{AE}{AD}$, $\frac{BE}{BD}$, *& acceleratrices præterea* Alia expressio rationum earundem virium.

in ratione reciproca massarum. Nam ex Trigonometria est $\frac{AB}{BD} = \frac{\mathit{sin}\,ADB}{\mathit{sin}\,BAD}$, & $\frac{AE}{ED} = \frac{\mathit{sin}\,ADE}{\mathit{sin}\,EAD}$. Quare cum divisor *sin* BAD, & *sin* EAD sit communis; erit *sin* ADB ad *sin* ADE, ut $\frac{AB}{BD}$ ad $\frac{AE}{ED}$, vel, ducendo utrunque terminum in $\frac{ED}{AD}$, ut $\frac{AB \times ED}{AD \times BD}$ ad $\frac{AE}{AD}$. Simili autem argumento est itidem *sin* BDA . *sin* BDE :: $\frac{AB \times ED}{AD \times BD}$. $\frac{BE}{BD}$; ex quo patent omnia.

Expressio simplicior pro casu parallelismi.

320. Si punctum D abeat in infinitum, directionibus virium evadentibus parallelis; ratio rectarum ED, AD, BD, ad se invicem evadit ratio æqualitatis. Quare in eo casu illæ tres vires sunt ut AB, AE, EB, in quibus prima æquatur summæ reliquarum. Concipiantur rectæ parallelæ directioni virium ductæ per omnium trium massarum centra gravitatis, quarum massarum eam, quæ jacuerit inter reliquarum binarum parallelas, diximus mediam: ac si ducantur in quavis alia directione data rectæ ab iis massis ad illas parallelas; erunt ejusmodi distantiæ ab iis parallelis, ut ipsæ AB, EB, ad quas erunt singulæ in ratione data, ob datas directiones. Quare pro viribus parallelis habetur hujusmodi theorema: *Vires parallelæ motrices binarum quarunvis ex tribus massis sunt inter se reciproce ut distantiæ a directione communi transeunte per tertiam: vires autem acceleratrices præterea in ratione reciproca massarum, & media est directionis contrariæ respectu reliquarum, ac vis media motrix æquatur reliquarum summæ, utralibet vero extrema differentiæ.*

Applicatio rationum superiorum ad centrum æquilibrii.

321. Hoc theorema primo quidem exhibet centrum æquilibrii, viribus utcunque divergentibus, vel convergentibus. Si nimirum sint tres massæ A, B, C (& nomine massarum etiam intelligi possunt singula puncta), quarum binæ, ut A, & B, solicitentur viribus motricibus externis; poterunt mutuis viribus illas elidere, ac esse in æquilibrio, & eas elident omnino, mutatis, quantum libuerit, parum mutuis distantiis; si fuerint ante applicationem earum virium externarum in satis validis limitibus cohæsionis, ac vis massæ C elidatur fulcro opposito in directione DC, vel suspensione contraria: dummodo binæ illæ vires ductæ in massas habeant conditiones requisitas in superioribus, ut nimirum ambæ tendant ad idem punctum, vel ab eodem, aut si fuerint parallelæ, ambæ eandem directionem habeant, ubi simul ambæ ingrediantur, vel simul ambæ evitent triangulum ABC: ubi vero altera ingrediatur triangulum, altera evitet, tendat altera ad punctum concursus, altera ad partes illi oppositas: vel si fuerint parallelæ, habeant directiones opposi-

oppositas: & si parallelæ fuerint; sint inter se, ut distantiæ a directione virium transeunte per C; si fuerint convergentes, sint reciproce, ut sinus angulorum, quos earum directiones continent cum recta ex C tendente ad earum concursum, vel sint in ratione reciproca sinuum angulorum, quos continent cum rectis AC, BC, & ipsarum rectarum conjunctim.

322. Determinabitur autem admodum facile per ipsa theoremata etiam vis, quam sustinebit fulcrum C, quæ in casu parallelismi æquabitur summæ, vel differentiæ reliquarum, prout ibi fuerit media, vel extrema: & in casibus reliquis omnibus æquabitur summæ pariter, vel differentiæ reliquarum ad suam directionem reductarum, reliquis binis in resolutione priorum sociis se per contrariam directionem, & æqualitatem elidentibus. Determinatio vis, quam fulcrum sustinet.

323. Habebitur igitur, quidquid pertinet ad æquilibrium virium agentium in eodem plano, & connexarum non per virgas inflexiles carentes omni vi præter cohæsionem, uti eas vulgo concipiunt, sed hisce viribus mutuis. Et Theoria quidem habebit locum tum hic, tum in sequentibus; licet massæ A, B, C non agant in se invicem immediate, sed sint aliæ massæ intermediæ, quæ ipsas jungant. Nam si inter massam B, & C sint aliæ massæ nullis externis viribus agitatæ, & positæ in æquilibrio cum hisce massis, & inter se, ac prima, quæ venit post B, agat in ipsam vi motrice æquali BP, aget & B in ipsam vi æquali: quare debebit illa ad servandum æquilibrium urgeri a secunda, quæ est post ipsam, vi æquali in partes contrarias. Hinc æquali contraria aget tertia in secundam, ut secunda in æquilibrio sit, & ita porro, donec deveniatur ad C, ubi habebitur vis motrix æqualis motrici, quæ erat in B, & erunt vires BP, CV acceleratrices in ratione reciproca massarum B, & C, cum vires illæ motrices æquales sint producta ex acceleratricibus ductis in massas. At si circumquaque sint massæ quotcunque cum vacuis quibuscunque, ac ubicunque interjectis, quæ connectantur cum punctis A, B, C, affectis illis tribus viribus externis, quarum una concipitur provenire a fulcro, una solet appellari potentia, & una resistentia, ac vires illæ externæ QB, HA concipiantur resolutæ singulæ in binas agentes secundum eas rectas, quæ illa tria puncta conjungunt; poterit elisis mutuo reliquis omnibus æquilibrium constituentibus deveniri ad vires in punctis binis, ut A, & C, acceleratrices contrarias viribus BP, BR, & reciproce proportionales massis ipsarum respectu massæ B; licet ipsæ proveniant a massis quibusvis etiam non in eadem directione sitis, & agentibus in latus: nam per ejusmodi resolutionem, & ejusmodi virium considerationem, adhuc habetur æquilibrium totius systematis affecti in illis tribus punctis per illas tres vires, cum assumantur in iis tantummodo vires motrices contrariæ, & æquales: unde fit, ut etiam illæ, quæ præterea ad has in illis considerandas assumuntur, & per quas connectuntur cum reliquis massis, se mutuo elidant. Consideratio massarum etiam intermediarum, quæ connectant massas viribus externis præditas, & positas in æquilibrio.

Qui motus, ubi non habeatur æquilibrium.

324. Quod si vires ejusmodi non fuerint in ea ratione inter se; non poterunt puncta B, & A esse in æquilibrio, sed consequetur motus secundum directionem ejus, quæ prævalet: ac si omnis motus puncti C fuerit impeditus; habebitur conversio circa ipsum C.

Extensio ad æquilibrium quotcunque massarum, & inde principium generale pro machinis, & ratio momentorum.

325. Quod si non in tribus tantummodo massis habeantur vires externæ, sed in pluribus; licebit considerare quamvis aliam massam carentem omni externa vi, & eam concipere connexam cum singulis reliquarum massis, & massa C per vires mutuas, ac habebitur itidem Theoria pro æquilibrio omnium, cum positione omnium constanter servata etiam sine ulla figuræ mutatione, quæ sensu percipi possit. Quin immo si singulæ vires illæ externæ resolvantur in duas, quarum altera urgeat in directione rectæ transeuntis per C, ac elidatur vi proveniente a solo puncto C, & altera agat perpendiculariter ad ipsam, ut habeatur æquilibrium in singulis ternariis; oportebit esse singulas vires novæ massæ assumptæ ad vim ejus, cum qua conjungitur, in ratione reciproca distantiarum ipsarum massarum a C; cum jam sinus anguli recti ubique sit idem. Debebunt autem omnes vires, quæ in massam assumptam agunt directionibus contrariis, se mutuo elidere ad habendum æquilibrium. Quare debebit summa omnium productorum earum virium, quæ urgent conversionem in unam plagam, per ipsarum distantias a centro conversionis, æquari summæ productorum earum, quæ urgent in plagam oppositam, per distantias ipsarum, ut habeatur æquilibrium: cumque arcus circulares in ea conversione descripti dato tempusculo sint illis distantiis proportionales, & proportionales sint ipsis arcubus velocitates; debebunt singularum virium agentium in unam plagam producta per velocitates, quas haberent puncta, quibus applicantur secundum suam directionem, si vincerentur, vel contra, si vincerent, simul sumpta æquari summæ ejusmodi productorum agentium in plagam oppositam. Atque inde habetur principium pro machinis & simplicibus, & compositis, ac notio illius, quod appellant momentum virium, deducta ex eadem Theoria.

Applicatio ad omnia vectium genera.

326. Casus trium tantummodo massarum exhibet vectem, cujus brachia sint utcunque inflexa. Quod si tres massæ jaceant in directum, efformabunt rectilineum vectem, qui quidem applicatis viribus inflectetur semper nonnihil, ut & in superioribus casibus semper non nihil a priore positione discedet systema novis viribus externis affectum; sed is discessus poterit esse utcunque exiguus, ut supra monui: si limites sint satis validi; adeoque poterit adhuc vectis esse ad sensum rectilineus. Tum vero vires externæ debebunt esse unius directionis, & contrariæ directioni vis mediæ, & binæ quævis ex iis erunt ad se invicem reciproce, ut distantiæ a tertia. Inde autem oriuntur tria genera vectium: si fulcrum, vel hypomochlium, sit in medio in E, vis in altero extremo A,

resisten-

resistentia in altero B; vis ad resistentiam est, ut BE, distantia resistentiæ a fulcro, ad AE distantiam vis ab eodem: fulcrum autem sentiet summam virium. Et quod de hoc vectis genere dicitur, id omne ad libram pariter pertinet, quæ ad hoc ipsum vectis genus reducitur. Si fulcrum sit in altero extremo, ut in B, vis in altero, ut in A, & resistentia in medio, ut in E; vis ad resistentiam erit in ratione distantiæ EB ad distantiam majorem AB, cujus idcirco momentum, seu energia, augetur in ratione suæ distantiæ AB ad EB, ut nimirum possit tanto majori resistentiæ æquivalere. Si demum fuerit quidem fulcrum in altero extremo B, & resistentia in A, vis prior in E; tum e contrario erit resistentia ad vim in majore ratione AB ad EB, decrescente tantundem hujus energia, seu momento. In utroque autem casu fulcrum sentiet differentiam virium.

327. Quod si perticæ utcunque inclinatæ applicetur pondus in aliquo puncto E, & bini humeros supponant in A, & B, sentient ponderis partes inæquales in ratione reciproca distantiarum ab ipso; & si e contrario bina pondera suspendantur in A, & B utcunque inæqualia, assumpto autem puncto E, cujus distantiæ a punctis A, & B sint in ratione reciproca ipsorum ponderum, adeoque massarum, quibus pondera proportionalia sunt, quod idcirco erit centrum gravitatis: suspensa per id punctum pertica, vel supposito fulcro, habebitur æquilibrium, & in E habebitur vis æqualis summæ ponderum. Quin immo si pertica sit utcunque inflexa, & pendeant in A, & B pondera; suspendatur autem ipsa pertica per C ita, ut directio verticalis transeat per centrum gravitatis; habebitur æquilibrium, & ibi sentietur vis æqualis summæ ponderum, cum ob naturam centri gravitatis debeant esse singula pondera, seu massæ ductæ in suas perpendiculares distantias a linea verticali, quam etiam vocant lineam directionis, hinc, & inde æqualia. Nam vires ponderum sunt parallelæ, & in iis juxta num. 320 satis est ad æquilibrium, si vires motrices sint reciproce proportionales distantiis a directione virium transeunte per tertium punctum: sentietur autem in suspensione vis æqualis summæ ponderum. Atque inde fluit, quidquid vulgo traditur de æquilibrio solidorum, ubi linea directionis transit per basim, sive fulcrum, vel per punctum suspensionis, & simul illud apparet, cur in iis casibus haberi possit tota massa tanquam collecta in suo centro gravitatis, & habeatur æquilibrium impedito ejus descensu tantummodo. Gravitas omnium punctorum non applicatur ad centrum gravitatis, nec ibi ipsa agit per sese; sed ejusmodi esse debent distantiæ punctorum totius systematis, ut inter fulcrum, & punctum ipsi imminens habeatur vis quædam æqualis summæ virium omnium parallelarum, & directa ad partes oppositas directionibus illarum.

Consectaria doctrinæ de vectibus, & principium pro statera: cur totum pondus consideretur, ut collectum in centro gravitatis.

328. At

Theoriam exhibere egregie itidem centrum oscillationis. Quid ipsum sit.

328. At non minus feliciter ex eadem Theoria, & ex eodem illo theoremate, fluit determinatio centri oscillationis. Pendula breviora citius oscillant, remotiora lentius. Quare ubi connexa sunt inter se plura pondera, aliud propius axi oscillationis, aliud remotius ab ipso, oscillatio neque fiet tam cito, quam requirunt propiora, neque tam lente, quam remotiora, sed actio mutua debebit accelerare hæc, retardare illa. Erit autem aliquod punctum, quod nec accelerabitur, nec retardabitur, sed oscillabit, tanquam si esset solum. Illud dicitur centrum oscillationis. Determinatio illius ab Hugenio primum est facta, sed precario, & non demonstrato principio: tum alii alias itidem obliquas inierunt vias, ac præcipuas quasque methodos huc usque notas persecutus sum in Supplementis Stayanis § 4 lib. 3. En autem ejus determinationem simplicissimam ope ejusdem theorematis numeri 313.

Præparatio ad solutionem problematis quærentis ipsum centrum.

Fig. 63.

329. Sint plures massæ, quarum una A in fig. 63, mutuis viribus singulæ connexæ cum P, cujus motus sit impeditus suspensione, vel fulcro, & cum massa Q jacente in quavis recta PQ, cujus massæ Q motus a mutuo nexu nihil turbetur, quæ nimirum sit in centro oscillationis. Porro hic cum massas pono in punctis spatii A, P, Q, intelligo vel puncta singula, vel quævis aggregata punctorum, quæ concipiantur, ut compenetrata in iis punctis. Velocitati jam acquisitæ in descensu nihil obstabit is nexus, cum ea sit proportionalis distantiæ a puncto suspensionis P, nisi quatenus per eum nexum retrahentur omnes massæ a recta tangente ad arcum circuli, sustinente puncto ipso suspensionis juxta num. 282 vim mutuam respondentem iis omnibus viribus centrifugis. Resoluta gravitate in duas partes, quarum altera agat secundum rectam, quæ jungit massam cum P, altera sit ipsi perpendicularis, idem punctum P sustinebit etiam priorem illam, posterior autem determinabit massas ad motus AN, QM, perpendiculares ipsis AP, QP, ac proportionales per num. 301 sinubus angulorum APR, QPR, existente PR verticali. Sed nexus coget describere arcus similes, adeoque proportionales distantiis a P. Quare si sit AO spatium, quod vi gravitatis obliquæ, sed ex parte impeditæ a nexu, revera percurrat massa A; quoniam Q non turbatur, adeoque percurrit totum suum spatium QM; erit QM ad AO, ut QP ad AP. Demum actio ex A in Q ad actionem ex Q in A proportionalem ON, erit ex theoremate numeri 314 ut est $Q \times QP$ ad $A \times AP$, & omnes ejusmodi actiones ab omnibus massis in Q debebunt evanescere, positivis, & negativis valoribus se mutuo elidentibus. Ex illis tribus proportionibus, & hac æqualitate res omnis sic facillime expeditur.

330. Dicatur $QM = V$, sinus $APR = a$, sinus $QPR = q$.

Erit ex prima proportione $q : a :: QM = V : AN = \frac{a}{q} \times V$.

Ex

Ex ſecunda QP . AP :: QM = V . AO = $\frac{AP}{QP} \times V$. Quare ON = $\left(\frac{a}{q} - \frac{AP}{QP}\right) \times V$. Sed ex tertia Q × QP . A × AP :: ON = $\left(\frac{a}{q} - \frac{AP}{QP}\right) \times V . \left(\frac{a \times A \times AP}{q} - \frac{A \times AP^2}{QP}\right) \times \frac{V}{Q \times QP}$, quæ erit actio in Q ex nexu cum A. Ac eodem pacto ſi eſſet alibi alia maſſa B itidem connexa cum P, & Q, actio in Q inde orta haberetur, poſitis B, b loco A, a; & ita porro in quibuſquis maſſis C, D &c. Omnes autem iſti valores poſiti = 0, dividi poſſent per $\frac{V}{Q \times QP}$, utique commune omnibus, & deberent e valoribus concluſis intra parentheſes ii, qui ſunt poſitivi, æquales eſſe negativis. Quare habebitur

$$\frac{a \times A \times AP + b \times B \times BP}{q} = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c}{QP},$$

& inde $QP = q \times \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c.}{a \times A \times AP + b \times B \times BP \&c.}$

331. Sint jam primo omnes maſſæ in eadem recta linea cum puncto ſuſpenſionis P, & cum centro oſcillationis Q; & angulus QPR æquabitur cuivis ex angulis APR, ac ejus ſinus q ſingulis ſinubus a, b &c. Quare pro eo caſu formula evadit $\frac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c.}{A \times AP + B \times BP \&c.}$, quæ eſt ipſa formula Hugeniana pro ponderibus jacentibus in recta tranſeunte per centrum ſuſpenſionis. Evolutio caſus ponderum jacentium in eadem recta cum puncto ſuſpenſionis.

332. Quod ſi jaceant extra ejuſmodi rectam in plano POR perpendiculari ad axem rotationis tranſeuntem per P; ſit G centrum commune gravitatis omnium maſſarum, ducanturque perpendicula AA', GG', QQ' ad PR, & erit ut radius = 1 ad a, ita AP ad AA' = $a \times$ AP; & eodem pacto QQ' = $q \times$ QP, GG' = $g \times$ GP. Subſtitutis AA' pro $a \times$ AP, & eodem pacto BB' (quam Figura non exprimit) pro $b \times$ BP &c., evadet $QP = q \times \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c.}{A \times AA' + B \times BB' \&c.}$ Sed ſi ſumma maſſarum dicatur M, eſt per num. 245 ex natura centri gravitatis A × AA' + B × BB' &c. = M × GG' = M × g × GP. Habebitur igitur valor QP radii nihil turbati in ea inclinatione $\frac{q}{g} \times \frac{A \times AP^2 + AB \times BP^2}{M \times GP}$.

Initium applicationis ad oscillationes in latus ponderum jacentium in eodem plano.

333. Is valor erit variabilis pro varia inclinatione ob valores sinuum q, & g variatos, nisi QP transeat per G, quo casu fit $q = g$; & quidem ubi G accedit in infinitum ad PR, decrescente g in infinitum, si PQ non transeat per G, manente finito q, valor $\frac{q}{g}$ excrescit in infinitum; contra vero appellente QP ad PR, evadit $q = o$, & g remanet aliquid, adeoque $\frac{q}{g}$ evanescit. Id vero accidit, quia in appulsu G ad verticalem totum systema vim acceleratricem in infinitum imminuit, & lentissime acceleratur; adeoque ut radius PQ adhuc obliquus sit ipsi in ea particula oscillationis infinitesima isochronus, nimirum æque parum acceleratus, debet in infinitum produci. Contra vero appellente PQ ad PR ipsius acceleratio minima esse debet, dum adhuc acceleratio radii PG obliqui est in immensum major, quam ipsa; adeoque brevitate sua ipse radius compensare debet accelerationis imminutionem.

Finis ejusdem cum formula generali.

334. Quare ut habeatur pendulum simplex constantis longitudinis, & in quacunque inclinatione isochronum composito, debet radius PQ ita assumi, ut transeat per centrum gravitatis G, quo unico casu fit constanter $q = g$, & formula evadit constans $QP = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{M \times GP}$ &c, quæ est formula generalis pro oscillationibus in latus massarum quotcumque, & quomodocunque collocatarum in eodem plano perpendiculari ad axem rotationis, qui casus generaliter continet casum massarum jacentium in eadem recta transeunte per punctum suspensionis, quem prius eruimus.

Corollarium pro positione centri oscillationis, & gravitatis ex eadem parte a puncto suspensionis.

335. Inde autem pro hujusmodi casibus plura corollaria deducuntur. Inprimis patet: *gravitatis centrum debere jacere in recta, quæ a centro suspensionis ducitur per centrum oscillationis*, uti demonstratum est num. 334. Sed & *debet jacere ad eandem partem cum ipso centro oscillationis*. Nam utcumque mutetur situs massarum per illud planum, manentibus puncto suspensionis P, & centro gravitatis G, signum valoris quadrati cujusvis AP, BP manebit semper idem. Quare formula valoris sui signum mutare non poterit; adeoque si in uno aliquo casu jaceat Q respectu P ad eandem plagam, ad quam jacet G; debebit jacere semper. Jacet autem ad eandem plagam in casu, in quo concipiatur, omnes massas abire in ipsum centrum gravitatis, quo casu pendulum evadit simplex, & centrum oscillationis cadit in ipsum centrum gravitatis, in quo sunt massæ. Jacebit igitur semper ad eandem partem cum G.

336.

336. Deinde *debet centrum gravitatis jacere inter punctum suspensionis, & centrum oscillationis*. Sint enim in fig. 64 puncta A, P, G, Q eadem, ac in fig. 63, ducanturque AG, AQ, & Aa perpendicularis ad PQ; summa autem omnium massarum ductarum in suas distantias a recta quapiam, vel plano, vel in earum quadrata, designetur præfixa litera f soli termino pertinente ad massam A, ut contractiores evadant demonstrationes. Erit ex formula inventa $PQ = \frac{f.A \times AP^2}{M \times GP}$. Porro est $AG^2 = AP^2 + GP^2 - 2GP \times Pa$, adeoque $AP^2 = AG^2 - GP^2 + 2GP \times Pa$, & $f.A \times GP^2$ est $M \times GP^2$, ob GP constantem; ac $f.A \times Pa$ est $= M \times GP$, cum Pa sit æqualis distantiæ massæ a plano perpendiculari rectæ QP transeunte per P, & eorum productorum summa æquetur distantiæ centri gravitatis ductæ in summam massarum; adeoque $f.A \times 2GP \times Pa$ erit $= 2M \times GP^2$. Quare $\frac{f.A \times AP^2}{M \times GP}$ erit $= \frac{f.A \times AG^2 - M \times GP^2 + 2M \times GP^2}{M \times GP} = \frac{f.A \times AG^2}{M \times GP}$ $+ GP$. Erit igitur PQ major, quam PG, excessu $GQ = \frac{f.A \times AG^2}{M \times GP}$

Centrum gravitatis debere esse inter bina reliqua ex iis punctis.

Fig. 64.

337. Ex illo excessu facile constat, mutato utcunque puncto suspensionis, rectangulum sub binis distantiis centri gravitatis ab ipso, & a centro oscillationis fore constans. Cum enim sit $QG = \frac{f.A \times AG^2}{M \times GP}$, erit $GQ \times GP = \frac{f.A \times AG^2}{M}$, quod productum est constans, & habetur hujusmodi elegans theorema: *singulæ massæ ducantur in quadrata suarum distantiarum a centro gravitatis communi, & dividatur omnium ejusmodi productorum summa per summam massarum, ac habebitur productum sub binis distantiis centri gravitatis a centro suspensionis, & a centro oscillationis*.

Valor constans producti ex binis distantiis centri gravitatis ab iisdem.

338. Inde autem primo eruitur illud: *manente puncto suspensionis, & centro gravitatis, debere etiam centrum oscillationis manere nihil mutatum; utcunque totum systema, servata respectiva omnium massarum distantia, & positione ad se invicem convertatur intra idem planum circa ipsum gravitatis centrum*; nam illa GP inventa eo pacto pendet tantummodo a distantiis, quas singulæ massæ habent a centro gravitatis.

Manente puncto suspensionis & centro gravitatis, manere centrum oscillationis.

339. Sed & illud sponte consequitur: *centrum oscillationis, & centrum suspensionis reciprocari ita, ut, si fiat suspensio per id punctum, quod fuerat centrum oscillationis; evadat oscillationis cen-*

Centrum oscillationis, & punctum suspensionis reciprocari.

centrum illud, quod fuerat punctum suspensionis; & alterius distantia a centro gravitatis mutata, mutetur & alterius distantia in eadem ratione reciproca. Cum enim earum distantiarum rectangulum debeat esse constans; si pro secunda ponatur valor, quem habuerat prima; debet pro prima obvenire valor, quem habuerat secunda, & altera debet æquari quantitati constanti divisæ per alteram.

Altera ex iis distantiis evanescente, abire alteram in infinitum.

340. Consequitur etiam illud: *Altera ex iis binis distantiis evanescente, abibit altera in infinitum, nisi omnes massæ in unico puncto sint simul compenetratæ.* Nam sine ejusmodi compenetratione summa omnium productorum ex massis, & quadratis distantiarum a centro gravitatis, remanet semper finita quantitas: adeoque remanet finita etiam, si dividatur per summam massarum, & quotus, manente diviso finito, crescit in infinitum; si divisor in infinitum decrescat.

Suspensione facta per centrum gravitatis, nullum haberi motum.

341. Hinc vero iterum deducitur: *Suspensione facta per ipsum centrum gravitatis nullum motum consequi.* Evanescit enim in eo casu distantia centri gravitatis a puncto suspensionis, adeoque distantia centri oscillationis crescit in infinitum, & celeritas oscillationis evadit nulla.

Quæ distantia centri oscillationis omnium minima pro data positione mutua massarum datarum; maximam haberi nullam.

342. Quoniam utraque distantia simul evanescere non potest, potest autem centrum oscillationis abire in infinitum; nulla erit maxima e longitudinibus penduli simplicis isochroni pendulo facto per suspensionem dati systematis; sed aliqua debet esse minima, suspensione quadam inducente omnium celerrimam dati systematis oscillationem. Ea vero minima debet esse, ubi illæ binæ distantiæ æquantur inter se: ibi enim evadit minima earum summa, ubi altera crescente, & altera decrescente, incrementa prius minora decrementis, incipiunt esse majora, adeoque ubi ea æquantur inter se. Quoniam autem illæ binæ distantiæ mutantur in eadem ratione, utut reciproca; incrementum alterius infinitesimum erit ad alterius decrementum in ratione ipsarum, nec ea æquari poterunt inter se, nisi ubi ipsæ distantiæ inter se æquales fiant. Tum vero illarum productum evadit utriuslibet quadratum, & longitudo penduli simplicis isochroni æquatur eorum summæ; ac proinde habetur hujusmodi theorema: *Singulæ massæ ducantur in quadrata suarum distantiarum a centro gravitatis, ac productorum summa dividatur per summam massarum: & dupla radix quadrata quoti exhibebit minimam penduli simplicis isochroni longitudinem.* Vel Geometrice sic: *Pro quavis massa capiatur recta, quæ ad distantiam cujusvis massæ a centro gravitatis sit in ratione subduplicata ejusdem massæ ad massarum summam: inveniatur recta, cujus quadratum æquetur quadratis omnium ejusmodi rectarum simul: & ipsius duplum dabit quæsitam longitudinem mediam, quæ brevissimam præstet oscillationem.*

Superiora habere locum tantummodo, ubi

343. Hæc quidem omnia locum habent, ubi omnes massæ sint in unico plano perpendiculari ad axem rotationis, ut nimirum

mirum ſingulæ maſſæ poſſint connecti cum puncto ſuſpenſionis, & centro oſcillationis. At ubi in diverſis ſunt planis, vel in plano non perpendiculari ad axem rotationis, oportet ſingulas maſſas connectere cum binis punctis axis, & cum centro oſcillationis, ubi jam occurrit ſyſtema quatuor maſſarum in ſe mutuo agentium (*q*); & relatio virium, quæ in latus agant extra planum, in quo tres e maſſis jaceant, quæ perquiſitio eſt operoſior, ſed multo fœcundior, & ad problemata plurima rite ſolvenda magni uſus; ſed quæ hucuſque protuli, ſpeciminis loco abunde ſunt; mirum enim, quo in hujuſmodi Theoria promovenda, & ad Mechanicam applicanda progredi liceat. Sic etiam in determinando centro percuſſionis, virgam tantummodo rectilineam conſiderabo, ſpeciminis loco futuram, ſive maſſas in eadem recta linea ſitas, & mutuis actionibus inter ſe connexas.

omnes maſſæ ſint in eodem plano perpendiculari ad axem rotationis: tranſitus ad centrum percuſſionis.

344. Sint in fig. 65 maſſæ A, B, C, D connexæ inter ſe in recta quadam, quæ concipiatur revoluta circa punctum P in ea ſitum, & quæratur in eadem recta punctum quoddam Q, cujus motu impedito debeat impediri omnis motus earumdem maſſarum per mutuas actiones; quod punctum appellatur *centrum percuſſionis*. Quoniam ſyſtema totum gyrat circa P, ſingulæ maſſæ habebunt velocitates A*a*, B*b* &c proportionales diſtantiis a puncto P, adeoque ſingularum motus, qui per mutuas vires motrices extingui debent, poterunt exprimi per A×AP, B×BP &c. Quare vires motrices in iis debebunt eſſe proportionales iis motibus. Concipiantur ſingulæ connexæ cum punctis P, & Q, & quoniam velocitas puncti P erat nulla; ibi omnium actionum ſumma debebit eſſe = *o*: ſumma autem earum, quæ habentur in Q, elidetur a vi externa percuſſionem ſuſtinente.

Præparatio ad inveniendum centrum percuſſionis maſſarum jacentium in eadem recta.

Fig. 65.

345. Quoniam actiones debent eſſe perpendiculares eidem rectæ jungenti maſſas, erit per theorema numeri 314, ut PQ ad AQ, ita actio in A = A × AP, ad actionem in P = $\frac{A \times AP \times AQ}{PQ}$, ſive ob AQ = PQ − AP, erit ea actio A×

Calculus cum ejus determinatione.

(q) *Syſtema binarum maſſarum cum binis punctis connexarum, & inter ſe, ſed adhuc in eodem plano jacentium, perſecutus fueram ante aliquot annos; quod ſibi a me communicatum exhibuit in ſua* Synopſi Phyſicæ Generalis *P. Benvenutus, ut ibidem ipſe innuit. Id inde excerptum habetur hic in Supplementis* §. 5.

Habetur autem poſt idem ſupplementum & Epiſtola, quam delatus Florentiam ſcripſi ad P. Scherfferum, dum hoc ipſum opus relictum Viennæ ante tres menſes jam ibidem imprimeretur, quæ quidem adjecta eſt in ipſa prima editione in fine operis. Ibi & theoriam trium maſſarum extendi ad caſum maſſarum quatuor ita; ut inde generaliter deduci poſſit & æquilibrium, & centrum oſcillationis, & centrum percuſſionis, pro maſſis quotcunque, & utcunque diſpoſitis.

$\frac{A \times AP \times PQ - A \times AP^2}{PQ}$. Eodem pacto actio in P ex nexu cum B erit $\frac{B \times BP \times PQ - B \times PB^2}{PQ}$, & ita porro. Iis omnibus positis $= o$, divisor communis PQ abit, & omnia positiva æquantur negativis. Erit igitur $A \times AP \times PQ + B \times BP \times PQ$ &c $= A \times AP^2 + B \times BP^2$ &c; quare $PQ = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c.}{A \times AP + B \times BP \&c.}$, quæ formula est eadem, ac formula centri oscillationis, ac habetur hujusmodi theorema: *Distantia centri percussionis a puncto conversionis æquatur distantiæ centri oscillationis a puncto suspensionis*; adeoque hic locum habent in hoc casu, quæcunque de centro oscillationis superius dicta sunt.

Determinatio vis percussionis in ipso centro.

346. Quod si quis quærat vim percussionis in Q, hic habebit QP. AP :: $A \times AP$. $\frac{A \times AP^2}{PQ}$, quæ erit vis in Q ex nexu cum A. Eodem pacto invenientur vires ex reliquis: adeoque summa virium erit $\frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{PQ}$ &c, sive ob $PQ = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{A \times AP + B \times BP \&c.}$, summa illa erit $A \times AP + B \times BP$ &c; nimirum ejusmodi vis erit æqualis summæ virium, quæ requiruntur ad sistendos omnes motus massarum A, B &c cum illis diversis velocitatibus progredientium, videlicet ejusmodi, quæ in massa percussionem excipiente possit producere quantitatem motus æqualem toti motui, qui sistitur in massis omnibus, quod congruit cum lege actionis, & reactionis æqualium, & cum conservatione ejusdem quantitatis motus in eandem plagam, de quibus egimus num. 265, & 264.

Omitti hic multa, quæ ad hanc Theoriam pertinerent, ad quam pertinet universa Mechanica.

347. Haberent hic locum alia sane multa, quæ pertinent ad summas virium, quibus agunt massæ, compositarum e viribus, quibus agunt puncta, vel a Newtono, vel ab aliis demonstrata, & magni usus in Mechanica, & Physica: hujusmodi sunt ea omnia, quæ Newtonus habet sectione 12, & 13 libri 1 Princip. de attractionibus corporum sphæricorum, & non sphæricorum, quæ componantur ex attractionibus particularum; ubi habentur præclarissima theoremata tam pro viribus quibuscunque generaliter, quam pro certis virium legibus, ut illud, quod pertinet ad rationem reciprocam duplicatam distantiarum, in qua globus globum trahit, tanquam si omnis materia esset compenetrata in centris eorundem; punctum intra or-

orbem sphæricum, vel ellipticum vacuum nullas vires sentit, elisis contrariis; intra globos plenos punctum habet vim directe proportionalem distantiæ a centro; unde fit, ut in particulis exiguis ejusmodi vires fere evanescant, & ad hoc, ut vires adhuc etiam in iis sint admodum sensibiles, debeant decrescere in ratione multo majore, quam reciproca duplicata distantiarum. Hujusmodi etiam sunt, quæ Mac-Laurinus tradidit de sphæroide elliptico potissimum, quæ Clairautius de attractionibus pro tubulis capillaribus, quæ D'Alembertus, Eulerus, aliique pluribus in locis persecuti sunt; quin omnis Mechanica, quæ agit vel de æquilibrio, vel de motibus, seclusa omni impulsione, huc pertinet, & ad diversos arcus reduci potest curvæ nostræ, qui possunt esse quantumlibet multi, habere quascunque amplitudines, sive distantias limitum, & areas, quæ sint inter se in ratione quacunque, ac ad curvas quascunque ibi accedere, quantum libuerit; sed res in immensum abiret, & satis est, ea omnia innuisse.

Pressio fluidorum si puncta sint in recta verticali.

Fig. 66.

348. Addam nonnulla tantummodo, quæ generaliter pertinent ad pressionem, & velocitatem fluidorum. Tendant directione quacunque A B puncta disposita in eadem recta in fig. *66* vi quadam externa respectu systematis eorum punctorum, cujus actionem mutuis viribus elidant ea puncta, & sint in æquilibrio. Inter primum punctum A, & secundum ipsi proximum debebit esse vis repulsiva, quæ æquetur vi externæ puncti A. Quare urgebitur punctum secundum hac vi repulsiva, & præterea vi externa sua. Hinc vis repulsiva inter secundum, & tertium punctum debebit æquari vi huic utrique, adeoque erit æqualis summæ virium externarum puncti primi, & secundi. Adjecta igitur sua vi externa tendet deorsum cum vi æquali summæ virium externarum omnium trium; & ita porro progrediendo usque ad B, quodvis punctum urgebitur deorsum vi æquali summæ virium externarum omnium superiorum punctorum.

Eadem punctis utcunque dispersis, & cum omnibus directionibus agens.

Fig. 67.

349. Quod si non in directum disposita sint, sed utcunque dispersa per parallelepipedum, cujus basim perpendicularem directioni vis externæ exprimat recta . H in fig. *67*, & F E G H faciem ipsi parallelam; adhuc facile demonstrari potest componendo, vel resolvendo vires; sed & per se patet, vires repulsivas, quas debebit ipsa basis exercere in particulas sibi propinquas, & ad quas vis ejus mutua pertinebit, fore æquales summæ omnium superiorum virium externarum; atque id erit commune tam solidis, quam fluidis. At quoniam in fluidis particulæ possunt ferri directione quacunque, quod unde proveniat, videbimus in tertia parte; quævis particula, ut ibidem videbimus, in omnem plagam urgebitur viribus æqualibus, & urgebit sibi proximas, quæ pressionem in alias propagabunt ita, ut, quæ sint in eodem plano L I, parallelo F H, in cujus directione

nulla

nulla vis externa agit, vires ubique eædem sint. Quamobrem quævis particula sita ubicunque in ea recta in N, habebit eandem vim tam versus planum EF, quam versus planum EG, & versus FH, quam habet particula collocata in eadem linea in MK etiam, ubi addantur parietes AM, CK paralleli FE, cum planis LM, KI, parallelis FH, nimirum vi, quæ respondet altitudini MA: ac particula sita in O prope basim FH urgebitur, ut quaquaversum, ita & versus ipsam, iisdem viribus, quibus particula sita in BD sub AC. Ipsam urgebunt particulæ in eodem plano horizontali jacentes, & accedet ad omnes fluidi, & baseos particulas, donec vi contraria elidatur vis ejus tota ab ejusmodi pressione derivata. Quamobrem basis FH a fluido tanto minore FLMACKIH sentiet pressionem, quam sentiret a toto fluido FEGH: superficies autem LM sentiet a particulis N vim æqualem vi massæ LEAM, accedentibus ad ipsam particulis, donec vis mutua repulsiva ei vi æquetur.

Inde, cur exiguo fluidi pondere fieri possit ingens pressio.

350. Hinc autem patet, cur in fluidis nostris gravitate præditis basis FH sentiat pressionem tanto majorem massæ fluidæ incumbentis pondere, & cur pondere perquam exiguo fluidi AMKC elevetur pondus collocatum supra LM etiam immane, ubi repagulum LM sit ejusmodi, ut pressioni fluidi parere possit, quemadmodum sunt coriacea. At totum vas FLMACKIH bilanci impositum habebit pondus æquale ponderi suo, & fluidi contenti tantummodo: nam superficies vasis LM, KI horizontalis vi repulsiva mutua urgebit sursum, quantum urget deorsum puncta omnia N versus O, & illa pressio tantundem imminuit vim, quam in bilancem exercet vas, ac tota vis ipsius habebitur dempta pressione sursum superficiei LM, KI a pressione fundi FH facta deorsum: & pariter se mutuo elident vires exercitæ in parietes oppositos. Atque hæc Theoria poterit applicari facile aliis etiam figuris quibuscunque. Respondebit semper pressio superficiei, & toti ponderi fluidi, quod habeat basim illi superficiei æqualem, & altitudinem ejusmodi, quæ usque ad supremam superficiem pertinet inde accepta in directione illius externæ vis.

Pressio fluidorum cum compressione sensibili unde proveniat in hac Theoria.

351. Quod si vires particularum repulsivæ sint ejusmodi, ut ad eas multum augendas requiratur mutatio distantiæ, quæ ad distantiam totam habeat rationem sensibilem; tum vero compressio massæ erit sensibilis, & densitas in diversis altitudinibus admodum diversa: sed in iisdem horizontalibus planis eadem. Si vero mutatio sufficiat, quæ rationem habet prorsus insensibilem ad totam distantiam; tum vero compressio sensibilis nulla erit, & massa in fundo eandem habebit ad sensum densitatem, quam prope superficiem supremam. Id pendet a lege virium mutua inter particulas, & a curva, quæ illam exprimit.

mit. Exprimat in fig. 68. AD distantiam quandam, & assumpta BD ad AB in quacunque ratione utcunque parva, vel utcunque sensibili, capiantur rectæ perpendiculares DE, BF itidem in quacunque ratione minoris inæqualitatis utcunque magna: poterit utique arcus MN curvæ exprimentis mutuas particularum vires transire per illa puncta E, F, & exhibere quodcunque pressionis incrementum cum quacunque pressione utcunque magna, vel utcunque insensibili. Fig. 68.

352. Compressionem ingentem experimur in aere, quæ in eo est proportionalis vi comprimenti. Pro eo casu demonstravit Newtonus Princ. Lib. 3. prop. 23, vim particularum repulsivam mutuam debere esse in ratione reciproca simplici distantiarum. Quare in iis distantiis, quas habere possunt particulæ aeris perseverantis cum ejusmodi proprietate, & formam aliam non inducentis (nam & aerem posse e volatili fieri fixum, Newtonus innuit, ac Halesius inprimis uberrime demonstravit), oportet, arcus MN accedat ad formam arcus hyperbolæ conicæ Apollonianæ. At in aqua compressio sensibilis habetur nulla, utcunque magnis ponderibus comprimatur. Inde aliqui inferunt, ipsam elastica vi carere, sed perperam; quin immo vires habere debet ingentes distantiis utcunque parum imminutis; quanquam eædem particulæ debent esse prope limites, nam & distractioni resistit aqua. Infinita sunt curvarum genera, quæ possunt rei satisfacere, & satis est, si arcus EF directionem habeat fere perpendicularem axi AC. Si curvam cognitam adhibere libeat; satis est, ut arcus EF accedat plurimum ad logisticam, cujus subtangens sit perquam exigua respectu distantiæ AD. Demonstratur passim, subtangentem logisticæ ad intervallum ordinatarum exhibens rationem duplam esse proxime ut 14 ad 10; & eadem subtangens ad intervallum, quod exhibeat ordinatas in quacunque magna ratione inæqualitatis, habet in omnibus logisticis rationem eandem. Si igitur minuatur subtangens logisticæ, quantum libuerit; minuetur utique in eadem ratione intervallum BD respondens cuicunque rationi ordinatarum BF, DE, & accedet ad æqualitatem, quantum libuerit, ratio AB ad AD, a qua pendet compressio; & cujus ratio reciproca triplicata est ratio densitatum, cum spatia similia sint in ratione triplicata laterum homologorum, & massa compressa possit cum eadem nova densitate redigi ad formam similem. Quare poterit haberi incrementum vis comprimentis in quacunque ingenti ratione auctæ cum compressione utcunque exigua, & ratione densitatum utcunque accedente ad æqualitatem. Verum ubi ordinata ED jam satis exigua fuerit, debet curva recedere plurimum ab arcu logisticæ, ad quem accesserat, & qui in infinitum protenditur ex parte eadem, ac debet accedere ad axem AC, & ipsum secare, ut habeantur deinde vires attractivæ, quæ ingentes etiam esse possunt; tum post exiguum intervallum debet haberi alius arcus

Compressio aeris a qua vi proveniat: aquæ compressio cur ad sensum nulla: unde mutatio in vapores tam elasticos.

repulsivus, recedens plurimum ab axe, qui exhibeat vires illas repulsivas ingentes, quas habent particulæ aqueæ, ubi in vapores abierunt per fermentationem, vel calorem.

Ubi pressio proportionalis altitudini, & unde.

353. In casu densitatis non immutatæ ad sensum, & virium illarum parallelarum æqualium, uti eas in gravitate nostra concipimus, pressiones erunt ut bases, & altitudines; nam numerus particularum paribus altitudinibus respondens erit æqualis, adeoque in diversis altitudinibus erit in earum ratione; virium autem æqualium summæ erunt ut particularum numeri. Atque id experimur in omnibus homogeneis fluidis, ut in Mercurio, & aqua.

Quomodo fiat acceleratio in effluxu.

354. Ubi facto foramine liber exitus relinquitur ejusmodi massæ particulis, erumpent ipsæ velocitatibus, quas acquirent, & quæ respondebunt viribus, quibus urgentur, & spatio, quo indigent, ut recedant a particulis se insequentibus; donec vis mutua repulsiva jam nulla sit. Prima particula relicta libera statim incipit moveri vi illa repulsiva, qua premebatur a particulis proximis: utcunque parum illa recesserit, jam secunda illi proxima magis distat ab ea, quam a tertia, adeoque movetur in eandem plagam, differentia virium accelerante motum; & eodem pacto aliæ post alias ita, ut tempusculo utcunque exiguo omnes aliquem motum habeant, sed initio eo minorem, quo posteriores sunt. Eo pacto discedunt a se invicem, & semper minuitur vis accelerans motum, donec ea evadat nulla; quin immo etiam aliquanto plus æquo a se invicem deinde recedunt particulæ, & jam attractivis viribus retrahuntur, accedentes iterum, non quod retro redeant, sed quod anteriores moveantur jam aliquanto minus velociter, quam posteriores; tum iterum aucta vi repulsiva incipiunt accelerari magis, & recedere, ubi & oscillationes habentur quædam hinc, & inde.

Unde velocitas aquæ effluentis subduplicata altitudinis.

355. Velocitates, quæ remanent post exiguum quoddam determinatum spatium, in quo vires mutuæ, vel nullæ jam sunt, vel æque augentur, & minuuntur, pendent ab area curvæ, cujus axis partes exprimant non distantias a proxima particula, sed tota spatia ab initio motus percursa, & ordinatæ in singulis punctis axis exprimant vires, quas in iis habebat particula. Velocitates in effluxu aquæ experimur in ratione subduplicata altitudinum, adeoque subduplicata virium comprimentium. Id haberi debet, si id spatium sit ejusdem longitudinis, & vires in singulis punctis respondentibus ejus spatii sint in ratione primæ illius vis. Tum enim areæ totæ erunt ut ipsæ vires initiales, & proinde velocitatum quadrata, ut ipsæ vires. Infinita sunt curvarum genera, quæ rem exhibere possunt; verum id ipsum ad sensum exhibere potest etiam arcus alterius logisticæ cujuspiam amplioris illa, quæ exhibuit distantias singularum particularum. Sit ea in fig. 69 MFIN. Tota ejus area infinita ad partes CN asymptotica a quavis ordinata

Fig. 69.

æqua-

æquatur producto sub ipsa ordinata, & subtangente constanti. Quare ubi ordinata ED jam est perquam exigua respectu ordinatarum BF, HI, tota area CDEN respectu CBFN insensibilis erit, & areæ CBFN, CHIN integræ accipi poterunt pro areis FBDE, IHDE, quæ idcirco erunt, ut vires initiales BF, HI.

356. Inde quidem habebuntur quadrata celeritatum proportionalia pressionibus, sive altitudinibus. Ut autem velocitas absoluta sit æqualis illi, quam particula acquireret cadendo a superficie suprema, quod in aqua experimur ad sensum; debet præterea tota ejusmodi area æquari rectangulo facto sub recta exprimente vim gravitatis unius particulæ, sive vis repulsivæ, quam in se mutuo exercent binæ particulæ, quæ se primo repellunt, sustinente inferiore gravitatem superioris, & sub tota altitudine. Deberet eo casu esse totum pondus BF ad illam vim, ut est altitudo tota fluidi ad subtangentem logisticæ, si FE est ipsius logisticæ arcus. Est autem pondus BF ad gravitatem primæ particulæ, ut numerus particularum in ea altitudine ad unitatem, adeoque ut eadem illa tota altitudo ad distantiam primarum particularum. Quare subtangens illius logisticæ deberet æquari illi distantiæ primarum particularum, quæ quidem subtangens erit itidem idcirco perquam exigua.

Quid requiritur, ut velocitas sit æqualis illi, quæ habetur cadendo per altitudinem.

357. An in omnibus fluidis habeatur ejusmodi absoluta velocitas, & an quadrata velocitatum in effluxu respondeant altitudinibus; per experimenta videndum est, ut constet, an curvæ virium in omnibus sequantur superiores leges, an diversas. Sed ego jam ab applicatione ad Mechanicam ad applicationem ad Physicam gradum feci, quam uberius in tertia Parte persequar. Hæc interea speciminis loco sint satis ad immensam quandam hujusce campi fœcunditatem indicandam utcunque.

Tentandum an in omnibus fluidis id accidat. Transitus ad partem tertiam.



PARS III.

Applicatio Theoriæ ad Physicam.

Agendum hic primo de generalibus proprietatibus corporum, tum de discrimine inter varias species.

358. IN secunda hujusce Operis parte, dum Theoriam meam applicarem ad Mechanicam, multa identidem immiscui, quæ applicationi ad Physicam sternerent viam, & vero etiam ad eandem pertinerent; at hic, quæ pertinent ad ipsam Physicam, ordinatius persequar; & primo quidem de generalibus agam proprietatibus corporum, quas omnes omnino exhibet illa lex virium, quam initio primæ partis exposui; tum ex eadem præcipua discrimina deducam, quæ inter diversas observamus corporum species, & mutationes, quæ ipsis accidunt, alterationes, atque transformationes evolvam.

Enumeratio earum, de quibus agetur, & ordo.

359. Primum igitur agam de Impenetrabilitate, de Extensione, de Figurabilitate, de Mole, Massa, & Densitate, de Inertia, de Mobilitate, de Continuitate motuum, de Æqualitate Actionis & Reactionis, de Divisibilitate, & Componibilitate, quam ego divisibilitati in infinitum substituo, de Immutabilitate primorum materiæ elementorum, de Gravitate, de Cohæsione, quæ quidem generalia sunt. Tum agam de Varietate Naturæ, & particularibus proprietatibus corporum, nimirum de varietate particularum, & massarum multiplici, de Solidis, & Fluidis, de Elasticis, & Mollibus, de Principiis Chemicarum Operationum, ubi de Dissolutione, Præcipitatione, Adhæsione, & Coalescentia, de Fermentatione, & emissione Vaporum, de Igne, & emissione Luminis; ac ipsis præcipuis Luminis proprietatibus, de Odore, de Sapore, de Sono, de Electricitate, de Magnetismo itidem aliquid innuam sub finem; ac demum ad generaliora regressus, quid Alterationes, Corruptiones, Transformationes mihi sint, explicabo. Verum in horum pluribus rem a mea Theoria deducam tantummodo ad communia principia, ex quibus peculiares singulorum tractatus pendent; ac alicubi methodum indicabo tantummodo, quæ ad rei perquisitionem aptissima mihi videatur.

Impenetrabilitas unde in hac Theoria.

360. Impenetrabilitas corporum a mea Theoria omnino sponte fluit; si enim in minimis distantiis agunt vires repulsivæ, quæ iis in infinitum imminutis crescant in infinitum ita, ut pares sint extinguendæ cuilibet velocitati utcunque magnæ, utique non potest ulla finita vis, aut velocitas efficere, ut distantia duorum punctorum evanescat, quod requiritur ad compenetrationem; sed ad id præstandum infinita Divina virtus, quæ infinitam vim exerceat, vel infinitam producat velocitatem, sola sufficit.

361.

361. Præter hoc impenetrabilitatis genus, quod a viribus repulsivis oritur, est & aliud, quod provenit ab inextensione punctorum, & quod evolvi in dissertationibus *De Spatio, & Tempore*, quas ex Stayanis Supplementis huc transtuli, & habetur hic in fine Supplementorum §. 1, & 2. Ibi enim ex eo, quod in spatio continuo numerus punctorum loci sit infinities infinitus, & numerus punctorum materiæ finitus, erui illud: nullum punctum materiæ occupare unquam punctum loci, non solum illud, quod tunc occupat aliud materiæ punctum, sed nec illud, quod vel ipsum, vel ullum aliud materiæ punctum occupavit unquam. Probatio inde petitur, quod si ex casibus ejusdem generis una classis infinities plures contineat, quam altera, infinities improbabilius sit, casum aliquem, de quo ignoremus, ad utram classem pertineat, pertinere ad secundam, quam ad primam. Ex hoc autem principio id etiam immediate consequitur; si enim una massa projiciatur contra alteram, & ab omnibus viribus repulsivis abstrahamus animum; numerus projectionum, quæ aliquod punctum massæ projectæ dirigant per rectam transeuntem per aliquod punctum massæ, contra quam projicitur, est utique finitus; cum numerus punctorum in utraque massa finitus sit; at numerus projectionum, quæ dirigant puncta omnia per rectas nulli secundæ massæ puncto occurrentes, est infinities infinitus, ob puncta spatii in quovis plano infinities infinita. Quamobrem, habita etiam ratione infinitorum continui temporis momentorum, est infinities improbabilior primus casus secundo; & in quacunque projectione massæ contra massam nullus habebitur immediatus occursus puncti materiæ cum altero puncto materiæ, adeoque nulla compenetratio, etiam independenter a viribus repulsivis.

Aliud impenetrabilitatis genus: proprium huic Theoriæ.

362. Si vires repulsivæ non adessent; omnis massa libere transiret per aliam quanvis massam, ut lux per vitra, & gemmas transit, ut oleum per marmora insinuatur; atque id semper fieret sine ulla vera compenetratione. Vires, quæ ad aliquod intervallum extenduntur satis magnæ, impediunt ejusmodi liberum commeatum. Porro hic duo casus distinguendi sunt; alter, in quo curva virium non habeat ullum arcum asymptoticum cum asymptoto perpendiculari ad axem, præter illum primum, quem exhibet figura 1, cujus asymptotus est in origine abscissarum; alter, in quo adsint alii ejusmodi arcus asymptotici. In hoc secundo casu si sit aliqua asymptotus ad aliquam distantiam ab origine abscissarum, quæ habeat arcum citra se attractivum, ultra repulsivum cum area infinita, ut juxta num. 188 puncta posita in minore distantia non possint acquirere distantiam majorem, nec, quæ in majore sunt, minorem; tum vero particula composita ex punctis in minore distantia positis, esset prorsus impenetrabilis a particula posita in majore distantia ab ipsa, nec ulla finita velocitate posset cum illa commisceri, & in ejus locum irrumpere; & si duæ habeantur

Sine viribus repulsivis debere haberi compenetrationem apparentem. Quid eæ præstent in particulis, & velo quodam, potissimum si habeantur asymptoti.

asymptoti ejusmodi satis proximæ, quarum citerior habeat ulterius crus repulsivum, ulterior citerius attractivum cum areis infinitis, tum duo puncta collocata in distantia a se invicem intermedia inter distantias earum asymptotorum, nec possent ulla finita vi, aut velocitate acquirere distantiam minorem, quam sit distantia asymptoti citerioris, nec majorem, quam sit ulterioris; & cum eæ duæ asymptoti possint esse utcunque sibi invicem proximæ; illa puncta possent esse necessitata ad non mutandam distantiam intervallo utcunque parvo. Si jam in uno plano sit series continua triangulorum æquilaterorum habentium eas distantias pro lateribus, & in singulis angulis poneretur quicunque numerus punctorum ad distantiam inter se satis minorem ea, qua distent illæ duæ asymptoti, vel etiam puncta singula; fieret utique velum quoddam indissolubile, quod tamen esset plicatile in quavis e rectis continentibus triangulorum latera, & posset etiam plicari in gyrum more veterum voluminum.

Solidum indissolubile, & impermeabile.

363. Si autem sit solidum compositum ex ejusmodi velis, quorum alia ita essent aliis imposita, ut punctum quodlibet superioris veli terminaret pyramidem regularem habentem pro basi unum e triangulis veli inferioris, & in singulis angulis collocarentur puncta, vel massæ punctorum; id esset solidissimum, & ne plicatile quidem; etiamsi crassitudo unicam pyramidum seriem admitteret. Possent autem esse dispersa inter latera illius veli, vel hujus muri, puncta quotcunque, nec eorum ullum posset inde egredi ad distantiam a punctis positis in angulis veli, vel muri, majorem illa distantia ulterioris asymptoti. Quod si præterea ultra asymptotum ulteriorem haberetur area repulsiva infinita; nulla externa puncta possent perrumpere nec murum, nec velum ipsum, vel per vacua spatiola transire, utcunque magna cum velocitate advenirent; cum nullum in triangulo æquilatero sit punctum, quod ab aliquo ex angulis non distet minus, quam per latus ipsius trianguli.

Alia ratio acquirendi impenetrabilitatem, & nexum per asymptotos remotas ab origine abscissarum.

364. Quod si ejusmodi binæ asymptoti inter se proximæ sint in ingenti distantia a principio abscissarum, & in distantia media inter earum binas distantias ab ipso initio ponantur in cuspidibus trianguli æquilateri tria puncta materiæ, tum in cuspide pyramidis regularis habentis id triangulum æquilaterum pro basi ponantur quotcunque puncta, quæ inter se minus distent, quam pro distantia illarum asymptotorum; massula constans hisce punctis erit indissolubilis; cum nec ullum ex iis punctis possit acquirere distantiam a reliquis, nec reliqua inter se distantiam minorem distantia asymptoti citerioris, & majorem distantia ulterioris, & ipsa hæc particula impenetrabilis a quovis puncto externo materiæ, cum nullum ad reliqua illa tria puncta possit ita accedere, si distat magis, vel recedere, si minus, ut acquirat distantiam, quam habent puncta ejus massæ. Ejusmodi massis ita cohibitis per terna puncta ad maximas distantias sita posset integer constare Mundus, qui ha-

beret

beret in suis illis massulis, seu primigeniis particulis impenetrabilitatem continuam prorsus insuperabilem, sine ulla extensione continua, & indissolubilitatem itidem insuperabilem etiam sine ullo mutuo nexu inter earum puncta, per solum nexum, quem haberent singula cum illis tribus punctis remotis.

365. In omnibus hisce casibus habetur in massa non continua vis ita continua, ut nulla ne apparens quidem compenetratio, & permixtio haberi possit æque, ac in communi sententia de continua impenetrabilis materiæ extensione. Quod autem in illo velo, vel muro exhibuit triangulorum, & pyramidum series, idem obtineri potest per figuras alias quamplurimas, & id multo pluribus adhuc modis obtineretur; si non in unica, sed in pluribus distantiis essent ejusmodi asymptotica repagula cum impenetrabilitate continua per non continuam punctorum dispersorum dispositionem.

In iis & aliis casibus resistentia continua sine continuo faciente vim, & absoluta impermeabilitas.

366. At in primo illo casu, in quo nulla habetur ejusmodi asymptotus præter primam, res longe alio modo se haberet. Patet in eo casu illud, si velocitas imprimi possit massæ cuipiam satis magna; fore, ut ea transeat per massam quancunque sine ulla perturbatione suarum partium, & sine ulla partium alterius: nam vires, ut agant, & motum aliquem finitum sensibilem gignant, indigent continuo tempore, quo imminuto in immensum, uti imminuitur, si velocitas in immensum augeatur, imminuitur itidem in immensum earum effectus. Rei ideam exhibebit globulus ferreus, qui debeat transire per planum, in quo dispersæ sint hac, illac plurimæ massæ magneticæ vim habentes validam satis. Si is globus cum velocitate non ita ingenti projiciatur per directionem etiam, quæ in nullam massam debeat incurrere; progredi ultra illas massas non poterit; sed ejus motus sistetur ab illarum attractionibus. At si velocitas sit satis magna, ut actiones virium magneticarum satis exiguo tempore durare possint, prætervolabit utique, nullo sensibili damno ejur velocitati illato.

Sine asymptoto omnes substantias permeabiles fore ab aliis; si iis satis magnas velocitas imprimatur. Exemplum globuli ferrei inter magnetes transeuntis.

367. Quin immo ibi considerandum & illud: si velocitas ejus fuerit exigua, ipsum globum facile sisti, exiguo motu a vi mutua æquali, seu reactione, impresso magnetibus, quo per solam plani frictionem, & mutuas eorum vires impedito, exigua in eorum positionibus mutatio fiat. Si velocitas impressa aliquantulum creverit; tum mutatio in positione magnetum major fiet, & adhuc sistetur globuli motus; sed si velocitas fuerit multo major, globulus autem transeat satis prope aliquas e massis magneticis; ab actione mutua inter ipsum, & eas massas communicabitur satis ingens motus iis ipsis massis, quo possint etiam ipsum non nihil retardatum, sed adhuc progredientem sequi, avulsæ a cæteris, quæ ob actiones in majore distantia minores, & brevitatem temporis, remaneant ad sensum immotæ, & nihil turbatæ. Sed si velocitas

Diversi effectus relate ad magnetes pro diversa velocitate ejus globuli.

citas

citas ipsa adhuc augeretur, quantum est opus, eo deveniri posset; ut massa utcunque proxima in globuli transitu nullum sensibilem motum auferret illi, & ipsa sibi acquireret.

Inde facilis explicatio phænomeni, quo globus sclopeto explosus perforat plana mobilia, nec movet: cur lumini data tanta velocitas.

368. Porro ejusmodi exemplum intueri licet, ubi globus aliquis contra obstaculum aliquod projicitur, quod, si satis magnam velocitatem habet, concutit totum, & diffringit, ac eo majorem effectum edit, quo major est velocitas, ut in muris arcium accidit, qui tormentariis globis impetuntur. At ubi velocitas ad ingentem quandam magnitudinem devenerit; nisi satis solida sit compages obstaculi, sive vires cohæsionis satis validæ; jam non major effectus fit, sed potius minor, foramine tantum excavato, quod æquetur ipsi globo. Id experimur; si globus ferreus explodatur sclopeto contra portam ligneam, quæ licet semiaperta sit, & summam habeat super suis cardinibus mobilitatem; tamen nihil prorsus commovetur; sed excavatur tantummodo foramen æquale ad sensum diametro globi, quod in mea Theoria multo facilius utique intelligitur, quam si continuo nexu partes perfecte solidæ inter se complicarentur, & conjungerentur. Nimirum, ut in superiore magnetum casu, particulæ globi secum abripiunt particulas ligni, ad quas accesserunt magis, quam ipsæ ad sibi proximas accederent, & brevitas temporis non permisit viribus illis, a quibus distantium ligni punctorum nexus præstabatur, ut in iis motus sensibilis haberetur, qui nexum cum aliis sibi proximis a vi mutua ortum dissolveret, aut illis, & toti portæ satis sensibilem motum communicaret. Quod si velocitas satis adhuc augeri posset; ne iis quidem avulsis massa per massam transvolaret, nulla sensibili mutatione facta, & sine vera compenetratione haberetur illa apparens compenetratio, quam habet lumen, dum per homogeneum spatium liberrimo rectilineo motu progreditur; quam ipsam fortasse ob causam Divinus Naturæ Opifex tam immanem luci velocitatem voluit imprimi, quantam in ea nobis ostendunt eclipses Jovis satellitum, & annua fixarum aberratio, ex quibus Roemerus, & Bradleyus deprehenderunt, lumen semiquadrante horæ percurrere distantiam æqualem distantiæ Solis a Terra, sive plura milliariorum millia singulis arteriæ pulsibus.

Cur in cinere remaneat illæsa forma plantæ avolante parte volatili per ignem.

369. Ac eodem pacto, ubi herbarum forma in cinere cum tenuissimis filamentis remanet intacta, avolantibus oleosis partibus omnibus sine ulla læsione structuræ illarum, id quidem admodum facile intelligitur, qui fiat: ibi nova vis excitata ingentem velocitatem parit brevi tempore, quæ omnem alium effectum impediat virium mutuarum inter olea, & cineres, oleaginosis particulis inter terreas cum hac apparenti compenetratione liberrime avolantibus sine ullo immediato impactu, & incursu.

Compenetratio apparens,

370. Quod si ita res habet; liceret utique nobis per occlusas ingredi portas, & per durissima transvolare murorum septa

pta sine ullo obstaculo, & sine ulla vera compenetratione, si nimirum satis magnam velocitatem nobis ipsis possemus imprimere, quod si Natura nobis permisisset, & velocitates corporum, quæ habemus præ manibus, ac nostrorum digitorum celeritates solerent esse satis magnæ; apparentibus ejusmodi continuis compenetrationibus assueti, nullam impenetrabilitatis haberemus ideam, quam mediocritati nostrarum virium, & velocitatum, ac experimentis hujus generis a sinu materno, & prima infantia usque adeo frequentibus, & perpetuo repetitis debemus omnem.

quæ haberet .r, si possemus nobis imprimere velocitatem satis magnam.

371. Ex impenetrabilitate oritur extensio. Ea sita est in eo, quod aliæ partes sint extra alias: id autem necessario haberi debet; si plura puncta idem spatii punctum simul occupare non possint. Et quidem si nihil aliunde sciremus de distributione punctorum materiæ; ex regulis probabilitatis constaret nobis, dispersa esse per spatium extensum in longum, latum, & profundum, atque ita constaret, ut de eo dubitare omnino non liceret, adeoque haberemus extensionem in longum, latum, & profundum ex eadem etiam sola Theoria deductam. Nam in quovis plano pro quavis recta linea infinita sunt curvarum genera, quæ eadem directione egressæ e dato puncto extenduntur in longum, & latum respectu ejusdem rectæ, & pro quavis ex ejusmodi curvis infinitæ sunt curvæ, quæ ex illo puncto egressæ habeant etiam tertiam dimensionem per distantiam ab ipso. Quare sunt infinities plures casus positionum cum tribus dimensionibus, quam cum duabus solis, vel unica, & idcirco infinities major est probabilitas pro uno ex iis, quam pro uno ex his, & probabilitas absolute infinita omnem eximit dubitationem de casu infinite improbabili, utut absolute possibili. Quin immo si res rite consideretur, & numeri casuum inter se conferantur; inveniemus, esse infinite improbabile, uspiam jacere prorsus accurate in directum plura, quam duo puncta, & accurate in eodem plano plura, quam tria.

Extensio necessario profluens a viribus repulsivis.

372. Hæc quidem extensio non est mathematice, sed physice tantum continua: at de præjudicio, ex quo ideam omnino continuæ extensionis ab infantia nobis efformavimus, satis dictum est in prima Parte a num. 158; ubi etiam vidimus, contra meam Theoriam non posse afferri argumenta, quæ contra Zenonistas olim sunt facta, & nunc contra Leibnitianos militant, quibus probatur, extensum ab inextenso fieri non posse. Nam illi inextensa contigua ponunt, ut mathematicum continuum efforment, quod fieri non potest, cum inextensa contigua debeant compenetrari, dum ego inextensa admitto a se invicem disjuncta. Nec vero illud vim ullam contra me habet, quod nonnulli adhibent, dicentes, hujusmodi extensionem nullam esse, cum constet punctis penitus inexten-

Extensum ejusmodi esse physice, non mathematice continuum: realem esse: in quo id consistat.

sis, & vacuo spatio, quod est purum nihil. Constat per me non solis punctis, sed punctis habentibus relationes distantiarum a se invicem: eæ relationes in mea Theoria non constituuntur a spatio vacuo intermedio, quod spatium nihil est actu existens, sed est aliquid solum possibile a nobis indefinite conceptum, nimirum est possibilitas realium modorum localium existendi cognita a nobis secludentibus mente omnem hiatum, uti exposui in prima Parte num. 142, & fusius in ea dissertatione De Spatio & Tempore, quam hic ad calcem adjicio; constituuntur a realibus existendi modis, qui realem utique relationem inducunt realiter, & non imaginarie tantum diversam in diversis distantiis. Porro si quis dicat, puncta inextensa, & hosce existendi modos inextensos non posse constituere extensum aliquid; reponam facile, non posse constituere extensum mathematice continuum, sed posse extensum physice continuum, quale ego unicum admitto, & positivis argumentis evinco, nullo argumento favente alteri mathematice continuo extenso, quod potius etiam independenter a meis argumentis difficultates habet quamplurimas. Id extensum, quod admitto, est ejusmodi, ut puncta materiæ alia sint extra alia, ac distantias habeant aliquas inter se, nec omnia jaceant in eadem recta, nec in eodem plano omnia, sint vero multa ita proxima, ut eorum intervalla omnem sensum effugiant. In eo sita est extensio, quam admitto, quæ erit reale quidpiam, non imaginarium, & erit physice continua.

Quomodo existat Geometria sublato continuo actu existente.

373. At erit fortasse, qui dicet, sublata extensione absolute mathematica tolli omnem Geometriam. Respondeo, Geometriam non tolli, quæ considerat relationes inter distantias, & inter intervalla distantiis intercepta, quæ mente concipimus, & per quam ex hypothesibus quibusdam conclusiones cum iis connexas ex primis quibusdam principiis deducimus. Tollitur Geometria actu existens, quatenus nulla linea, nulla superficies mathematice continua, nullum solidum mathematice continuum ego admitto inter ea, quæ existunt; an autem inter ea, quæ possunt existere, habeantur, omnino ignoro. Sed aliquid ejusmodi in communi etiam sententia accidit. Nulla existit revera in Natura recta linea, nullus circulus, nulla ellipsis, nec in ejusmodi lineis accurate talibus fit motus ullus, cum omnium Planetarum, & Terræ in communi sententia motus habeantur in curvis admodum complicatis, atque altissimis, &, ut est admodum probabile, transcendentibus. Nec vero in magnis corporibus ullam habemus superficiem accurate planam, & continuam, aut sphæricam, aut cujusvis e curvis, quas Geometræ contemplantur, & plerique ex iis ipsis, qui solida volunt elementa, simplices ejusmodi figuras ne in ipsis quidem elementis admittent.

Quid in ea imaginarium,

374. Quamobrem Geometria tota imaginaria est, & idealis, sed propositiones hypotheticæ, quæ inde deducuntur, sunt

sunt veræ, & si existant conditiones ab illa assumptæ, existent utique & conditionata inde eruta, ac relationes inter distantias punctorum imaginarias ope Geometriæ ex certis conditionibus deductæ, semper erunt reales, & tales, quales eas invenit Geometria, ubi illæ ipsæ conditiones in realibus punctorum distantiis existant. Ceterum ubi de realibus distantiis agitur, nec illud in sensu physico est verum, ubi punctum interiacet aliis binis in eadem recta positis, a quibus æque distet, binas illas distantias fore partes distantiæ punctorum extremorum juxta ea quæ diximus num. 67. Physice distantia puncti primi a secundo constituitur per puncta ipsa, & binos reales ipsorum existendi modos, ita & distantia secundi a tertio; quorum summa continet omnia tria puncta cum tribus existendi modis, dum distantia primi a tertio constituitur per sola duo puncta extrema, & duos ipsorum existendi modos, quæ ablato intermedio reali puncto manet prorsus eadem. Illæ duæ sunt partes illius tertiæ tantummodo in imaginario, & geometrico statu, qui concipit indefinite omnes possibiles intermedios existendi modos locales, & per eam cognitionem abstractam concipit continua intervalla, ac eorum partes assignat, & ope ejusmodi conceptuum ratiocinationes instituit ab assumptis conditionibus petitas, quæ, ubi demum ad aliquod reale deducunt, non nisi ad verum possint deducere, sed quod verum sit tantummodo, si rite intelligantur termini, & explicentur. Sic quod aliqua distantia duorum punctorum sit æqualis distantiæ aliorum duorum, situm est in ipsa natura illorum modorum, quibus existunt, non in eo, quod illi modi, qui eam indiviiduam distantiam constituunt, transferri possint, ut congruant. Eodem pacto relatio duplæ, vel triplæ distantiæ habetur immediate in ipsa essentia, & natura illorum modorum. Vel si potius velimus illam referre ad distantiam æqualem; dici poterit, eam esse duplam alterius, qu talis sit, ut si alteri ex alterius punctis ponatur tertium novum ad æqualem distantiam ex parte altera; distantia nova hujus tertii a primo sit æqualis illi, quæ duplæ nomen habet, & sic de reliquis, ubi ad realem statum transitur. Neque enim in statu reali haberi potest usquam congruentia duarum magnitudinum in extensione, ut haberi nec in tempore potest unquam; adeoque nec æqualitas per congruentiam in statu reali haberi potest, nec ratio dupla per partium æqualitatem. Ubi decempeda transfertur ex uno loco in alium, succedunt alii, atque alii punctorum extremorum existendi modi, qui relationes inducunt distantiarum ad sensum æqualium: ea æqualitas a nobis supponitur ex causis; nimirum ex mutuo nexu per vires mutuas, uti hora hodierna ope egregii horologii comparatur cum hesterna, itidem æqualitate supposita ex causis, sed loco suo divelli, & ex uno die in alterum hora eadem traduci nequaquam potest. Verum hæc omnia ad Metaphysicam potius pertinent, & ea fusius cum omnibus

quid reale: elegans analogia loci cum tempore in ordine ad æqualitatis mensuras.

loci, ac temporis relationibus persecutus sum in memoratis dissertationibus, quas hic in fine subjicio.

Figurabilitas orta ab extensione: quid sit figura, & quam vaga, & incerta sit ejus idea etiam in communi sententia.

375. Ex extensione oritur figurabilitas, cum qua connectitur moles, & densitas supposita massa. Quoniam puncta disperguntur per spatium extensum in longum, latum, & profundum; spatium, per quod extenduntur, habet suos terminos, a quibus figura pendet. Porro figuram determinatam ab ipsa natura, & existentem in re, possunt agnoscere tantummodo in elementis ii, qui admittunt elementa ipsa solida, atque compacta, & continua, & qui ab inextensis extensum continuum componi posse arbitrantur, ubi nimirum tota illa materia superficie continua quadam terminetur. Ceterum in corporibus hisce, quæ nobis sub sensum cadunt, idea figuræ, quæ videtur maxime distincta, est admodum vaga, & indefinita, quod quidem diligenter exposui agens superiore anno de figura Telluris in dissertatione inserta postremo Bononiensium Actorum tomo, in qua continetur Synopsis mei operis de *Expeditione Litteraria per Pontificiam ditionem*, ubi sic habeo: *Inprimis hoc ipsum nomen figuræ terrestris, quod certam quandam, ac determinatam significationem videtur habere, habet illam quidem admodum incertam, & vagam. Superficies illa, quæ maria, & lacus, & fluvios, ac montes, & campos, vallesque terminat, est illa quidem admodum, nobis saltem, irregularis, & vero etiam instabilis: mutatur enim quovis utcunque minimo undarum, & glebarum motu, nec de hac Telluris figura agunt, qui in figuram Telluris inquirunt: aliam ipsi substituunt, quæ regularis quodammodo sit, sit autem illi priori proxima, quæ nimirum abrasis haberetur montibus, collibusque, vallibus vero oppletis. At hæc iterum terrestris figuræ notio vaga admodum est, & incerta. Uti enim infinita sunt curvarum regularium genera, quæ per datum datorum punctorum numerum transire possint, ita infinita sunt genera curvarum superficierum, quæ Tellurem ita ambire possint, atque concludere, ut vel omnes, vel datos contingant in datis punctis montes, collesque, vel si per medios transire colles, ac montes debeat superficies quædam ita, ut regularis sit, & tantundem materiæ concludat extra, quantum vacui aeris infra sese concludat usque ad veram hanc nobis irregularem Telluris superficiem, quam intuemur: infinitæ itidem, & a se invicem diversæ admodum superficies haberi possunt, quæ problemati satisfaciant, atque eæ ejusmodi etiam, ut nullam, quæ sensu percipi possit, præ se ferant gibbositatem, quæ ipsa vox non ita determinatam continet ideam.*

Quanto magis in hac Theoria.

376. Hæc ego ibi de Telluris figura, quæ omnino pertinent ad figuram corporis cujuscunque in communi etiam sententia de continua extensione materiæ: nam omnium fere corporum superficies hic apud nos utique multo magis scabræ sunt pro ratione suæ magnitudinis, quam Terra pro ratione magnitudinis suæ, & vacuitates internas habent quamplurimas. Verum

rum in mea Theoria res adhuc magis indefinita, & incerta est. Nam infinitæ sunt etiam superficies curvæ continuæ, in quibus tamen omnia jaceant puncta massæ cujusvis: quin immo infinitæ numero curvæ sunt lineæ, quæ per omnia ejusmodi puncta transeant. Quamobrem mente tantummodo confingenda est quædam superficies, quæ omnia puncta includat, vel quæ pauciora, & a reliquorum coacervatione remotiora excludat, quod æstimatione quadam morali fiet, non accurata geometrica determinatione. Ea superficies figuram exhibebit corporis; atque hic jam, quæ ad diversa figurarum genera pertinent; id omne mihi commune est cum communi Theoria de continua extensione materiæ.

Moles a figura pendens: incerta ejus idea & in sententia communi, & multo magis in hac Theoria.

377. A figura pendet moles, quæ nihil est aliud, nisi totum spatium extensum in longum, latum, & profundum externa superficie conclusum. Porro nisi concipiamus superficiem illam, quam innui, quæ figuram determinet; nulla certa habebitur molis idea: quin immo si superficiem concipiamus tortuosam illam, in qua jaceant puncta omnia; jam moles triplici dimensione prædita erit nulla; si lineam curvam concipimus per omnia transeuntem: nec duarum dimensionum habebitur ulla moles. Sed in eo itidem incerta æstimatione indiget sententia communis ob interstitia illa vacua, quæ habentur in omnibus corporibus, & scabritiem, juxta ea, quæ diximus, de indeterminatione figuræ. Hic autem itidem concepta superficie extima terminante figuram ipsam, quæ deinde de mole relata ad superficiem tradi solent, mihi communia sunt cum aliis omnibus, ut illud: posse eandem magnitudine molem terminari superficiebus admodum diversis, & forma, & magnitudine, ac omnium minimam esse sphæricæ figuræ superficiem respectu molis: in figuris autem similibus molem esse in ratione triplicata laterum homologorum, & superficiem in duplicata, ex quibus pendent phænomena sane multa, atque ea inprimis, quæ pertinent ad resistentiam tam fluidorum, quam solidorum.

Massa: quid in ejus idea incertum ob materiam exteram immixtam. Omnia corpora constare particulis diversæ naturæ.

378. Massa corporis est tota quantitas materiæ pertinentis ad id corpus, quæ quidem mihi erit ipse numerus punctorum pertinentium ad illud corpus. At hic jam oritur indeterminatio quædam, vel saltem summa difficultas determinandi massæ ideam, nec id tantum in mea, verum etiam in communi sententia, ob illud additum *punctorum pertinentium ad illud corpus*, quod heterogeneas substantias excludit. Ea de re sic ego quidem in Stayanis Supplementis § 10 Lib. 1: *Nam admodum difficile est determinare, quæ sint illæ substantiæ heterogeneæ, quæ non pertinent ad corporis constitutionem. Si materiam spectemus; ea & mihi, & aliis plurimis homogenea est, & solis ejus diversis combinationibus diversæ oriuntur corporum species. Quare ab ipsa materia non potest desumi discrimen illud inter substantias pertinentes, & non pertinentes. Si autem & diversam*

illam

illam combinationem spectemus, corpora omnia, quæ observamus, mixta sunt ex substantiis admodum dissimilibus, quæ tamen omnes ad ejus corporis constitutionem pertinent. Id in animalium corporibus, in plantis, in marmoribus plerisque, oculis etiam patet, in omnibus autem corporibus Chemia docet, quæ mixtionem illam dissolvit.

Plures substantiæ non pertinentes ad substantiam corporis.

379. *Ex alia parte tenuissima æther ea materia, quæ omnino est aliqua nostro aere rarior, ad constitutionem massæ nequaquam pertinere censetur, ut nec pro corporibus plerisque aer, qui meatibus internis interjacet. Sic aer inclusus spongiæ meatibus, ad ipsius constitutionem nequaquam censetur pertinere. Idem autem ad multorum corporum constitutionem pertinet: saltem ad fixam naturam redactus, ut Halesius demonstravit, plures & animalis regni, & vegetabilis substantias magna sui parte constare aere fixitatem adepto. Rursus substantiæ volatiles, aere ipso tenuiores multo, quæ in corporum dissolutione chemica in halitus, & fumos abeunt, & plures fortasse, quas nos nullo sensu percipimus, ad ipsa corpora pertinebant.*

Nec excludi omnia fluida, nec ea omnia includi posse, quæ translato corpore cum ipso transferuntur

380. *Nec illud assumi potest, quidquid solidum, & fixum est, id tantummodo pertinere ad corporis massam: quis enim a corporis humani massa sanguinem omnem, & tot lymphas excludat, a lignis resectis succos nondum concretos? Præterquam quod massæ idea non ad solida solum corpora pertinet, sed etiam ad fluida, in quibus ipsis alia tenuiora aliorum densiorum meatibus interjacent. Nec vero dici potest, pertinere ad corporis constitutionem, quidquid materiæ translato corpore, simul cum ipso transfertur; nam aer, qui intra spongiam est, partim mutatur in ea translatione, is nimirum, qui orificio est propior, partim manet, qui nimirum intimior, & qui aliquandiu manet, mutatur deinde.*

Hinc indistinctam esse & massæ ideam. Quid densitas, & raritas: utranque augeri, & minui posse in hac theoria in quacunque ratione.

381. *Hæc, & alia mihi diligentius perpendenti, illud videtur demum, ideam massæ non esse accurate determinatam, & distinctam, sed admodum vagam, arbitrariam, & confusam. Erit massa materia omnis ad corporis constitutionem pertinens; sed a crassa quadam, & arbitraria æstimatione pendebit illud, quod est pertinere ad ipsam ejus constitutionem.* Hæc ego ibi; tum ad molem transeo, de cujus indeterminatione jam hic superius egimus, ac deinde ad densitatem, quæ est relatio massæ ad molem, eo major, quo pari mole est major massa, vel quo pari massa est minor moles. Hinc mensura densitatis est massa divisa per molem; & quæcunque vulgo proferuntur de comparationibus inter massam, molem, & densitatem, hæc omnia & mihi communia sunt. Massa est ut factum ex mole & densitate; moles ut massa divisa per densitatem. Raritas autem etiam mihi, ut & aliis, est densitatis inversa, ut nimirum idem sit dicere, corpus aliquod esse decuplo minus densum alio aliquo corpore, ac dicere, esse decuplo magis rarum. Verum quod ad densitatem & raritatem pertinet, in eo ego quidem a communi sententia discrepo, uti exposui num. 89, quod

ego

ego nullum habeo limitem densitatis & raritatis, nec maximum, nec minimum; dum illi minimam debeant aliquam raritatem agnoscere, & maximam densitatem possibilem, utut finitam, quæ illis idcirco per saltum quendam necessario abrumpitur; licet nullam agnoscant raritatem maximam, & minimam densitatem. Mihi enim materiæ puncta possunt & augere distantias a se invicem, & imminuere in quacunque ratione; cum data linea quavis, possit ex ipsis Euclideis elementis inveniri semper alia, quæ ad ipsam habeat rationem quancunque utcunque magnam, vel parvam; adeoque potest, stante eadem massa, augeri moles, & minui in quacunque ratione data; at illis potest quidem quævis massa dividi in quenvis numerum particularum, quæ dispersæ per molem utcunque magnam augeant raritatem, & minuant densitatem in immensum; sed ubi massa omnis ita ad contactus immediatos devenit, ut nihil jam supersit vacui spatii; tum vero densitas est maxima, & raritas minima omnium, quæ haberi possint, & tamen finita est, cum mensura prioris habeatur, massa finita per finitam molem divisa, & mensura posterioris, divisa mole per massam.

Inertia massarum orta ex inertia punctorum: ipsi respondens conservatio status centri gravitatis, & idea massæ unitæ in ipso.

382. Inertia corporum oritur ab inertia punctorum, & a viribus mutuis; nam illud demonstravimus num. 260, si puncta quæcunque vel quiescant, vel moveantur directionibus, & celeritatibus quibuscunque, sed singula æquabili motu; centrum commune gravitatis vel quiescere, vel moveri uniformiter in directum, ac vires mutuas quascunque inter eadem puncta nihil turbare statum centri communis gravitatis sive quiescendi, sive movendi uniformiter in directum. Porro vis inertiæ in eo ipso est sita: nam vis inertiæ est determinatio perseverandi in eodem statu quiescendi, vel movendi uniformiter in directum; nisi externa vis cogat statum suum mutare: & cum ex mea Theoria demonstretur, eam proprietatem debere habere centrum gravitatis massæ cujuscunque compositæ punctis quotcunque, & utcunque dispositis; patet, eam deduci pro corporibus omnibus: & hic illud etiam intelligitur, cur concipiantur corpora tanquam collecta, & compenetrata in ipso gravitatis centro.

Mobilitas: quiescibilitatem non haberi, exclusa prorsus quiete a Natura.

383. Mobilitas recenseri solet inter generales corporum proprietates, quæ quidem sponte consequitur vel ex ipsa curva virium: cum enim ipsa exprimat suarum ordinatarum ope determinationes ad accessum, vel recessum, requirit necessario mobilitatem, sive possibilitatem motuum, sine quibus accessus, & recessus ipsi haberi utique non possunt. Aliqui & quiescibilitatem adscribunt corporibus: at ego quidem corporum quietem saltem in Natura, uti constituta est, haberi non posse arbitror, uti exposui num. 86. Eam excludi oportere censeo etiam infinitæ improbabilitatis argumento, quo sum usus in ea dissertatione *De Spatio, & Tempore*, quam toties jam nominavi, & in Supplementis hic proferam § 1, ubi

evinco,

evinco, caſum, quo punctum aliquod materiæ occupet quovis momento temporis punctum ſpatii, quod alio quopiam quocunque occuparit vel ipſum, vel aliud punctum quodcunque, eſſe infinities improbabilem, conſiderato nimirum numero punctorum materiæ finito, numero momentorum poſſibilium infinito ejus generis, cujus ſunt infinita puncta in una recta, qui numerus momentorum bis ſumitur, ſemel cum conſideratur puncti dati materiæ cujuſcunque momentum quodvis, & iterum cum conſideratur momentum quodvis, quo aliud quodpiam materiæ punctum alicubi fuerit, ac iis collatis cum numero punctorum ſpatii habentis extenſionem in longum, latum, & profundum, qui idcirco debet eſſe infinitus ordinis tertii reſpectu ſuperiorum. Deinde ab omnium corporum motu circa centrum commune gravitatis, vel quieſcens, vel uniformiter progrediens in recta linea, quies actualis itidem a Natura excluditur.

Quies excluſa etiam a continuitate omnium motuum: problema generale eo pertinens.

384. Verum ipſam quietem excludit alia mihi proprietas, quam omnibus itidem materiæ punctis, & omnium corporum centris gravitatis communem cenſeo, nimirum continuitas motuum, de qua egi num. 883, & alibi. Quodvis materiæ punctum ſecluſis motibus liberis, qui oriuntur ab imperio liberorum ſpirituum, debet deſcribere curvam quandam lineam continuam, cujus determinatio reducitur ad hujuſmodi problema generale: Dato numero punctorum materiæ, ac pro ſingulis dato puncto loci, quod occupent dato quopiam momento temporis, ac data directione, & velocitate motus initialis, ſi tum primo projiciuntur, vel tangentialis, ſi jam ante fuerunt in motu, ac data lege virium expreſſa per curvam aliquam continuam, cujuſmodi eſt curva figuræ 1, quæ meam hanc Theoriam continet, invenire ſingulorum punctorum trajectorias, lineas nimirum, per quas ea moventur ſingula. Id problema mechanicum quam ſublime ſit, quam omnem humanæ mentis excedat vim, ille ſatis intelliget, qui in Mechanica verſatus non nihil noverit, trium etiam corporum motus, admodum ſimplici etiam vi præditorum, nondum eſſe generaliter definitos, uti monui num. 204, & conſideret immenſum punctorum numerum, ac altiſſimam curvæ virium tantis flexibus circa axem circumvolutæ elevationem.

Quid curvæ deſcriptæ a punctis non habeant. Problema inverſum datis particulis deſcriptis tempuſculo utcunque parvo.

385. Sed licet ejuſmodi problema vires omnes humanæ mentis excedat; adhuc tamen unuſquiſque Geometra videbit facile, problema eſſe prorſus determinatum, & curvas ejuſmodi fore omnes continuas ſine ullo ſaltu, ſi in lege virium nullus ſit ſaltus. Quin immo & illud arbitror, in ejuſmodi curvis nec ullas uſquam cuſpides occurrere; nam nodos nullos eſſe conſequitur ex eo, quod nullum materiæ punctum redeat ad idem punctum ſpatii, in quo ipſum aliquando fuerit, adeoque nullus habeatur regreſſus, qui tamen ad nodum eſt neceſſarius. Hujuſmodi curvæ neceſſariæ eſſent omnes, & mens,

quæ

quæ tantam haberet vim, quanta requiritur ad ejusmodi problemata rite tractanda, & intimius perspiciendas solutiones (quæ quidem mens posset etiam finita esse, si finitus sit punctorum numerus, & per finitam expressionem sit data notio curvæ exprimentis legem virium) posset ex arcu continuo descripto tempore etiam utcunque exiguo a punctis materiæ omnibus derivare ipsam virium legem, cum quidam finiti tantummodo positionum numeri finitos determinare possint numeros punctorum curvæ virium, & arcus continuus legem ipsam continuam: & fortasse solæ etiam positiones omnium punctorum cum dato arcu continuo percurso ab unico etiam puncto motu continuo, exiguo etiam aliquo tempusculo, ad rem præstandam satis essent. Cognita autem lege virium, & positione, ac velocitate, & directione punctorum omnium dato tempore, posset ejusmodi mens prævidere omnes futuros necessarios motus, ac status, & omnia Naturæ phænomena necessaria, ab iis utique pendentia, atque prædicere: & ex unico arcu descripto a quovis puncto, tempore continuo utcunque parvo, quem aliqua mens satis comprehenderet, eadem determinare posset reliquum omnem ejusdem continuæ curvæ tractum utraque e parte in infinitum productum.

386. Nos eo aspirare non possumus, tum ob nostræ mentis imbecillitatem, tum quia ignoramus numerum, & positionem, ac motum punctorum singulorum (nam nec motus absolutos intuemur, sed respectivos tantummodo respectu Telluris, vel ad summum respectu systematis planetarii, vel systematis fixarum omnium) tum etiam, quia curvas illas turbant liberi motus, quos producunt spirituales substantiæ. Harmonia præstabilita Leibnitianorum ejusmodi perturbationem tollit omnem, saltem respectu animæ nostræ, cum omne immediatum commercium demat inter corpus, & animam; & id, quod tantopere improbatum est in Theoria Cartesiana, quæ bruta redegerat ad automata, ad homines etiam ipsos transfert, quorum motus a machina provenire omnes, & necessarios esse in ea Theoria, facile constat: & quidem idcirco etiam eadem mihi Theoria displicet plurimum, quam præterea si admitterem, nullam sane viderem, ne tenuissimam quidem rationem, quæ mihi suadere posset, præter animam meam, cujus ideæ per se, & sine ullo immediato nexu cum corpore evolvantur, me habere aliquod corpus, quod motus ullos habeat, & multo minus, ejusmodi motus esse conformes iis ideis, aut ullos alios esse homines, ullam naturam corpoream extra me; ad quæ omnia, & multo adhuc pejora, mentem suis omnia momentis librantem deducat omnino oportet ejusmodi sententia, quam promoveri passim, & vero etiam recipi, ac usque adeo gliscere, quin & omnino tolerari, semper miratus sum.

Cur ab humana mente solvi non possit. Quid officiat ei determinationi libertas: Harmoniæ præstabilitæ impugnatio.

387. Censeo igitur, & id intima vi, qua anima suarum idea-

Motus liberos

omnino ab anima progigni, sed non imprimi, nisi æqualiter in partes oppositas, & sine saltu.

idearum naturam, & proprietates quasdam, atque originem novit, constare arbitror, motus liberos corporis ab anima provenire: ac quemadmodum virium lex necessaria, in ipsa fortasse materiæ natura sita, ejusmodi est; ut juxta eam bina materiæ puncta debeant ad se invicem accedere, vel a se invicem recedere, determinata & quantitate motus, & directione per distantias; ita esse alias leges virium liberas animæ, secundum quas debeant quædam puncta materiæ habentia ejusmodi dispositionem, quæ ad vivum, & sanum corpus organicum requiritur, ad ipsius animæ nutum moveri; sed hujusmodi leges itidem censeo requirere illud, ut nulli materiæ puncto imprimatur motus aliquis, nisi alicui alteri imprimatur alius contrarius, & æqualis, quod constat ex ipso nisu, quem semper exercemus in partes contrarias, juxta ea, quæ diximus num. 74; ac itidem arbitror, & id ipsum diligenti observatione, & reflexione facile colligitur, ejusmodi quoque motus imprimi non posse, nisi servata lege continuitatis sine ullo saltu, quod si ab omnibus spiritibus observari debeat; discedent quidem veri motus a curvis illis necessariis, & a libera voluntatis determinatione pendebunt curvæ descriptæ; sed motuum continuitas nequaquam turbabitur.

Conclusiones deductæ: potissimum exclusio quietis.

388. Porro inde constat, cur in motibus nullum uspiam deprehendamus saltum, cur nullum materiæ punctum ab uno loci puncto abeat ad aliud punctum loci sine transitu per intermedia, cur nulla densitas mutetur per saltum, cur & motus reflexi, & refracti fiant per curvaturam continuam, ac alia ejusmodi, quæ huc pertinent. Verum simul patebit & illud, in cujus gratiam hæc congessimus, nullam fore absolutam quietem, in qua nimirum continuatus ille curvæ descriptæ ductus abrumpatur, ea continuitate læsa nihilo minus, quam læderetur, si curva continua desineret alicubi in rectam.

Æqualitas actionis, & reactionis, & ejus consectaria.

389. Jam vero ad actionis, & reactionis æqualitatem gradu facto, eam abunde deduximus a num. 265. pro binis quibusque corporibus ex actione, & reactione æqualibus in punctis quibuscunque. Cum nimirum mutuæ vires nihil turbent statum centri gravitatis communis, & centra gravitatis binarum massarum debeant cum ipso communi centro jacere in directum ad distantias hinc, & inde reciproce proportionales ipsis massis, ut ibidem demonstravimus; consequitur illud, motus quoscunque, quos ex mutua actione habebunt binarum massarum centra gravitatis, debere fieri in lineis similibus, & proportionalibus distantiæ singularum ab ipso gravitatis centro communi, adeoque reciproce proportionalibus ipsis massis; & quod inde consequitur, summam motuum computatorum secundum directionem quancunque, quam ex mutuis actionibus acquiret altera massa, fore semper æqualem summæ motuum computatorum secundum oppositam, quam massa altera acquiret simul, in quo ipso sita est actionis & reactionis æqualitas, ex qua corporum

colli-

collisiones deduximus in secunda parte, & ex qua multa phænomena pendent, in Astronomia inprimis.

390. Illud unum hic adnotandum censeo, per hanc ipsam legem comprobari plurimum ipsas vires mutuas inter materiæ particulas, & deveniri ad originem motuum plurimorum, quæ inde pendet; si nimirum particulæ massæ cujuslibet ingentem habeant motum reciprocum hac, illac, & interea centrum commune gravitatis iisdem iis motibus careat; id sane indicio est, eos motus provenire ab internis viribus mutuis inter puncta ejusdem massæ. Id vero accidit inprimis in fermentationibus, quæ habentur post quarundam substantiarum permixtionem, quarum particulæ non omnes simul jam in unam feruntur plagam, jam in aliam, sed singillatim motibus diversissimis, & inter se etiam contrariis, quos idcirco motus omnes illarum centra gravitatis habere non possunt: ii motus provenire omnino debent a mutuis viribus, & commune gravitatis centrum interea quiescet respectu ejus vasis, in quo fermentatio fit, & Terræ, respectu cujus quiescit vas.

Inde an motus massæ proveniat a viribus internis, an ab externis.

391. Quod ad divisibilitatem pertinet, eam quidem in infinitum progredientem sine ullo limite in spatio continuo ille solus non agnoscet, qui Geometriæ etiam elementaris vim non sentiat, a qua pro ejusmodi divisibilitate in infinitum tam multa, & simplicia, & perspicua sane argumenta desumuntur. Ubi ad materiam fit transitus; si, ubi de ea agitur, quæ distinctas occupant loci partes, distincta etiam sunt; ab illa spatii continui divisibilitate in infinitum, materiæ quoque divisibilitas in infinitum consequitur evidentissime, & utcunque prima materiæ elementa atomos, sive Naturæ vi insectilia censeant multi, ut & Newtonus; adhuc tamen absolutam eorum divisibilitatem agnoscunt passim illi ipsi.

Divisibilitas in infinitum spatii continui; & materiæ itidem si sit continua, & sine virtuali extensione.

392. Materiæ elementa extensa per spatium divisibile, sed omnino simplicia, & carentia partibus, admiserunt nonnulli e Peripateticis, & est etiam nunc, qui recentiorem Philosophiam professus admittat; at eam sententiam non ex præjudicio quodam, quanquam id etiam est ingens, & commune, sed ex inductionis principio, & analogia impugnavi in prima parte num. 83. Quamobrem arbitror, si quid corporeum extensionem habeat per totum quodpiam continuum spatium, id ipsum debere absolute habere partes, & esse divisibile in infinitum æque, ac illud ipsum est spatium.

Virtualem extensionem non haberi.

393. At in mea Theoria, in qua prima elementa materiæ mihi sunt simplicia, ac inextensa, nullam eorum divisibilitatem haberi constat. Massæ autem, quæcunque actu existant, sunt mihi congeries punctorum ejusmodi numero finitæ. Hinc eæ congeries dividi utique possunt in partes, sed non plures, quam sit ipse punctorum numerus massam constituentium, cum nulla pars minus continere possit, quam unum ex iis punctis. Nec Geometrica argumenta quidquam probant in mea Theo-

Puncta esse indivisibilia: massas divisibiles usque ad certum limitem singulas.

ria pro divisibilitate ultra eum limitem; posteaquam enim deventum fuerit ad intervalla minora, quam sit distantia duorum punctorum, sectiones ulteriores secabunt intervalla ipsa vacua, non materiam.

Componibilitas in infinitum.

394. Verum licet ego non habeam divisibilitatem in infinitum, habeo tamen componibilitatem, ut appellare soleo, in infinitum. In quovis dato spatio habebitur quidem semper certus quidam punctorum numerus, qui idcirco etiam finitus erit; neque enim ego admitto infinitum ullum in Natura, aut in extensione, neque infinite parvum in se determinatum, quod ego positiva demonstratione exclusi primum in mea Dissertatione *de Natura, & usu infinitorum, & infinite parvorum*; tum & aliis in locis; quod tamen requireretur ad hoc, ut intra finitum spatium contineretur punctorum numerus indefinitus: at longe aliter se res habet; si consideremus, qui numerus punctorum in dato spatio possit existere: tum enim nullus est numerus finitus ita magnus, ut alius adhuc finitus ipso major haberi in eo spatio non possit. Nam inter duo puncta quæcunque potest in medio interseri aliud, quod quidem neutrum continget; aliter enim etiam ea duo se contingerent mutuo, & non distarent, sed compenetrarentur. Potest autem eadem ratione inter hoc novum, & priora illa interseri novum utrinque, & ita porro sine ullo limite: adeoque deveniri potest ad numerum punctorum quovis determinato utcunque magno majorem in unica etiam recta, & proinde multo magis in spatio extenso in longum, latum, & profundum. Hanc ego voco componibilitatem in infinitum. Numerus, qui in quavis data massa existit, finitus est: sed dum eum Naturæ Conditor determinare voluit, nullos habuit limites, quos non potuerit prætergredi, nullum ultimum habente terminum serie illa possibilium finitorum in infinitum crescentium.

Ejus æquivalentia cum divisibilitate in infinitum.

395. Hæc componibilitas in infinitum æquivalet divisibilitati in ordine ad explicanda Naturæ phænomena. Posita divisibilitate materiæ in infinitum, solvitur facile illud problema: *Datam massam utcunque parvam, ita distribuere per datum spatium utcunque magnum, ut in eo nullum sit spatiolum majus dato quocunque utcunque parvo penitus vacuum, & sine ulla ejus materiæ particula.* Concipitur enim numerus, quo illud magnum spatium datum continere possit hoc spatiolum exiguum, qui utique finitus est, & in se determinatus: concipitur in totidem particulas divisa massula, & singulæ particulæ destinantur singulis spatiolis; quæ iterum dividi possunt, quantum libuerit, ut parietes spatioli sui convestiant, qui utique ad unam ejus transversam sectionem habent finitam rationem, adeoque continua sectione planis parallelis facta possunt ipsi parietes convestiri segmentis suæ particulæ, vel possunt ejus particulæ segmenta iterum per illud spatiolum utcunque dispergi. In

mea

mea Theoria substituitur hujusmodi aliud problema: *Intra datum spatiolum collocare eum punctorum numerum, qui deinde distribui possit per spatium utcunque magnum ita, ut in eo nullum sit spatiolum cubicum majus dato quocunque utcunque parvo penitus vacuum, & quod in se non habeat numerum punctorum utcunque magnum.*

396. Quod in ordine ad explicanda phænomena hoc secundum problema æquivaleat illi primo, patet utique: nam solum deest convestitio parietum continua mathematice: sed illi succedit continuatio physica, cum in singulis parietibus collocari possit ejus ope quicunque numerus utcunque magnus, distantiis idcirco imminutis utcunque. Quod in mea Theoria secundum illud problema solvi possit ope expositæ componibilitatis in infinitum, patet: quia ut inveniatur numerus, qui ponendus est in spatiolo dato, satis est, ut numerus vicium, quo ingens spatium datum continet illud spatiolum posterius, multiplicetur per numerum punctorum, quem velimus collocari in hoc ipso quovis posteriore spatiolo post dispersionem, & auctor Naturæ potuit utique intra illud spatiolum primum hunc punctorum numerum collocare. Demonstratur ea ipsa.

397. Jam quod pertinet ad divisibilitatem immanem, quam nobis ostendunt Naturæ phænomena in coloratis quibusdam corporibus, immanem molem aquæ inficientibus eodem colore, in auro usque adeo ductili, in odoribus, & ante omnia in lumine, omnia mihi cum aliis communia erunt; & quoniam nulla ex observationibus nobis potest ostendere divisibilitatem absolute infinitam, sed ingentem tantummodo respectu divisionum, quibus plerumque assuevimus; res ex meo problemate æque bene explicabitur per componibilitatem, ac in communi Theoria ex illo alio per divisibilitatem materiæ in infinitum. Divisibilitas in Natura immanis.

398. Prima materiæ elementa volunt plerunque immutabilia, & ejusmodi, ut atteri, atque confringi omnino non possint, ne nimirum phænomenorum ordo, & tota Naturæ facies commutetur. At elementa mea sunt sane ejusmodi, ut nec immutari ipsa, nec legem suam virium, ac agendi modum in compositionibus commutare ullo modo possint; cum nimirum simplicia sint, indivisibilia, & inextensa. Ex iis autem juxta ea, quæ diximus num. 239 ad distantias perquam exiguas collocatis in limitibus virium admodum validis oriri possunt primæ particulæ minus jam tenaces suæ formæ, quam simplicia elementa, sed ob ingentem illam viciniam adhuc tenacissimæ idcirco, quod alia particula quævis ejusdem ordinis in omnia simul ejus puncta fere æqualiter agat, & vires mutuæ majores sint, quam sit discrimen virium, quibus diversa ejus puncta solicitantur ab illa particula. Ex hisce primi ordinis particulis possunt constare particulæ ordinis secundi; adhuc minus tenaces, & ita porro; quo enim plures compositiones sunt, & majores distantiæ, eo facilius fieri potest, ut inæqualitas Immutabilitas primorum elementorum materiæ: ordines diversi particularum minus, ac minus immutabilium.

virium, quæ sola mutuam positionem turbat, incipiat esse major, quam sint vires mutuæ, quæ tendunt ad conservandam mutuam positionem, & formam particularum; & tunc jam alterationes, & transformationes habebuntur, quas videmus in corporibus hisce nostris, & quæ habentur etiam in pluribus particulis postremorum ordinum, hæc ipsa nova corpora componentibus. Sed prima materiæ elementa erunt omnino immutabilia, & primorum etiam ordinum particulæ formas suas contra externas vires validissime tuebuntur.

Gravitas exhibita a postremo arcu curvæ accedens ad Newtonianam quamproxime: posse nostro concipiendi modo fieri absolute talem.

399. Gravitas etiam inter generales proprietates a Newtonianis inprimis numeratur, quibus assentior; dummodo ea reipsa non habeat rationem reciprocam duplicatam distantiarum extensam ad omnes distantias, sed tantum ad distantias ejusmodi, cujusmodi sunt eæ, quæ interjacent inter distantiam nostrorum corporum a parte multo maxima massæ terrestris, & distantias a Sole apheliorum pertinentium ad cometas remotissimos, & dummodo in hoc ipso tractu sequatur non accuratissime, sed, quam libuerit, proxime, rationem ipsam reciprocam duplicatam, juxta ea, quæ diximus num. 121. Ejusmodi autem gravitas exhibetur ab arcu illo postremo meæ curvæ figuræ 1, qui, si gravitas extenditur cum eadem illa lege ad sensum, vel cum aliqua simili, in infinitum, erit asymptoticus. Posset quidem, ut monui num. 119, concipi gravitas etiam accurate talis, quæ extendatur ad quascunque distantias cum eadem lege, & præterea alia quædam vis exposita per aliam curvam, in quam vim, & in gravitatem accurate reciprocam quadratis distantiæ resolvatur lex virium figuræ 1; quæ quidem vis in illis distantiis, in quibus gravitas sequitur quam proxime ejusmodi legem, esset insensibilis; in aliis autem distantiis plurimis ingens esset: ac ubi figura 1 exhibet repulsiones, deberet esse vis hujus alterius conceptæ legis itidem repulsiva tanto major, quam vis legis primitivæ figuræ 1, quanta esset gravitas ibi concepta, quæ nimirum ab illo additamento vis repulsivæ elidi deberet. Sed hæc jam a nostro concipiendi modo penderent, ac in ipsa mea lege primitiva, & reali, gravitas utique est generalis materiæ, ac legem sequitur rationis reciprocæ duplicatæ distantiarum, quanquam non accurate, sed quamproxime, nec ad omnes extenditur distantias; sed illas, quas exposui.

Gravitatem generalem haberi in toto solari systemate, nec posse tribui pressioni fluidi.

400. Ceterum gravitatem generalem haberi in toto planetario systemate, ego quidem arbitror omnino evinci iisdem argumentis ex Astronomia petitis, quibus utuntur Newtoniani, quæ hic non repeto, cum ubique prostent, & quæ tum alibi ego quidem congessi pluribus in locis, tum in *Adnotationibus ad poema P. Noceti De Aurora Boreali*. Illud autem arbitror evidentissimum, illum accessum ad Solem cometarum, & planetarum primariorum, ac secundariorum ad primarios, quem videmus in descensu a recta tangente ad arcum curvæ, & multo magis alios motus a mutua gravitate pendentes haberi omnino non

non posse per ullius fluidi pressionem; nam ut alia prætermittam sane multa, id fluidum, quod sola sua pressione tantum possit in ejusmodi globos, multo plus utique posset occursu suo contra illorum tangentialem velocitatem, quæ omnino deberet imminui per ejusmodi resistentiam, cum ingenti perturbatione arearum, & totius Astronomiæ Mechanicæ perversione; adeoque id fluidum vel resistentiam ingentem deberet parere planetæ, aut cometæ progredienti, vel ne pressione quidem ullum ipsi sensibilem imprimit motum.

401. Ejus autem præcipuæ leges sunt, ut directe respondeat massæ, & reciproce quadratis distantiarum a singulis punctis massæ ipsius, quod in mea Theoria est admodum manifestum ita esse debere; nam ubi ventum est ad arcum illum meæ curvæ, qui gravitatem refert, vires omnes jam sunt attractivæ, & eandem illam ad sensum sequuntur legem, adeoque aliæ alias non elidunt contrariis directionibus, sed summa earum respondet ad sensum summæ punctorum; nisi quatenus ob inæqualem punctorum distantiam, & positionem, ad habendam accurate ipsam summam, ubi moles sunt aliquanto majores, opus erit illa reductione, qua Mechanici utuntur passim, & cujus ope inveniuntur leges, secundum quas punctum in data distantia, & positione situm respectu massæ habentis datam figuram, ab ipsa attrahitur; ubi, quemadmodum indicavimus num. 347, globus in globum ita gravitat, ut gravitaret; si totæ eorum massæ essent compenetratæ in eorum centris: at in aliis figuris longe aliæ leges obveniunt.

Eam ex ipsa Theoria respondere massæ directe, & quadrato distantiæ reciproce.

402. Verum hic illud maxime Theoriam commendat meam, quod num. 212 notandum dixi, quod videamus tantam hanc conformitatem in vi gravitatis in omnibus massis; licet eædem in ordine ad alia phænomena, quæ a minoribus distantiis pendent, tantum discrimen habeant, quantum habent diversa corpora in duritie, colore, sapore, odore, sono. Nam diversa combinatio punctorum materiæ inducit summas virium admodum diversas pro iis distantiis, in quibus adhuc curva virium contorquetur circa axem; & proinde exigua mutatio distantiæ vires attractivas mutat in repulsivas, ac vice versa summis differentias substituit; dum in distantiis illis, in quibus gravitas servat quamproxime leges, quas diximus, curva ordinatas omnes ejusdem directionis habet, & vero etiam distantia parum mutata, fere easdem; quod necessario inducit tanta priorum casuum discrimina, & tantam in hoc postremo conformitatem.

Commendatio Theoriæ ex conformitate omnium corporum in ea, & discrimine in tot aliis.

403. Distinctio gravitatis (quæ est ut massa, in quam tenditur, directe, & quadratum distantiæ reciproce) a pondere (quod est præterea ut massa, quæ gravitat) est mihi eadem, ac Newtonianis, & omnibus Mechanicis; & illa vim acceleratricem exhibet, hoc vim motricem, cum illa determinet vim puncti gravitantis cujusvis, a qua pendet celeritas massæ; hoc

Omnia fere a gravitate pendentia sint communia huic Theoriæ cum communi: nonnullorum in ea facilior deductio.

hoc summam virium ad omnia ejusmodi puncta pertinentium? Pariter communia mihi sunt, quæcunque pertinent ad gravium motus a Galilæo, & Hugenio definitos, nisi quod gravitatis resolutionem in descensu per plana inclinata, & in gravibus sustentatis per bina obliqua plana, vel obliqua fila, reducam ad compositionem juxta num. 284, & 286, & centrum oscillationis, una cum centro æquilibrii, & vecte, & libra, & machinarum principiis deducam e consideratione systematis trium massarum in se mutuo agentium, ac potissimum a simplici theoremate ad id pertinente, quæ fuse persecutus sum a num. 307. Communia pariter mihi sunt, quæcunque habentur in cælesti Newtoniana Mechanica jam ubique recepta de planetarum, & cometarum motibus, de perturbationibus motuum potissimum Jovis, & Saturni in distantiis minoribus a se invicem, de aberrationibus Lunæ, de maris æstu, de figura Telluris, de præcessione æquinoctiorum, & nutatione axis; quin immo ad hæc postrema problemata rite solvenda, multo tutior, & expeditior mihi panditur via, quæ me eo deducet post considerationem systematis massarum quatuor jacentium etiam non in eodem plano communi, & connexarum invicem per vires mutuas, uti ad centrum oscillationis etiam in latus in eodem plano, & ad centrum percussionis in eadem recta tam facile me deduxit consideratio systematis massarum trium.

Immobilitas fixarum quomodo a Newtonianis expliceur.

404. Illud mihi præterea non est commune, quod pertinet ad immobilitatem stellarum fixarum, quam contra generalem Newtoni gravitatem vulgo solent objicere, quæ nimirum debeant ea attractione mutua ad se invicem accedere, & in unicam demum coire massam. Respondent alii, Mundum in infinitum protendi, & proinde quamvis fixam æque in omnes partes trahi. Sed in actu existentibus infinitum absolutum, ego quidem censeo, haberi omnino non posse. Recurrunt alii ad immensam distantiam, quæ non sinat motum in fixis oriundum a vi gravitatis, ne post immanem quidem sæculorum seriem sensu percipi. Ii in eo verum omnino affirmant; si enim concipiamus fixas Soli nostro æquales & similes, vel saltem rationem luminum, quæ emittunt, non multum discedere a ratione massarum; quoniam & vis ipsis massis proportionalis est, ac præterea tam vis, quam lumen decrescit in ratione reciproca duplicata distantiarum; erit vis gravitatis nostri solaris systematis in omnes stellas, ad vim gravitatis nostræ in Solem, quæ multis vicibus est minor, quam vis gravitatis nostrorum gravium in Terram, ut est tota lux, quæ provenit a fixis omnibus, ad lucem, quæ provenit a Sole, quæ ratio est eadem, ac ratio noctis ad diem in genere lucis. Quam exiguus motus inde consequi possit eo tempore, cujus temporis ad nos devenire potuit notitia, nemo non videt. Si fixæ omnes ad eandem etiam jaceant plagam, is motus omnino haberi posset pro nullo.

Difficultas residua sublata ab hac Theoria.

405. Adhuc tamen, quoniam nostra vita, & memoria respectu immensi fortasse subsecuturi ævi est itidem fere nihil; si gra-

si gravitas generalis in infinitum protendatur cum eadem illa lege, & eodem asymptotico crure, utique non solum hoc systema nostrum solare, sed universa corporea natura ita, paullatim utique, sed tamen perpetuo ab eo statu recederet, in quo est condita, & universa ad interitum necessario rueret, ac omnis materia deberet demum in unicam informem massam conglobari, cum fixarum gravitas in se invicem, nullo obliquo, & curvilineo motu elidatur. Id quidem haud ita se habere, demonstrari omnino non potest: adhuc tamen Divinæ Providentiæ videtur melius consulere Theoria, quæ ejus etiam ruinæ universalis evitandæ viam aperiat, ut aperit sane mea. Fieri enim potest, uti notavimus n. 170, ut postremus ille curvæ meæ arcus, qui exhibet gravitatem, posteaquam recesserit ad distantias majores, quam sint cometarum omnium ad nostrum solare systema pertinentium distantiæ maximæ a Sole, incipiat recedere plurimum ab hyperbola habente ordinatas reciprocas quadratorum distantiæ, ac iterum axem secet, & contorqueatur. Eo pacto posset totum aggregatum fixarum cum Sole esse unica particula ordinis superioris ad eas, quæ hoc ipsum systema componunt, & pertinere ad systema adhuc in immensum majus, & fieri posset, ut plurimi sint ejus generis ordines particularum ejusmodi etiam, ut ejusdem ordinis particulæ sint penitus a se invicem segregatæ sine ullo possibili commeatu ex una in aliam per asymptoticos arcus plures meæ curvæ, juxta ea, quæ exposui a num. 171.

406. Hoc pacto difficultas, quæ a necessario fixarum accessu repetebatur contra Newtonianam Theoriam, in mea penitus evanescit, ac simul a gravitate jam gradum fecimus ad cohæsionem, quam ex generalibus materiæ proprietatibus posueram postremo loco. Cohæsionem explicuerunt aliqui per puram quietem, ut Cartesiani, alii per motus conspirantes, ut Joannes Bernoullius, ac Leibnitius, quam explicationem illustrarunt exemplo illius veli aquæ, quod in fontibus quibusdam cernimus, quod velum fit tantummodo ex conspirante motu guttularum tenuissimarum, & tamen si quis digito velit perrumpere, eo majorem resistentiam sentit, quo velocitas aquæ effluentis est major, ut idcirco multo adhuc major conspirantis motus velocitas videatur nostrorum cohæsionem corporum exhibere, quæ non nisi immani vi confringimus, ac in partes dividimus. Utraque explicandi ratio eodem redit, si quietis nomine intelligatur non utique absoluta quies, quæ translata Tellure a Cartesianis nequaquam admittebatur, sed respectiva: nam etiam conspirantes motus nihil sunt aliud, nisi quies respectiva illarum partium, quæ conspirant in motibus.

Cohæsionis explicatio per quietem, vel motus conspirantes.

407. At neutra eam explicat, quam cohæsionem reipsa dicimus, sed cohæsionis quendam velut effectum. Ea, quæ cohærent, utique respective quiescunt, sive motus conspirantes habent, & id quidem ipsum in hac mea Theoria accidit iti-

Illas exponere effectum, causam non exhibere.

itidem, in qua cum singula puncta materiæ suam pergant semper eandem continuam curvam describere, ea, quæ cohærent inter se, toto eo tempore, quo cohærent, arcus habent curvarum suarum inter se proximos, & in arcubus ipsis conspirantes motus. Sed in iis, quæ cohærent, id ipsum, quod motus ibi sint conspirantes, non est sine causa pendente a mutuis eorum viribus, quæ causa impediat separationem alterius ab altero, ac in ea ipsa causa stat discrimen cohærentium a contiguis. Si duo lapides in plano horizontali jaceant, utique habent motum conspirantem, quem circa Solem habet Tellus; sed si tertius lapis in alterutrum incurrit, vel ego ipsum submoveo manu, statim sine ulla vi mutua, quæ separationem impediat, dividuntur, & motus desinit esse conspirans. Hanc ipsam quærimus causam, dum in cohæsionem inquirimus. Nec velocitas motus, & exemplum veli aquæ rem conficit. Motus conspirans duorum lapidum contiguorum cum tota Tellure est utique multo velocior, quam motus particularum aquæ proveniens a gravitate in illo velo, & tamen sine ulla difficultate separantur. In aqua experimur difficultatem perrumpendi velum, quia ille motus conspirans non est communis etiam nobis & Telluri, ut est motus illorum lapidum; unde fit, ut vis, quam pro separatione applicamus singulis particulis, perquam exiguo tempore possit agere, & ejus effectus citissime cesset, iis decidentibus, & supervenientibus semper novis particulis, quæ cum tota sua ingenti respectiva velocitate incurrunt in digitum. At in corporibus, in quibus partes cohærentes cernimus, eæ partes nullam habent velocitatem respectivam respectu nostri, nec aliæ succedunt aliis fugientibus. Quamobrem longe aliter in iis se res habet, & oportet invenire causam longe aliam, præter ipsum solum conspirantem motum, ut explicetur difficultas, quam experimur in iis separandis, & in inducendo motu non conspirante.

Explicatio petita a pressione fluidi: cur adhiberi non possit.

408. Sunt, qui adducant pressionem fluidi cujuspiam tenuissimi, uti pressio atmosphæræ extracto aere ex hemisphæriis etiam vacuis ipsorum separationem impedit vi respondente ponderi ipsius atmosphæræ, quæ vis cum in vulgaribus cohæsionibus, & vero etiam in hemisphæriis bene ad se invicem adductis, sit multis vicibus major, quam pondus atmosphæræ ipsius, quod se prodit in suspensione mercurii in barometris; aliud auxilio advocant tenuius fluidum. At inprimis ejus fluidi hypothesis precaria est; deinde huc illud redit, quod supra etiam monui, ubi de gravitatis causa egimus, quod nimirum meo quidem judicio explicari nullo modo possit, cur illud fluidum, quod sola pressione tantum potest, nihil omnino ad sensum possit incursu suo contra celerrimos planetarum, & cometarum motus. Accedit etiam, quod distractio, & compressio fibrarum, quæ habetur ante fractionem solidorum corporum, ubi franguntur appenso inferne, vel superne imposito

pon-

pondere ingenti, non ita bene cum ea sententia conciliari posse videatur.

Explicatio Newtoni ab attractione in minimis distantiis: cur admitti non possit.

409. Newtonus adhibuit ad eam rem attractionem diversam ab attractione gravitatis, quanquam is quidem videtur eam repetere itidem a tenuissimo aliquo fluido comprimente; repetit certe sub finem Opticæ a spiritu quodam intimas corporum substantias penetrante, cujus spiritus nomine quid intellexerit, ego quidem nunquam satis assequi potui; cujus quidem agendi modum & sibi incognitum esse profitetur. Is posuit ejusmodi attractionem imminutis distantiis crescentem ita, ut in contactu sit admodum ingens, & ubi primigeniæ particulæ se in planis continuis, adeoque in punctis numero infinitis contingant, sit infinities major, quam ubi particulæ primigeniæ particulas primigenias in certis punctis numero finitis contingant, ac eo minor sit, quo pauciores contactus sunt respectu numeri particularum primigeniarum, quibus constant particulæ majores, quæ se contingunt, quorum contactuum numerus cum eo sit minor, quo altius ascenditur in ordine particularum a minoribus particulis compositarum, donec deveniatur ad hæc nostra corpora; inde ipse deducit, particulas ordinum altiorum minus itidem tenaces esse, & minime omnium hæc ipsa corpora, quæ malleis, & cuneis dividimus. At mihi positiva argumenta sunt contra vires attractivas crescentes in infinitum, ubi in infinitum decrescant distantiæ, de quibus mentionem feci num. 126; & ipsa meæ Theoriæ probatio evincit, in minimis distantiis vires repulsivas esse, non attractivas, ac omnem immediatum contactum excludit: quamobrem alibi ego quidem cohæsionis rationem invenio, quam mea mihi Theoria sponte propemodum subministrat.

Cohæsionem repetendam a limitibus virium

410. Cohæsio mihi est igitur juxta num. 165 in iis virium limitibus, in quibus transitur a vi repulsiva in minoribus distantiis, ad attractivam in majoribus; & hæc quidem est cohæsio inter duo puncta, qua fit, ut repulsio diminutionem distantiæ impediat, attractio incrementum, & puncta ipsa distantiam, quam habent, tueantur. At pro punctis pluribus cohæsio haberi potest, tum ubi singula binaria punctorum sunt inter se in distantiis limitum cohæsionum, tum ubi vires oppositæ eliduntur, cujusmodi exemplum dedi num. 223.

Cohæsio duorum punctorum: limites cohæsionis posse esse quotcunque, utcunque fortes, quocunque ordine positos.

411. Porro quod ad ejusmodi cohæsionem pertinet, multa ibi sunt notatu digna. Inprimis ubi agitur de binis punctis, tot diversæ haberi possunt distantiæ cum cohæsione, quot exprimit numerus intersectionum curvæ virium cum axe unitate auctus, si forte sit impar, ac divisus per duo. Nam primus quidem limes, in quo curva ab arcu asymptotico illo primo, sive a repulsionibus impenetrabilitatem exhibentibus transit ad primum attractivum arcum, est limes cohæsionis, & deinde alterni intersectionum limites sunt non cohæsionis, & cohæ-

 sionis,

sionis, juxta num. 179; unde fit, ut si intersectionum se consequentium assumatur numerus par; dimidium sit limitum cohæsionis. Hinc quoniam in solutione problematis expositi num. 117 ostensum est, curvam simplicem illam meam habere posse quencunque demum intersectionum numerum; poterit utique etiam pro duobus tantummodo punctis haberi quicunque numerus distantiarum differentium a se invicem cum cohæsione. Poterunt autem ejusmodi cohæsiones ipsæ esse diversissimæ a se invicem soliditatis, ac nexus, limitibus vel validissimis, vel languidissimis utcunque, prout nimirum ibi curva secuerit axem fere ad perpendiculum, & longissime abierit, vel potius ad illum inclinetur plurimum, & parum admodum discedat; nam in priore eorum casuum vires repulsivæ imminutis, & attractivæ auctis utcunque parum distantiis, ingentes erunt; in posteriore plurimum immutatis, perquam exiguæ. Poterunt autem etiam e remotioribus limitibus aliqui esse multo languidiores, & alii multo validiores aliquibus e propioribus; ut idcirco cohæsionis vis nihil omnino pendeat a densitate, sed cohæsio possit in densioribus corporibus esse vel multo magis, vel multo minus valida, quam in rarioribus, & id in ratione quacunque.

In massis numerus limitum multo major: problema pro iis inveniendis quomodo solvendum.

412. Quæ de binis punctis sunt dicta, multo magis de massis continentibus plurima puncta, dicenda sunt. In iis numerus limitum est adhuc major in immensum, & discrimen utique majus. Inventio omnium positionum pro dato punctorum numero, in quibus tota massa haberet limitem quendam virium, esset problema molestum, & calculus ad id solvendum necessarius in immensum excresceret, existente aliquo majore punctorum numero. Sed tamen data virium lege solvi utique posset. Satis esset assumere positiones omnium punctorum respectu cujusdam puncti in quadam arbitraria recta ad arbitrium collocati, & substitutis singulorum binariorum distantiis a se invicem in æquatione curvæ primæ pro abscissa, ac valoribus itidem assumptis pro viribus singulorum punctorum pro ordinatis, eruere totidem æquationes, tum reducere vires singulas singulorum punctorum ad tres datas directiones, & summam omnium eandem directionem habentium in quovis puncto ponere $= o$: orirentur æquationes, quæ paullatim eliminatis valoribus incognitis assumptis, demum ad æquationes perducerent definientes punctorum distantias necessarias ad æquilibrium, & respectivam quietem, quæ altissimæ essent, & plurimas haberent radices; nam æquationes, quo altiores sunt, eo plures radices habere possunt, ac singulis radicibus singuli limites exhiberentur, vel singulæ positiones exhibentes vim nullam. Inter ejusmodi positiones illæ, in quibus repulsioni in minoribus distantiis habitæ, succederent attractiones in majoribus, exhiberent limites cohæsionis, qui adhuc essent quam plurimi, & inter se magis diversi, quam limites ad duo tantummodo pun-

cta pertinentes; cum in compositione plurium semper utique crescat multitudo, & diversitas casuum. Sed hæc innuisse sit satis.

413. Ubi confringitur massa aliqua, & dividitur in duas partes, quæ prius tenacissime inter se cohærebant, si iterum illæ partes adducantur ad se invicem; cohæsio prior non redit, utcunque apprimantur. Ejus rei ratio apud Newtonianos est, quod in illa divisione non æque divellantur simul omnes particulæ, ut textus remaneat idem, qui prius: sed prominentibus jam multis, harum in restitutione contactus impediat, ne ad contactum deveniant tam multæ particulæ, quam multæ prius se mutuo contingebant, & quam multis opus esset ad hoc, ut cohæsio fieret iterum satis firma: at ubi satis lævigatæ binæ superficies ad se invicem apprimantur, sentiri primo resistentiam ingentem dicunt, donec apprimuntur: sed ubi semel satis appressæ sint, cohærere multis vicibus majore vi, quam sit pondus aeris comprimentis; quia antequam deveniatur ad eos contactus, haberi debet repulsiva vis ingens, quam in majoribus distantiis, sed adhuc exiguis, agnovit Newtonus ipse, cui cum deinde succedat in minoribus vis attractiva, quæ in contactu evadat maxima, & in lævigato marmore satis multi contactus obtineantur simul; idcirco deinde satis validam cohæsionem consequi.

Cur partes solidi fracti ad se invicem appressæ non acquirant cohæsionem priorem, ratio in Theoria Newtoniana.

414. Quidquid ipsi de contactibus dicunt, id in mea Theoria dicitur æque de satis validis cohæsionis limitibus. In scabra superficie satis multæ prominentes particulæ progressæ ultra limites, in quibus ante sibi cohærebant, repulsionem habent ejusmodi, quæ impediat accessum reliquarum ad limites illos ipsos, in quibus fuerant ante divulsionem. Inde fit, ut ibi nimis paucæ simul reduci possint ad cohæsionem particulæ, dum in lævigatis corporibus adducuntur simul satis multæ. Ubi autem duo marmora, vel duo quæcunque satis solida corpora, bene complanata, & lævigata sola appressione cohæserunt invicem, illa quidem admodum facile divelluntur; si una superficies per alteram excurrat motu ipsis superficiebus parallelo; licet motu ad ipsas superficies perpendiculari usque adeo difficulter distrahi possint: quia particulæ eo motu parallelo delatæ, quæ adhuc sunt procul a marginibus partium congruentium, vires sentiunt hinc, & inde a particulis lateralibus, a quibus fere æquidistant, fere æquales, adeoque sentitur resistentia earum attractionum tantummodo, quas in se invicem exercent marginales particulæ, dum augent distantias limitum: nam mihi citra limitem quenvis cohæsionis est repulsio, ultra vero attractio; licet ipsi deinde adhuc aliæ & attractiones, & repulsiones possint succedere. Ubi autem perpendiculariter distrahuntur, debet omnium simul limitum resistentia vinci.

Ejusdem ratio in hac Theoria.

415. Nec vero idem accidit, ubi marmora integra, & nunquam adhuc divisa, inter se cohærent; tum enim fibræ possunt esse multæ, quarum particulæ adhuc in minori-

Discrimen massæ primigeniæ, a binis frustis etiam lævigatis

bus

ad se invicem appressis.

bus distantiis, & multo validioribus limitibus inter se cohæreant, ad quos sensim devenerint aliæ post alias iis viribus, quibus marmor induruit, ad quos nunc iterum reduci nequeant omnes simul, dum marmora apprimuntur, quæ ulteriorum limitum minus adhuc validorum, sed validorum satis repulsivas vires simul sentiunt, ob quas non possunt denticuli, qui adhuc supersunt perquam exigui post quamvis lævigationem, in foveolas se immittere, & ad ulteriores limites validiores devenire; præterquam quod attritione, & lævigatione illa plurimarum particularum ordinis proximi massis nobis sensibilibus inducitur discrimen satis amplum inter massam solidam primigeniam, & binas massas complanatas, lævigatasque ad se invicem appressas.

Distractio, & compressio fibrarum ante fractionem hic commode explicata.

416. Inde autem in mea Theoria satis commode explicatur & distractio, & compressio fibrarum ante fractionem; cum nimirum nihil apud me pendeat ab immediato contactu, sed a limitibus, quorum distantia mutatur vi utcunque exigua; sed si satis validi sint, ad vincendam satis magno accessu omnem repulsionem, vel recessu attractionem, requiritur satis magna vis: quæ quidem repulsio, & attractio in aliis limitibus longe mihi alia est, tam si vis ipsa consideretur, quam si consideretur spatii, per quod ea agit, magnitudo, quæ omnia pendent a forma, & amplitudine arcuum, quibus hinc, & inde circa axem contorquetur mea virium curva. Hinc in aliis corporibus ante fractionem compressiones, & distractiones esse possunt longe majores, vel minores, & longe major, vel minor vis requiri potest ad fractionem ipsam, quæ vis, ubi distantiis immutatis, superaverit maximam arcus ulterioris repulsivam vim in recessu, superatis multo magis reliquis omnibus posterioribus viribus repulsivis ope celeritatis quoque jam acquisitæ per ipsam vincentem vim, & per attractivas intermixtas vires, quæ ipsam juvant, defert particulas massam constituentes ad illas distantias, in quibus jam nulla vis habetur sensibilis, sed ad tenuissimum gravitatis arcum acceditur.

Hinc cur solida corpora nimio pondere pressa confringantur.

417. Hinc autem etiam illud in mea Theoria commodius accidit, quam in communi, quod in mea statim apparet, cur pila quæcunque utcunque solidi corporis post certa imposita pondera confringatur, & confringatur etiam solidus globus utrinque compressus; cum multo magis appareat, quo pacto textus, & dispositio particularum necessaria ad summam virium satis validam mutari possit, ubi omnia puncta a se invicem distant in vacuo libero, quam ubi continuæ compactæ partes se contingant, nec ulla mihi est possibilis solida pila, quæ Mundum totum, si vi gravitatis in certam plagam feratur totus, sustineat, ut in sententia de continua extensione materiæ pila perfecte solida utcunque tenuis ad eam rem abunde sufficeret.

Communia esse huic theoriæ cum communi

418. Hisce omnibus jam accurate expositis, communia mihi sunt ea omnia, quæ pertinent ad methodos explorandi per

ex-

experimenta diversam diversorum corporum cohæsionis vim, quod argumentum diligenter, ut solet, excoluit Musschenbroekius, & comparandi resistentiam ad fractionem, ubi divisio fieri debeat divulsione perpendiculari ad superficies divellendas, ut ubi trabi verticali ingens pondus appenditur inferne, cum resistentia, quæ habetur, ubi circa latus suum aliquod gyrare debeat superficies, quæ divellitur, quod accidit, ubi extremæ parti trabis horizontalis pondus appenditur; quam perquisitionem a Galileo inchoatam, sed sine ulla consideratione flexionis, & compressionis fibrarum, quæ habetur in ima parte, alii plures excoluerunt post ipsum; & in quibus omnibus discrimina inveniuntur quamplurima. Illud unum hic addam: posse cohæsionem ingentem acquiri ab iis, quæ per se nullam haberent, nova materia interposita, ut ubi cineres, qui oleis actione ignis avolantibus inter se inertes remanserunt, oleis novis in massam cohærentem rediguntur iterum, ac in aliis ejusmodi casibus: sed id jam pendet a discrimine inter diversas particulas, & massas, ac pertinet ad soliditatem explicandam inprimis, non generaliter ad cohæsionem, de quibus jam agam gradu facto a generalibus corporum proprietatibus ad multiplicem varietatem Naturæ, & proprietates corporum particulares.

multa, quæ pertinent ad explorandam cohæsionis vim, & resistentiam ad fractionem in diversis positionibus.

419. Et primo quidem se hic mihi offert ingens illud plurium generum discrimen, quod haberi potest inter diversas punctorum congeries, quæ constituunt diversa genera particularum corpora constituentium. Primum discrimen, quod se objicit, repeti potest ab ipso numero punctorum constituentium particulam, qui potest esse sub eadem etiam mole admodum diversus. Deinde moles ipsa diversa itidem esse potest, ac diversa densitas, ut nimirum duæ particulæ nec massam habeant, nec molem, nec densitatem æqualem. Deinde data etiam & massa, & mole, adeoque data densitate media particulæ; potest haberi ingens discrimen in ipsa figura, sive in superficie omnia includente puncta, & eorum sequente ductum. Possunt enim in una particula disponi puncta in sphæram, in alia in pyramidem, vel quadratum, vel triangulare prisma. Sumatur figura quæcunque, & in eam disponantur puncta utcunque: tot erunt ibi distantiæ, quot erunt punctorum binaria, qui numerus utique finitus erit. Curva virium potest habere limites cohæsionis quotcunque, & ubicunque. Fieri igitur potest, ut limites iis ipsis distantiis respondeant, & tum eam ipsam formam habebit particula, & ejus formæ poterit esse admodum tenax. Quin immo per unicam etiam distantiam cum repagulo infinitæ resistentiæ, orto a binis asymptotis parallelis, & sibi proximis, cum area hinc attractiva, & inde repulsiva infinita, potest haberi in quavis massa cujuscunque figuræ soliditas etiam infinita, sive vis, quæ impediret dispositionis mutationem non minorem data quacunque. Nam intra illam figuram posset

Discrimen inter particulas diversas, a numero punctorum, a mole, a densitate, a figura, quæ potest esse quævis, cum quavis vi ad eam retinendam.

posset inscribi continuata series pyramidum juxta num. 363 habentium pro lateribus illas distantias nunquam mutandas magis, quam pro distantia binarum illarum asymptotorum, & positis punctis ad singulos angulos, haberetur massa punctorum, quorum nullum jaceret extra ejusmodi figuram, nec ullum adesset intra illam figuram, vel in ejus superficie spatii punctum, a quo ad distantiam minorem illa distantia data non haberetur punctum materiæ aliquod. Possent autem intra massam haberi hiatus ubicunque, & quotcunque prorsus vacui, inscriptis in solo residuo spatio pyramidibus illis, & in angulis quibusvis posset haberi quivis numerus punctorum distantium a se invicem minus, quam distent illæ binæ asymptoti, & quivis eorum numerus collocari posset inter latera, & facies pyramydum. Quare posset variari densitas ad libitum. Sed absque eo, quod singulis distantiis respondeant in curva primigenia singuli limites, vel singula asymptotorum binaria, vel ullæ sint ejusmodi asymptoti præter illam primam, innumera sunt sane figurarum genera, in quibus pro dato punctorum numero haberi potest æquilibrium, & cohæsionis limes per elisionem contrariarum virium, ex solutione problematis indicati num. 412. Hoc discrimen est maxime notatu dignum.

Discrimen in punctorum distributione per figuram eandem.

420. Data etiam figura potest adhuc in diversis particulis haberi discrimen maximum ob diversam distributionem punctorum ipsorum. Sic in eadem sphæra possunt puncta esse admodum inæqualiter distributa ita, ut etiam paribus distantiis ex altera parte sint plurima, ex altera paucissima, vel in diversis locis superficiei ejusdem concentricæ esse congeries plurimæ punctorum conglobatorum, in aliis eorum raritas ingens, & hæc ipsa loca possunt in diversis a centro distantiis jacere ad plagas admodum diversas in eadem etiam particula, & in eadem a centro distantia esse in diversis particulis admodum diversis modis distributa. Verum etiam si particulæ habeant eandem figuram, ut sphæricam, & in singulis circunquaque in eadem a centro distantia puncta æqualiter distributa sint; ingens adhuc discrimen esse poterit in densitate diversis a centro distantiis respondente. Possunt enim in altera esse fere omnia versus centrum, in altera versus medium, in altera versus superficiem extimam: & in hisce ipsis discrimina, tam quod pertinet ad loca densitatum earundem, quam quod pertinet ad rationem inter diversas densitates, possunt in infinitum variari.

Discrimen in vi, qua figuram conentur retinere: posse esse talem, ut nulla finita vi dissolvi possit.

421. Hæc omnia discrimina pertinent ad numerum, & distributionem punctorum in diversis particulis: sed ex iis oriuntur alia discrimina præcipua, quæ maximam corporum, & phænomenorum varietatem inducunt, quæ nimirum pertinent ad vires, quibus puncta particulam constituentia agunt inter se, vel quibus tota una particula agit in totam alteram. Possunt inprimis, & in tanta dispositionum varietate debent,

pun-

puncta constituentia eandem particulam habere vires cohæsionis admodum inter se diversas, ut aliæ multo facilius, aliæ multo difficilius dispositionem mutent mutatione, quæ aliquam non ita parvam rationem habeat ad totum. Est autem casus, in quo possint puncta particulæ cohærere inter se ita, ut nulla finita vi nexus dissolvi possit, ut ubi adsint asymptotici arcus in curva primitiva, juxta ea, quæ persecutus sum num. 362.

Particulæ aliæ se attrahentes, aliæ repellentes, aliæ inertes inter se.

422. Discrimina autem virium, quas una particula exercet in aliam, debent esse adhuc plura. Inprimis ex num. 222 patet, fieri posse, ut una particula constans etiam duobus punctis tertium punctum in iisdem distantiis collocatum ab earum medio attrahat per totum quoddam intervallum, vel repellat per idem intervallum totum, vel nec usquam in eo repellat, nec attrahat, conspirantibus in primo casu binis attractionibus, in secundo binis repulsionibus itidem conspirantibus, & in tertio attractione, & repulsione æqualibus se mutuo elidentibus. Multo autem magis summa virium totius cujusdam particulæ in aliam totam in eadem etiam distantia sitam, si medium utriusque spectetur, erit pro diversa dispositione punctorum admodum inter se diversa, ut nimirum in una attractiones prævaleant, in alia repulsiones, in alia vires oppositæ se mutuo elidant. Inde habebuntur particulæ in se invicem agentes viribus admodum diversis, pro diversa sua constitutione, & particulæ ad sensum inertes inter se, quæ quidem persecutus sum ipso num. 222.

Particulæ quæ in certis punctis se repellant, in aliis attrahant: quæ se urgeant in latus, quæ circumquaque eandem vim exerceant.

423. Aliud discrimen admodum notabile inter ejusmodi particularum vires est illud, quod eadem particula ex altera parte poterit datam aliam particulam attrahere, ex altera repellere; quin immo possunt esse loca quotcunque in superficie particulæ etiam sphæricæ, quæ alteram particulam in eadem a centro distantia sitam attrahant, quæ repellant, quæ nihil agant; cum nimirum in iis locis possint vel plura, vel pauciora esse puncta, quam in aliis, & ea ad diversas a centro, & a se invicem distantias collocata. Inde autem & illud fieri poterit, ut, quemadmodum in iis, quæ vidimus a num. 231, unum punctum a duorum aliorum altero attractum, ab altero repulsum, vi composita urgetur in latus, ita etiam una particula ab una alterius parte attracta, & repulsa ab altera in altera directione sita, urgeatur itidem in latus, & certam assecuta positionem respectu ipsius, ad eam tuendam determinetur, nec consistere possit, nisi in ea unica positione respectu ipsius, vel in quibusdam determinatis positionibus, ad quas trudatur ab aliis rejecta. Quod si particula sphærica sit, & in omnibus concentricis superficiebus puncta æqualiter distributa sint, ad distantias a se invicem perquam exiguas; tum ejus, & alterius ejus similis particulæ vires mutuæ dirigentur ad sensum ad earum centra, & fieri poterit, ut in quibusdam distantiis se repellant mutuo, in aliis se attrahant, quo casu habebitur quidem diffi-

 cultas

cultas in avellenda altera ab altera, sed nulla difficultas habebitur in altera circa alteram circumducenda in gyrum, sicut si Terræ superficies horizontalis ubique sit, & egregie lævigata; globus ponderis cujuscunque posset quavis minima vi rotari per superficiem ipsam, elevari non posset sine vi, quæ totum ipsius pondus excedat.

Quo minores particulæ, eo difficilius dissolubiles.

424. In hac actione unius particulæ in aliam generaliter, quo particulæ ipsæ minorem habuerint molem, eo minus ceteris paribus perturbabitur earum respectiva positio ab alia particula in data quavis distantia sita: nam diversitas directionis & intensitatis, quam habent vires agentes in diversas ejus partes, quæ sola positionem turbare nititur, viribus æqualibus & parallelis nullam mutuæ positionis mutationem inducentibus, eo erit minor, quo distantiarum, & directionum discrimen minus erit: atque idcirco, quemadmodum jam exposui num. 239, inferiorum ordinum particulæ difficilius dissolvi possunt, quam particulæ ordinum superiorum.

Discrimina inter particulas oriri ex punctorum vicinia: quanto magis debeant differre corpora, quæ ex iis constant.

425. Hæc quidem præcipue notatu digna mihi sunt visa inter particularum ex homogeneis etiam punctis compositarum discrimina, quæ tamen, quod ad vires pertinet, intra admodum exiguos distantiarum limites sistunt; nam pro majoribus distantiis particularum omnium vires sunt prorsus uniformes, uti ostensum jam est num. 212, nimirum attractivæ in ratione reciproca duplicata distantiarum ad sensum. Porro hinc illud admodum evidenter consequitur, massas majores ex adeo diversis particulis compositas, nimirum hæc ipsa nostra majora corpora, quæ sub sensum cadunt, debere esse adhuc multo magis diversa inter se in iis, quæ ad eorum nexum pertinent, & ad phænomena exhibita a viribus se extendentibus ad distantias illas exiguas, licet omnia in lege gravitatis generalis, quæ ad illas pertinet majores distantias, conformia sint penitus, quod etiam supra num. 402 notandum proposui. De hoc autem discrimine, & de particularibus diversorum corporum proprietatibus ad diversas pertinentium classes jam agere incipiam.

Quæ natura solidorum, & fluidorum: quid in solidis rigida, quid virgæ elasticæ: in fluidis quid viscosa, quid humida.

426. Prima se mihi offerunt solida, & fluida, quorum discrimina quæ sint, & quomodo a mea Theoria ortum ducant, est exponendum. Solida ita inter se connexa sunt, ut quemlibet aliquot particularum motum sequantur reliquæ: promotæ, si illæ promoventur: retractæ, si illæ retrahuntur: conversæ in latus, si linea, in qua ipsæ jacent, directionem mutet: & in eo soliditas est sita: porro ea dicuntur rigida; si ingenti etiam adhibita vi positio, quam habet recta ducta per duas quasvis particulas massæ, respectu rectæ, quæ jungit alias quascunque, mutari ad sensum non possit, sed ad inclinandam unam partem oporteat inclinare totam massam, & basim, & quanvis ejus rectam eodem angulo: nam in iis, quæ flexilia sunt, ut elasticæ virgæ, pars una directionem positionis mutat, &

inclinatur, altera priorem positionem servante: &, priora illa franguntur, alia majore, alia minore vi adhibita; hæc posteriora se restituunt. Fluida autem passim non utique carent vi mutua inter particulas, immo pleraque exercent, & aliqua satis magnam, repulsivam vim, ut aer, qui ad expansionem semper tendit, aliqua attractivam, & vel non exiguam, ut aqua, vel etiam admodum ingentem, ut mercurius, quorum liquorum particulæ se in globum etiam conformant mutua particularum suarum attractione, & tamen separantur admodum facile a se invicem majores eorum massæ, ac aliquot partibus motus facile ita imprimitur: ut eodem tempore ad remotas satis sensibilis non protendatur; unde fit, ut fluida cedant vi cuicunque impressæ, ac cedendo facile moveantur, solida vero nonnisi tota simul moveri possint, & viribus impressis idcirco resistunt magis: quæ autem resistunt quidem multum, sed non ita multum, ut solida, dicuntur viscosa. Ipsa vero fluida dicuntur humida, si solido admoto adhærescant, & sicea, si non adhæreant.

427. Hæc omnia phænomena præstari possunt per illa sola discrimina, quæ in diverso particularum textu consideravimus. Ut enim a fluiditate incipiamus, inprimis in ipsis fluidis omnes particulæ in æquilibrio esse debent, dum quiescunt, & si nulla externa vi comprimantur, vel in certam dirigantur plagam; id æquilibrium debebit haberi a solis mutuis actionibus: sed ejusmodi casum non habemus hic in nostris fluidis, quæ incumbentis massæ premuntur pondere, & aliqua, ut aer, etiam continentis vasis parietibus comprimuntur, in quibus idcirco omnibus aliqua haberi debet repulsiva vis inter particulas proximas, licet inter remotiores haberi possit attractio, ut jam constabit. Tria autem genera fluidorum considerari poterunt: illud, in quo in majoribus ejus massulis nulla se prodit mutua particularum vis: illud, in quo se prodit vis repulsiva: illud, in quo vis attractiva se prodit. Primi generis fere sunt pulveres, & arenulæ, ut illæ, ex quibus etiam horologia clepsydris veterum similia construuntur, & ad fluidorum naturam accedunt maxime, si satis lævigatam habeant superficiem, quod in quibusdam granulis cernimus, ut in milio: nam plerumque scabritiem habent aliquam & inæqualitates, quæ motum difficiliorem reddunt. Secundi generis sunt fluida elastica, ut aer: tertii vero generis liquores, ut aqua, & mercurius. Porro in primis ostensum est num. 222, & 422, posse binas particulas eodem etiam punctorum numero constantes, sed diverso modo dispositas, ita diversas habere virium summas in iisdem etiam centrorum distantiis, ut aliæ se attrahant, aliæ se repellant, aliæ nihil in se invicem agant. Quamobrem ejusmodi discrimina exhibet abunde Theoria. Verum multa in singulis diligenter notanda sunt; nam ibi etiam, ubi nulla se prodit vis attractiva, habetur inter proximas particulas repulsio, ut innui paullo ante, & jam patebit.

Unde fluiditas: tria fluidorum genera.

Unde facilis motus in fluidis primi generis.

428. Porro in primo casu statim apparet, unde facilis ille habeatur motus. Quoniam, aucta distantia, nulla sensibili vi se attrahunt particulæ; altera non sequetur motum alterius; nisi ubi illa versus hanc promota ita accesserit, ut vi repulsiva mutua, quemadmodum in corporum collisionibus accidit, cogatur illi loco cedere, quæ cessio, si satis lævigatæ superficies fuerint, ut prominentes monticuli in exiguos hiatus ingressi motum non impediant, & sit locus aliquis, versus quem possint vel in gyrum actæ particulæ, vel elevatæ, vel per apertum foramen erumpentes, loco cedere; facile fiet, nec alia requiretur vis ad eum motum, nisi quæ ad inertiæ vim vincendam requiritur, vel, si graves particulæ sint versus externam massam, ut hic versus Tellurem, & fluidum motu impresso debeat ascendere, vis, quæ requiritur ad vincendam gravitatem ipsam: verum ad vincendam solam vim inertiæ, satis est quæcunque activa vis utcunque exigua, & ad vincendam gravitatem, in hoc fluidorum genere, si perfecta sit lævigatio; satis est vis utcunque paullo major pondere massæ fluidæ ascendentis: quanquam nisi excessus fuerit major; lentissimus erit motus: ipsum autem pondus coget particulas ad se invicem accedere nonnihil, donec obtineatur vis repulsiva ipsum elidens, uti supra ostendimus num. 348; adeoque in statu æquilibrii se particulæ, in hoc etiam casu, repellent, sed erunt citra, & prope ejusmodi limites, ultra quos vis attractiva sit ad sensum nulla. Quod si figura particularum præterea fuerit sphærica, multo facilior habebitur motus in omnem plagam ob ipsam circumquaque uniformem figuram.

Eadem ratio, & in reliquis binis: discrimen inter ipsa.

429. In secundo, ac tertio genere motus itidem habebitur facilis, si particulæ sphæricæ sint, & paribus a centro distantiis homogeneæ, ut nimirum vires dirigantur ad centra. In ejusmodi enim particulis motus quidem unius particulæ circa aliam omni difficultate carebit, & vires mutuæ solum accessum, vel recessum impedient. Hinc impresso motu particulis aliquot, poterunt ipsæ moveri in gyrum aliæ circa alias, & alia succedere poterit loco ab alia relicto, quin partes remotiores motum ejusmodi sentiant: quanquam fere semper fortuita quædam particularum dispositio hiatus, qui necessario relinqui debent inter globos, & directio impressionis varia inducent etiam accessus & recessus aliquos, quibus fiet, ut motus ad remotiores etiam particulas deveniat, sed eo minor, quo major fuerit earum distantia. Verum hic notandum erit discrimen ingens inter duos casus, in quibus partes fluidi se repellunt, & casus, in quibus se attrahunt.

In elasticis fluidis particulas esse extra limites sub arcubus repulsivis latis.

430. In primo casu particulæ proximæ debebunt se omnino repellere, & vis ex parte altera elidet vim ex altera; sed si repente relinquatur libertas ex parte quavis, sine ulla externa vi, sed sola illa particularum actione mutua, recedent reipsa particulæ a se invicem, & fluidum dilatabitur; quin

immo

immo externa vi opus est, ad continendum in eo statu massam ejusmodi, uti aerem gravitas superioris atmosphæræ continet, vel in vase occluso vasis ipsius parietes; & aucta illa externa vi comprimente augeri poterit compressio, imminuta imminui. Particulæ illæ inter se non erunt in limitibus quibusdam cohæsionis, sed erunt sub repulsivo arcu curvæ exprimentis vires compositas particularum ipsarum.

In fluidis humidis limitem validum cohæsionis fore proximum, & si abeat in vapores debere haberi prope validissimum arcum repulsivum.

431. At in tertio genere particulæ quidem proximæ se mutuo repellent, repulsione æquali illi vi, quæ necessaria est ad elidendam vim externam, & ad elidendam pressionem, quæ oritur a remotiorum attractionibus: verum si fluidum est parum admodum compressibile, vel etiam nihil ad sensum, ut aqua; debent esse citra, & admodum prope limitem, ultra quem vel immediate, vel potius, si id fluidum neque distrahitur (ut nimirum durante sua forma nequeat acquirere spatium multo majus, quod itidem in aqua accidit) habeat post limites alios satis inter se proximos arcum attractivum ad distantias aliquanto majores protensum, a quo attractio illa prodeat, quæ se in ejusmodi fluidorum massulis prodit; licet si iterum id fluidum majore vi abire possit in elasticos vapores, ut ipsa aqua post eum attractivum arcum; arcus repulsivus debeat succedere satis amplus, juxta ea, quæ diximus num. 195.

Motus non obstante vi mutua facilis, quod ad motum aliquot particularum non debeant moveri remotæ simul ut in solidis. Exemplum in quadam hypothesi globorum gravium.

432. In hoc fluidi genere illud mirum videri potest, quod illa attractiva vis, quæ in majoribus succedit distantiis, & ille validus cohæsionis limes, qui & compressionem, & rarefactionem impedit, non impediat divisionem massæ, & separationem unius partis massæ ab alia. At quomodo id facile fieri ibi possit, & non possit in solidis, patebit hoc exemplo. Concipiatur Terræ superficies sphærica accurate, & bene lævigata, ac gravitas sit ejusmodi, ut in distantia perquam exigua fiat jam insensibilis, ut vis magnetica in exigua distantia sensum jam effugit. Sint autem globi multi itidem læves mutua attractiva vi præditi, quæ vim in totam Terram superet. Si quis unum ejusmodi globum apprehendat, & attollat; secundus ipsi adhærebit relicta Terra, & post ipsum ascendet, reliquis per superficiem Terræ progredientibus, donec alii post alios eleventur, vi in globum jam elevatum superante vim in Terram. Is, qui primum manu teneret globum, sentiret, & deberet vincere vim unius tantummodo globi in Terram, quem separat, cum nulla sit difficultas in progressu reliquorum per superficiem Terræ, quo distantia non augetur, & globorum jam altiorum vis in Terram ponatur insensibilis. Vinceret igitur aliorum vim post vim aliorum, & vis ab eo abhibita major tantummodo vi globi unici requireretur ad rem præstandam. At si illi globi deberent elevari simul, ut si simul omnes colligati essent per virgas rigidas; deberent utique omnes illæ vires omnium in Terram simul superari, & requireretur vis major omnibus simul. Res eodem redit, ac ubi fasciculus virgarum de-

debeat totus frangi simul, vel potius debeant aliæ post alias frangi virgæ.

Applicatio exempli ad fluida, & solida: successiva particularum separatio in fluidis.

433. Id ipsum est discrimen inter fluida hujus generis, & solida. In his motus particularum circa particulas liber ob earum uniformitatem permittit, ut separentur aliæ post alias; dum in solidis vis in latus, de qua egimus jam in pluribus locis, & anguli prominentes, ac figurarum irregularitas, impediunt ejusmodi liberum motum, qui fiat sine mutatione distantiarum, & cogunt divulsionem plurimarum particularum simul: unde oritur difficultas illa ingens dividendi a se invicem particulas solidas, quæ in divisione fluidorum est adeo tenuis, ac ad sensum nulla.

Exemplum ipsius in aqua: resistentiam in fluidis ad separationem fieri eandem, ac in solidis, si velocitas debeat esse ingens.

434. Successivam hujusmodi separationem particularum aliarum post alias videmus utique in ipsis aquæ guttis pendentibus, quæ ubi ita excreverunt; ut pondus totius guttæ superet vim attractivam mutuam partium ipsius; non divellitur tota simul ingens ejus aliqua massa, sed a superiore parte, utut brevissimo tempore, attenuatur per gradus; donec illud veluti filum jam tenuissimum penitus superetur. Fuerunt prius mille particulæ in superficie, quæ guttam pendentem connectebant cum superiore parte aquæ, quæ relinquitur adhærens corpori, ex quo pendebat gutta, fiunt paullo post ibi 900, 800, 700: & ita porro imminuto earum numero per gradus, dum laterales accedunt ad se invicem, & attenuatur figura: quarum idcirco resistentia facile vincitur, ut ubi in illo virgarum fasciculo frangantur aliæ post alias. At ubi celerrimo motu in fluidum ejusmodi incurritur ita; ut non possint tam brevi tempore aliæ aliis particulæ locum dare, & in gyrum agi; tum vero fluida resistunt, ut solida. Id experimur in globis tormentariis, qui ex aqua resiliunt, in eam satis oblique projecti, ut manente satis magna horizontali velocitate collisio in perpendiculari fiat more solidorum: ac eandem quoque resistentiam in aqua scindenda experiuntur, qui se ex editiore loco in eam demittunt.

Soliditatis causa in vi, & motu in latus: exemplum in parallelepipedis.

435. Hinc autem pronum est videre, unde soliditatis phænomena ortum ducant. Nimirum ubi particularum figura recedit plurimum a sphærica, vel distributio punctorum intra particulam inæqualis est, ibi nec habetur libertas illa motus circularis, & omnia, quæ ad soliditatem pertinent, consequi debent ex vi in latus. Cum enim una particula respectu alterius non distantiam tantummodo, sed & positionem servare debeat; non solum, ea promota, vel retracta, alteram quoque promoveri, vel retrahi necesse est; sed præterea, ea circa axem quencunque conversa, oportet & illam aliam loco cedere, ac eo abire, ubi positionem priorem respectivam acquirat: quod cum & tertia respectu secundæ præstare debeat, & omnes reliquæ circunquaque circa illam positæ; patet utique, non posse motum in eo casu imprimi parti cuipiam systematis; quin & totius systematis motus consequatur respectivam positio-

sitionem servantis, quæ est ipsa superius indicata solidorum natura. Res autem multo adhuc magis manifesta fit, ubi figura multum abludat a sphærica, ut si sint bina parallelepipeda inter se constituta in quodam cohæsionis limite, alterum ex adverso alterius. Alterum ex iis moveri non poterit, nisi vel utrinque a lateribus accedat ad alterum, vel utrinque recedat, vel ex altero latere accedat, & recedat ex altero. In primo casu imminuta distantia habetur repulsiva vis, & illud alterum progreditur: in secundo, eadem aucta, habetur attractio, & illud secundum ad prioris motum consequitur; in tertio casu, qui haberi non potest, nisi per inclinationem prioris parallelepipedi, altero latere attracto, & altero repulso inclinari necesse est etiam secundum; quo pacto si ejusmodi parallelepipedorum sit series quædam continua, quæ fibram longiorem, vel virgam constituat; inclinata basi, inclinatur illico series tota: & si ex ejusmodi particulis massa constet; tota moveri debet, ac inclinari, inclinato latere quocunque.

436. Quod de parallelepipedis est dictum, id ipsum ad figuras quascunque transferri potest inæquales utcunque, quæ ex altero latere possint accedere ad aliam particulam, ex altero recedere: habebitur semper motus in latus, & habebuntur soliditatis phænomena, nisi paribus a centro distantiis homogeneæ, & sphæricæ formæ particulæ sint. Verum ingens in eo motu discrimen erit inter diversa corpora. Si nimirum vires illæ hinc, & inde a limite, in quo particulæ constitutæ sunt, sint admodum validæ; motus in latus fiet celerrime, & nulla flexio in virga, aut in massa apparebit; quanquam erit utique semper aliqua. Si minores sint vires; longiore tempore opus erit ad motum, & ad positionem debitam acquirendam, quo casu, inclinata parte ima virgæ, nondum pars summa obtinere potest positionem jacentem in directum cum ipsa, adeoque habebitur inflexio, quæ quidem eo erit major, quo major fuerit celeritas conversionis ipsius virgæ, uti omnino per experimenta deprehendimus.

Idem in figuris omnibus: unde discrimen inter flexilia, & rigida.

437. Nec vero minus facile intelligitur illud, quid intersit inter flexilia solida corpora, & fragilia. Si nimirum vires hinc, & inde ab illo limite, in quo sunt particulæ, extenduntur ad satis magnas distantias eædem, arcu utroque habente amplitudinem non ita exiguam; tum vero, vi externa adhibita utrique extremo, vel majore velocitate impressa alteri, incurvabitur virga, atque inflectetur, sed sibi relicta ad positionem abibit suam, & in illo inflexionis violento statu vim exercebit perpetuam ad regressum, quod in elasticis virgis accidit. Si vires illæ non diu durent hinc, & inde eædem, vel per satis magnum intervallum sit ingens frequentia limitum; tum quidem inflexio habebitur sine conatu ad se restituendum, & sine fractione, tam vi adhibita utrique extremo, quam ingenti velocitate impressa alteri, ut videmus accidere in maxime ductilibus, velut

Discrimen inter flexilia, & fragilia unde.

velut in plumbo. Si demum vires hinc, & inde per exiguum intervallum durent, post quod nulla sit actio, vel ingens repulsivus arcus consequatur, qui sequentes attractivos superet; habebitur virga rigida, & fractio, ac eo major erit soliditas, & illa, quæ vulgo appellatur durities, quo vires illæ hinc & inde statim post limites fuerint majores.

Quid, & unde viscositas.

438. Atque hic quidem jam etiam ad discrimen devenimus inter elastica, & mollia: verum antequam ad ea faciamus gradum, adnotabo non nulla, quæ adhuc pertinent ad solidorum, & fluidorum naturam, ac proprietates. Inprimis media inter solida, & fluida, sunt viscosa corpora, in quibus est aliqua vis in latus, sed exigua. Ea resistunt mutationi figuræ, sed eo majore, vel minore vi, quo majus, vel minus est in diversis particularum punctis virium discrimen, a quo oritur vis in latus. Viscosa autem præter tenacitatem, quam habent inter se, habent etiam vim, qua adhærent externis corporibus, sed non omnibus, in quo ad humidos liquores referuntur. Humiditas enim est itidem respectiva. Aqua, quæ digitis nostris adhæret illico, & per vitrum, ac lignum diffunditur admodum facile, oleaginosa, & resinosa corpora non humectat, in foliis herbarum pinguibus extat in guttulas eminens, & avium plurium plumas non inficit. Id pendet a vi inter particulas fluidi, & particulas externi corporis; & jam vidimus pro diversa punctorum distributione particulas easdem respectu aliarum debere habere in eadem directione vim attractivam, respectu aliarum repulsivam vim, & respectu aliarum nullam.

Organicorum corporum efformatio per vires in latus versus certa superficiei puncta.

439. In particulis illis, quæ ad soliditatem requiruntur, invenitur admodum expedita ratio phænomeni ad solida corpora pertinentis, quod Physicos in summam admirationem rapit, nimirum dispositio quædam in peculiares quasdam figuras, quæ in salibus inprimis apparent admodum constantes, in glacie, & in nivium stellulis potissimum adeo sunt elegantes etiam, & ad certas quasdam leges accedunt, quas itidem cum constanti admodum figurarum forma in gemmarum succis simplicibus observamus, quæ vero nusquam magis se produnt, quam in organicis vegetabilium, & animalium corporibus. In hac mea Theoria in promptu est ratio. Si enim particulæ in certis suæ superficiei partibus quasdam alias particulas attrahunt, in aliis repellunt; facile concipitur, cur non nisi certo ordine sibi adhæreant, in illis nimirum locis tantummodo, in quibus se attrahunt, & satis firmos limites nancisci possunt, adeoque non nisi in certas tantummodo figuras possint coalescere. Quoniam vero præterea eadem particula, eadem sui parte, qua alteram attrahit, alteram pro ejus varia dispositione repellit; dum massa plurium particularum temere agitata prætervolat; eæ tantummodo sistentur, quæ attrahuntur, & ad ea se applicabunt puncta, ad quæ maxime attrahuntur, ac in illis hærebunt, in quibus post accessum maxime tenaces limites nan-

nanciscentur; unde & secretionis, & nutritionis, vegetationis, & certarum figurarum patet ratio admodum manifesta. Et hæc quidem ad nutritionem, & ad certas figuras pertinentia jam innueram num. 222, & 423.

Atomistarum systema posse deduci totum ex hac Theoria, & cum illa bene cohærere, explicata præterea cohæsione partium in atomis.

440. Quoniam ostensum est, qui fieri possit, ut certam figuram acquirant certa particularum genera, cujus admodum tenacia sint, si quis omnem veterum corpuscularium sententiam, quam Gassendus, ac e recentioribus alii secuti sunt, adhibentes variarum figurarum atomos, ut ad cohæsionem uncinatas, ab hac eadem Theoria velit deducere, is sane poterit, ut patet, & ejusmodi atomos adhibere ad explicationem eorum omnium phænomenorum, quæ pendent a sola cohæsione, & inertia, quæ tamen non ita multa sunt: poterunt autem haberi ejusmodi atomi cum infinita figuræ suæ tenacitate, & cohæsione mutua suarum partium per solas etiam binas asymptotos illas, de quibus num. 419, inter se satis proximas. Et si curva virium habeat tantummodo in minimis distantiis duas ejusmodi asymptotos, tum post crus repulsivum ulterioris statim consequatur arcus attractivus, primo quidem plurimum recedens ab axe cum exiguo recessu ab asymptoto, tum ad axem regrediens, & accedens statim ad formam gravitati exhibendæ debitam; haberentur per ejusmodi curvam atomi habentes impenetrabilitatem, gravitatem, & figuræ suæ tenacitatem ejusmodi, ut ab ea discedere non possent discessu quantum libuerit parvo; cum enim possint illæ duæ asymptoti sibi invicem esse proximæ intervallo utcunque parvo, posset utique ita contrahi intervallum istud, ut figuræ mutatio æqualis datæ cuicunque utcunque parvæ mutationi eviteatur. Ubi enim cuicunque figuræ inscripta est series continua cubulorum, & puncta in singulis angulis posita sunt, mutari non potest figura externorum punctorum ductum sequens mutatione quadam data, per quam quædam puncta discedant a locis prioribus per quædam intervalla data, manentibus quibusdam, ut manente basi, nisi per quædam data intervalla a se invicem recedant, vel ad se invicem accedant saltem aliqua puncta, cum, data distantia puncti a tribus aliis, detur etiam ejus positio respectu illorum, quæ mutari non potest, nisi aliqua ex iisdem tribus distantiis mutetur, unde fit, ut possit data quævis positionis mutatio impediri, impedita mutatione distantiæ per intervallum ad eam mutationem necessarium. Quod si illæ binæ asymptoti essent tantillo remotiores a se invicem, tum vero & mutatio distantiæ haberi posset tantillo major, & idcirco singulis distantiis illata vi aliqua posset figura non nihil mutari, & quidem exigua mutatione distautiarum singularum posset in ingenti serie punctorum haberi inflexio figuræ satis magna orta ex pluribus exiguis flexibus. Sic & spirales atomi efformari possent, quarum spiris per vim contractis sentiretur ingens elastica vis, sive determinatio ad expansionem, ac per hujusmodi atomos possent iti-

dem plurima explicari phænomena, ut & nexus massarum per uncos uncis, vel spiris insertos, quo pacto explicari itidem posset etiam illud, quomodo in duabus particulis, quarum altera ad alteram cum ingenti velocitate accesserit, oriatur ingens nexus novus, nimirum sine regressu a se invicem, unco nimirum alterius in alterius foramen injecto, & intra illud converso per virium inæqualitatem in diversas unci partes agentium, ut jam prodire non possit; nam unci cavitas, & foramen, seu porus alterius particulæ, posset esse multo amplior, quam pro exigua illa distantia insuperabili, ut idcirco inseri posset sine impedimento orto a viribus agentibus in minore distantia. Eædem autem atomi haberi possunt, etiam si curva habeat reliquos omnes flexus, quos habet mea, quo pacto ad alia multo plura, ut ad fermentationes inprimis, ac vaporum, & luminis emissionem multo aptiores erunt; & sine asymptoticis arcubus, qui vires exhibeant extra originem abscissarum in infinitum excrescentes, idem obtineri poterit per solos limites cohæsionis admodum validos cum tenacitate figuræ non quidem infinita, sed tamen maxima, ubi, quod illi veteres non explicarunt, cohæsio partium atomorum inter se, adeoque atomorum soliditas, ut & continuata impenetrabilitatis resistentia, & gravitas, ex eodem generali derivaretur principio, ex quo & reliqua universa Natura. Illud unum hic notandum superest, ejusmodi atomos habituras necessario ubique distantiam a se invicem majorem, quam pro illa insuperabili distantia, ad quam externa puncta devenire ibi non possunt.

Cur non omnia corpora sint fluida; licet omnia puncta sint circumquaque ejusdem vis.

441. Huc etiam pertinet solutio hujusmodi difficultatis, quæ sponte se objicit: si omnia materiæ puncta simplicia sunt, & vires in quavis directione circumquaque exercent easdem; omnia corpora ex iis utique composita erunt fluida multo potiore jure, quam fluida esse debeant, quæ globulis constent easdem in omni circum directione vires exercentibus. Huic difficultati hic facile occurritur: si particularum puncta possent vi adhibita mutare aliquanto magis distantias inter se, nam aliqua etiam ad circulationem exigua mutatio requiritur; posset autem imprimi exiguo numero punctorum constituentium unam e particulis primorum ordinum, quin imprimatur simul omnibus ejusmodi punctis, vel satis magno eorum numero, motus ad sensum idem; tum utique haberetur idem, quod habetur in fluidis, & separatis aliis punctis post alia, motus facilis per omnes omnium corporum massas obtineretur. At particulæ primi ordinis ab indivisibilibus punctis ortæ, ut & proximorum ordinum particulæ ortæ ab iis, sua ipsa parvitate molis tueri possunt juxta num. 424 formam suam, & positionem punctorum: nam differentia virium exercitarum in diversa earum puncta potest esse perquam exigua, summa virium prohibente tantum accessum unius particulæ ad alteram, quo tamen accessu inæqualitas virium, & obliquitas directionum habea-

beatur adhuc satis magna ad vincendas vires mutuas, & mutandam positionem; qua positione manente, manet inæqualitas virium, quas diversa puncta ejus particulæ exercent in aliam particulam. Ea inæqualitas itidem potest non esse satis magna, ut possit illius mutuas vires vincere, & textum dissolvere, sed esse tanta, ut motum inducat in latus, ac ejus motus obliquitas, & virium inæqualitas eo deinde erit major, quo ad altiores ascenditur particularum ordines, donec deveniatur ad corpora, quæ a nobis sentiuntur.

442. Solida externum corpus ad ea delatum intra suam massam non recipiunt, ut vidimus: at fluida solidum intra se moveri permittunt, sed resistunt motui. Resistentiam ejusmodi accurate comparare, & ejus leges accurate definire, est res admodum ardua. Oporteret nosse ipsam virium legem determinate, & numerum, & dispositionem punctorum, ac habere satis promotam Geometriam, & Analysin ad rem præstandam. Sed in tanta particularum, & virium multitudine, quam debeat esse res ardua, & humano captu superior determinatio omnium motuum, satis constat ex ipso problemate trium corporum in se mutuo agentium, quod num. 204 diximus nondum satis generaliter solutum esse. Hinc alii ad alias hypotheses confugiunt, ut rem perficiant, & omnes ejusmodi methodi æque cum mea, ac cum communi Theoria, consentire possunt.

Difficultas determinandi resistentiam fluidorum: methodi indirectæ id præstandi eædem in hac Theoria ac in communi.

443. Ut tamen aliquid innuam etiam de eo argumento, duplex est resistentiæ fons in fluidis; primo quidem oritur resistentia ex motu impresso particulis fluidi; nam juxta leges collisionis corporum, corpus imprimens motum alteri, tantundem amittit de suo. Deinde oritur resistentia a viribus, quas particulæ exercent, dum aliæ in alias incurrunt, quæ earum motum impediunt, quo casu comprimuntur non nihil particulæ ipsæ etiam in fluidis non elasticis egressæ e limitibus, & æquilibrio: acquirunt autem motus admodum diversos, gyrant, & alias impellunt, quæ a tergo urgent non nihil corpus progrediens, quod potissimum a fluidis elasticis a tergo impellitur, dilatato ibi fluido, dum a fronte a fluido ibi compresso impeditur; sed ea omnia, uti diximus, accurate comparare non licet. Illud generaliter notari potest: resistentia, quæ provenit a motu communicato particulis fluidi, & quæ dicitur orta ab inertia ipsius fluidi, est ut ejus densitas, & ut quadratum velocitatis conjunctim: ut densitas, quia pari velocitate eo pluribus dato tempore particulis motus idem imprimitur, quo densitas est major, nimirum quo plures in dato spatio occurrunt particulæ: ut quadratum velocitatis, quia pari densitate eo plures particulæ dato tempore loco movendæ sunt, quo major est velocitas, nimirum quo plus spatii percurritur, & eo major singulis imprimitur motus, quo itidem velocitas est major. Resistentia autem, quæ oritur a viribus, quas in se exercent particulæ, si vis ea esset eadem in singulis, quacunque velocitate

Bini resistentiæ fontes, & utriusque lex.

moveatur corpus progrediens, esset in ratione temporis, sive constans: nam plures quidem eodem tempore particulæ eam vim exercent, sed breviore tempore durat singularum actio, adeoque summa evadit constans. Verum si velocitas corporis progredientis sit major; particulæ magis compinguntur, & ad se invicem accedunt magis, adeoque major est itidem vis. Quare ejusmodi resistentia est partim constans, sive, ut vocant, in ratione momentorum temporis, & partim in aliqua ratione itidem velocitatis.

Quam legem videantur innuere experimenta: in viscosis resistentiam esse majorem.

444. Porro ex experimentis nonnullis videtur erui, resistentiam in nonnullis fluidis esse partim in ratione duplicata velocitatum, partim in ratione earum simplici, & partim constantem, sive in ratione momentorum temporis, quanvis ubi velocitas est ingens, deprehendatur major: & ubi fluiditas est ingens, ut in aqua, ut secundum resistentiæ genus, quod est magis irregulare, & incertum, sit respectu prioris exiguum, satis accedit resistentia ad rationem duplicatam velocitatum. Sed & illud cum Theoria conspirat, quod viscosa fluida multo magis resistunt, quam pro ratione suæ densitatis, & velocitate corporis progredientis: nam in ejusmodi fluidis, quæ ad solida accedunt, illud secundum resistentiæ genus est multo majus, quod quidem in solidis usque adeo crescit: quanquam & in iis intrudi per ingentem vim intra massam potest corpus extraneum, ut clavus in murum, vel in metallum, quæ tamen, si fragilia sunt, & sensibilem compressionem non admittant, diffringuntur.

Problemata alia ad resistentiam pertinentia itidem communia huic Theoriæ.

445. Jam vero quæcunque a Newtono primum, tum ab aliis demonstrata sunt de motu corporum, quibus resistitur in variis rationibus velocitatum, ea omnia consentiunt itidem cum mea Theoria, & hujus sunt loci, ac ad illam pertinent Mechanicæ partem, quæ agit de motu solidorum per fluida. Sic etiam determinatio figuræ, cui minimum resistitur, determinatio vis fluidi solidum impellentis directionibus quibuscunque, mensura velocitatis inde oriundæ per corporum objectorum resistentiam observatione definitam, innatatio solidorum in fluidis, ac alia ejusmodi, & mihi communia sunt: sed oportet rite distinguere, quæ sunt hypothetica tantummodo, ab iis, quæ habentur reapse in Natura.

Alia pertinentia huc pertractata in parte secunda: discrimen inter elastica, & mollia.

446. Ad fluida, & solida pertinent itidem, quæcunque in parte secunda demonstrata sunt de pressione fluidorum, & velocitate in effluxu, quæcumque de æquilibrio solidorum, de vecte, de centro oscillationis, & percussionis, quæ quidem in Mechanica pertractari solent. Illud unum addo, ex motu facili particularum fluidi aliarum circa alias, & irregulari earum congestione, facile deduci, debere pressionem propagari quaquaversus. Sed de his jam satis, quæ ad soliditatem, & fluiditatem pertinent: illud vero, quod pertinet ad discrimen inter elastica, & mollia, brevi expediam. Elastica sunt, quæ post mutationem

figu-

figuræ redeunt ad formam priorem; mollia, quæ in nova positione perseverant. Id discrimen Theoria exhibet per distantiam, vel propinquitatem limitum, juxta ea, quæ dicta num. 199. Si limites proximi illi, in quo particulæ cohærent, hinc, & inde plurimum ab eo distant, imminuta multum distantia, perstat semper repulsiva vis; aucta distantia, perstat vis attractiva. Quare sive comprimatur plus æquo, sive plus æquo distrahatur massa, ad figuram veterem redit; ubi rediit, excurrit ulterius, donec contraria vi elidatur velocitas concepta, ac oritur tremor, & oscillatio, quæ paullatim minuitur, & extinguitur demum, partim actione externorum corporum, ut per aeris resistentiam sistitur paullatim motus penduli, partim actione particularum minus elasticarum, quæ admiscentur, & quæ possunt tremorem illum paullatim interrumpere frictione, ac contrariis motibus, & sublapsu, quo suam ipsam dispositionem nonnihil immutent. Si autem limites sint satis proximi; causa externa, quæ massam comprimit, vel distrahit, posteaquam adduxit particulas ab uno cohæsionis limite ad alium, ibi eas itidem cogit subsistere, quæ ibidem semel constitutæ itidem in æquilibrio sunt, & habetur massa mollis.

Fluida elastica, quorum partes non sunt in limitibus cohæsionis: omnia & solida, & fluida elastica esse, sed non dici, quia sensibilem compressionem non patiuntur.

447. Quædam elastica fluida non habent particulas positas inter se in limitibus cohæsionis, sed in distantiis repulsionum, & quidem ingentium, ut aer: sed vel incumbente pondere, vel parietibus quibusdam impeditur recessus ille, & sunt quodammodo ibidem in statu violento; licet semper puncta singula in æquilibrio sint, oppositis repulsionibus se mutuo elidentibus. Omnia autem & solida, & fluida, quæ videntur nec comprimi, nec ullas habere vires mutuas inter particulas, sed in limitibus esse, adhuc elastica sunt, sive vim repulsivam exercent inter particulas proximas, saltem quæ sensibili gravitate sunt prædita, quæ nimirum vis repulsiva vim gravitatis elidat. Verum ea distantias parum admodum mutant, mutatione, quæ idcirco sensum omnem effugiat; quod accidit in aqua, quæ in fundo putei, & prope superficiem supremam habet eandem ad sensum densitatem, & in metallis, & in marmoribus, & in solidis corporibus passim, quæ pondere majore imposito nihil ad sensum comprimuntur. Sed ea idcirco appellari non solent elastica, & ad ejusmodi appellationem non sufficit vis repulsiva etiam ingens inter particulas proximas: sed etiam requiritur mutatio sensibilis distantiæ respectu distantiæ totalis respondens sensibili mutationi virium.

Dura nulla esse: quæ dicantur: unde fragilitas, & ductilitas.

448. Dura corpora in eo sensu, in quo a Physicis duritiei nomen accipitur, ut nimirum figuram nihil prorsus immutent, nulla sunt in mea Theoria, ut & nulla compacta penitus, ac plane solida, quemadmodum diximus etiam num. 266; sed dura vocat vulgus, quæ satis magnam exercent vim, ne figuram mutent, sive elastica sint, sive fragilia, sive mollia. Fragilitas, unde ortum ducat, expositum est paullo superius

perius num. 437, & inde etiam quid ductilitas, ac malleabilitas sit, facile intelligitur. Ductilia nimirum a mollibus non differunt, nisi in majore, vel minore vi, qua figuram tuentur suam: ut enim mollia pressione tenui, & ipsis digitis comprimuntur, vel saltem figuram mutant, sed mutatam retinent; ita ductilia ictu validiore mallei mutant itidem figuram suam veterem, & retinent novam, quam acquirunt.

Superiora omnia profluere ex Theoria: ejus fœcunditas: illa omnia a densitate non pendere.

449. Atque hoc demum pacto quæcunque pertinent ad fluidorum, & solidorum diversa genera, nam & elastica, mollia, ductilia, fragilia eodem referuntur, invenimus omnia in illo particularum discrimine orto ex sola diversa combinatione punctorum, quam nobis Theoria rite applicata exhibuit, in quibus omnibus immensa varietas itidem haberi poterit, & debebit; si curva primigenia ingentem habeat numerum intersectionum cum axe, & particulæ primi ordinis, ac reliquæ ordinum superiorum dispositiones, quæ in infinitum variari possunt, habuerint plurimas, & admodum diversas inter se, ac eas inprimis, quæ ad hæc ipsa figurarum, & virium discrimina requiruntur. Illud unum hic diligenter notandum est, quod ipsam Theoriam itidem commendat plurimum, hasce proprietates omnes a densitate nihil omnino pendere. Fieri enim potest, uti num. 183 notavimus, ut curva virium primigenia limites, & arcus habeat quocunque ordine in diversis distantiis permixtos quocunque numero, ut validiores, & minus validi, ac ampliores, & minus ampli commisceantur inter se utcunque, adeoque phænomena eadem figurarum, & virium æque inveniri possint, ubi multo plura, & ubi multo pauciora puncta massam constituunt.

Communia quatuor elementa quid sint.

450. Jam vero illa, quæ vulgo elementa appellari solent, Terra, Aqua, Aer, Ignis, nihil aliud mihi sunt, nisi diversa solida, & fluida, ex iisdem homogeneis punctis composita diversimode dispositis, ex quibus deinde permixtis alia adhuc magis composita corpora oriuntur. Et quidem Terra ex particulis constat inter se nulla vi conjunctis, quæ soliditatem aliarum admixtione particularum acquirunt, ut cineres oleorum ope, vel etiam aliqua mutatione dispositionis internæ, ut in vitrificatione evenit, quæ transformationes quo pacto accidant, dicemus postremo loco. Aqua est fluidum liquidum elasticitate carens cadente sub sensum per compressionem sensibilem, licet ingentem exerceant repulsivam vim ejus particulæ, sustinentes vel externæ vis, vel sui ipsius ponderis pressionem sine sensibili distantiarum imminutione. Aer est fluidum elasticum, quem admodum probabile est constare particulis plurimorum generum, cum e plurimis etiam fixis corporibus generetur admodum diversis, ut videbimus, ubi de transformationibus agendum erit, ac propterea continet vapores, & exhalationes plurimas, & heterogenea corpuscula, quæ in eo innatant: sed ejus particulæ satis magna vi se repellunt,

& ea

& ea repulsiva particularum vis imminutis distantiis diu perdurat, ac pertinet ad spatium, quod habet ingentem rationem ad eam tanto minorem distantiam, ad quam compressione reduci potest, & in qua adhuc ipsa vis crescit, arcu curvæ adhuc recedente ab axe: is vero arcus ad axem ipsum deinde debet ruere præceps, ut circa proximum limitem adhuc ingentes in eo residuo spatio variationes in arcubus, & limitibus haberi possint. Porro extensionem tantam arcus repulsivi evincit ipsa immanis compressio, ad quam ingenti vi aer compellitur, qui ut habeat compressiones viribus prementibus proportionales, debet, ut monuimus num. 352, habere vires repulsivas reciproce proportionales distantiis particularum a se invicem. Is autem etiam in fixum corpus, & solidum transire potest, quod qua ratione fieri possit, dicam itidem, ubi de transformationibus agemus in fine. Ignis etiam est fluidum maxime elasticum, quod violentissimo intestino motu agitatur, ac fermentationem excitat, vel etiam in ipsa fermentatione consistit, emittit vero lucem, de quo pariter agemus paullo inferius, ubi de fermentatione, & emissione vaporum egerimus inter ea, quæ ad Chemicas operationes pertinent, ad quas jam progredior.

Chemicarum operationum genera deduci facile ex illo particularum discrimine: singularium effectuum causas singulares non posse cognosci a mente humana.

451. Chemicarum operationum principia ex eodem deducuntur fonte, nimirum ex illo particularum discrimine, quarum aliæ inter se, & cum quibusdam aliis inertes, alias ad se attrahunt, alias repellunt constanter per satis magnum intervallum, ubi attractio ipsa cum aliis est major, cum aliis minor, aucta vero satis distantia, evadit ad sensum nulla; quarum itidem aliæ respectu aliarum habent ingentem virium alternationem, quam mutato nonnihil textu suo, vel conjunctæ, & permixtæ cum aliis mutare possunt, succedente pro particulis compositis alia virium lege ab ea, quæ in simplicibus observabatur. Hæc omnia si habeantur ob oculos; mihi sane persuasum est, facile inveniri posse in hac ipsa Theoria rationem generalem omnium Chémicarum operationum: nam singulares determinationes effectuum, qui a singulis permixtionibus diversorum corporum, per quas unice omnia præstantur in Chemia, sive resolvantur corpora, sive componantur, requirerent intimam cognitionem textus particularum singularum, & dispositionis, quam habent in massis singulis, ac præterea Geometriæ, & Analyseos vim, quæ humanæ mentis captum excedit longissime. Verum illud in genere omnino patet, nullam esse Chemiæ partem, in qua præter inertiam massæ, & specificam gravitatem, alia virium mutuarum genera inter particulas non ubique se prodant, & vel invitis incurrant in oculos, quod quidem vel in sola postrema quæstione Opticæ Newtoni abunde patet, ubi tam multa & attractionum, & vero etiam repulsionum indicia, atque argumenta proferuntur. Omnia etiam genera eorum, quæ ad Chemiam pertinent, singillatim persequi, infinitum esset: evolvam speciminis loco præcipua quædam.

452. Pri-

Quid sint: dissolutio & præcipitatio: prima quomodo fiat, & quæ sit ejus causa.

452. Primo loco se mihi offerunt dissolutio, & ipsi contraria præcipitatio. Immissis in quædam fluida quibusdam solidis, cernimus, mutuum nexum, qui habebatur inter eorum particulas, dissolvi ita, ut ipsa jam nusquam appareant, quæ tamen ibidem adhuc manere in particulas perquam exiguas redacta, & dispersa, ostendit præcipitatio. Nam immisso alio corpore quodam, decidit ad fundum pulvisculus tenuissimus ejus substantiæ, & quodammodo depluit. Sic metalla in suis quæque menstruis dissolvuntur, tum ope aliarum substantiarum præcipitantur: aurum dissolvit aqua regia, quod immisso etiam communi sale præcipitatur. Rei ideam est admodum facile sibi efformare satis distinctam. Si particulæ solidi, quod dissolvitur, majorem habent attractionem cum particulis aquæ, quam inter se; utique avellentur a massa sua, & singulæ circumquaque acquirent fluidas particulas, quæ illas ambiant, uti limatura ferri adhæret magnetibus, ac fient quidam veluti globuli similes illi, quem referret Terra; si ei tanta aquarum copia affunderetur, ut posset totam alte submergere, vel illi, quem refert Terra submersa in aere versus eam gravitante. Si, ut reipsa debet accidere, illa vis attractiva in distantiis paullo majoribus sit insensibilis; ubi jam erit ad illam distantiam saturata eo fluido particula solidi, ulterius fluidum non attrahet, quod idcirco aliis eodem pacto particulis solidi immersi affundetur. Quare dissolvetur solidum ipsum, ac quidam veluti globuli terrulas suas cum ingenti affusa marium vi exhibebunt, quæ terrulæ ob exiguam molem effugient nostros sensus, nec vero decident sustentatæ a vi, quæ illas cum circumfuso mari conjungit: sed globuli illi ipsi constituent quandam veluti continui fluidi massam. Ea est dissolutionis idea.

Quomodo fiat præcipitatio, & quæ sit ejus causa.

453. Quod si jam in ejusmodi fluidum immittatur alia substantia, cujus particulæ particulas fluidi ad se magis attrahant, & fortasse ad majores etiam distantias, quam attrahuntur ab illis; dissolvetur utique hæc secunda substantia, & circa ipsius particulas affundentur particulæ fluidi, quæ prioris solidi particulis adhærebant, ab illis avulsæ, & ipsis ereptæ. Illæ igitur nativo pondere intra fluidum specifice lævius depluent, & habebitur præcipitatio. Pulvisculus autem ille veterem particularum suarum nexum non acquiret ibi per sese, vel quia & gluten fortasse aliquod admodum tenue, quo connectebantur invicem, dissolutum simul jam deest in superficiebus illis, quarum separatio est facta, vel potius quia, ut ubi per limam, per tunsionem, vel aliis similibus modis solidum in pulverem redactum est, vel utcunque confractum, juxta ea, quæ diximus num. 413, non potest iterum solo accessu, & appressione deveniri ad illos eosdem limites, qui prius habebantur.

Pluviam fortasse esse quoddam præcipitationis genus:

454. Hoc pacto dissolutionis, & præcipitationis acquiritur idea admodum distincta; & fortasse etiam pluvia est quoddam præcipitationis genus, nec provenit e sola unione parti-

ticularum aquæ, quæ prius tantummodo dispersæ temere fuerint, & ob solam tenuitatem suam sustentatæ, ac suspensæ innataverint. Apparet ibi etiam, qua ratione binæ substantiæ commisceri possint, & in unam massam coalescere. Id quidem in fluido commixto cum solido patet ex ipso superiore exemplo solutionis. In binis fluidis facile admodum fit, & si sint ejusdem ad sensum specificæ gravitatis, solo motu, & agitatione impressa fieri quotidie cernimus, ut in aqua, & vino. Sed etiam si sint gravitatum admodum diversarum, attractione particularum unius in particulas alterius fieri potest unius dissolutio in altero, & commixtio. Fieri autem potest, ut ejusmodi commixtione e binis etiam fluidis oriatur solidum, cujusmodi exempla in coagulis cernimus: & in Physica illud quoque observatur quandoque, binas substantias commixtas coalescere in massam unicam minorem mole, quam fuerit prius, cujus phænomeni prima fronte admodum miri in promptu est causa in mea Theoria: cum particulæ, quæ nimirum se immediate non contingebant, aliis interpositis possint accedere ad se magis, quam prius accesserint. Sic si haberetur massa ingens elastrorum e ferro distractorum, quorum singulis inter cuspides adjungerentur globuli magnetici; hac nova accessione materiæ minueretur moles, victa repulsione mutua per attractionem magneticam, qua cuspides elastrorum ad se invicem accederent.

Mira phænomena commixtionum quomodo explicentur.

455. Ubi solidum cum solido commiscendum est, ut fiat unica massa, ibi quidem oportet solida ipsa prius contundere, vel etiam dissolvere, ut nimirum exiguæ particulæ seorsim possint ad exiguas alterius solidi accedere, & cum iis conjungi. Id autem fit potissimum per ignem, cujus vehementi agitatione, & vero etiam fortasse actione ingenti mutua inter ejus particulas, & inter quædam peculiaria substantiarum genera, ut olea, & sulphur, quæ ut gluten quoddam conjungebant inter se vel inertes particulas, vel etiam mutua repulsione præditas, dissolvit omnium corporum nexus mutuos, & massas omnes demum, si satis validus sit, cogit liquari, & ad naturam fluidorum accedere. Dissolutarum, ac liquescentium massarum particulæ commiscentur, & in unam massam coalescunt: ubi autem sic coaluerunt, possunt iterum sæpe dissimiles separari eadem actione ignis, qui aliquas prius, alias posterius, cogit minore vi abire per evaporationem, & maxime fixas majore vi reddit volatiles. Inæqualibus ejusmodi diversarum substantiarum attractionibus, & inæqualibus adhæsionibus inter earum particulas, omnis fere nititur ars separandi metalla a terris, cum quibus in fodinis commixta sunt, & alia aliorum ope prius uniendi, tum etiam a se invicem separandi, quæ omnia singillatim persequi infinitum foret. Generalis omnium explicatio facile repetitur ab illa, quam exposui, particularum diversa constitutione, quarum aliæ respectu aliarum inertes sunt, respectu aliarum activitatem habent, sed admodum diversam, tum

Cur ad commixtionem solidorum requiratur contusio: quid ad eam præstet ignis: unde ars separandi metalla.

quod pertinet ad directionem, tum quod ad intensitatem virium.

Liquationem, & volatilizationem fieri posse per agitationem ingentem particularum. Prima quomodo fiat.

456. De Liquatione, & volatilizatione dicam illud tantummodo, eas fieri posse etiam sola ingenti agitatione particularum fluidi cujuspiam tenuissimi, cujus particulæ ad solidi, & fixi corporis particulas accedant satis, & inter ipsarum etiam intervalla irrumpant; qui motus intestinus, unde haberi possit, jam exponam, ubi de fermentatione egero, & effervescentia. Nam inprimis ea intestina agitatione induci potest in particulas corporis solidi, & fixi motus quidam circa axes quosdam, qui ubi semel inductus est, jam illæ particulæ vim exercent circunquaque circa illum axem ad sensum eandem, succedentibus sibi invicem celerrime punctis, & directionibus, in quibus diversæ vires exercentur, qui etiam axes si celerrime mutentur, irregulari nimirum impulsu, habebitur in iis particulis id, quod æquivaleat sphæricitati, & homogeneitati particularum, ex qua fluiditatem supra repetivimus, atque hujus ipsius rei exemplum habuimus num. 237 in motu puncti per peripheriam ellipseos, cujus focos bina alia puncta occupent. Hæc fluiditas erit violenta, & desinente tanta illa agitatione, ac cessante vi, quæ agitationem inducebat, cessabit, ac fluidum etiam sine admixtione novæ substantiæ poterit evadere solidum. Poterit autem paullatim cessare motus ille rotationis tam per inæqualitatem exiguam, quæ semper remanet inter vires in diversis locis particulæ diversas, & obsistit semper nonnihil rotationi, quam per ipsam expulsionem illius agitatæ substantiæ, ut igneæ, & per resistentiam circumjacentium.

Alia liquationis ratio per separationem partium heterogenearum.

457. Deinde haberi etiam poterit liquatio per subtractionem heterogenearum, & difformium particularum, quæ magis homogeneas, & ad sphæricitatem accedentes particulas alligabant quodammodo impedito motu in gyrum. Id sane videtur accidere in pluribus substantiis, quæ quo magis depurantur, & ad homogeneitatem reducuntur, eo minus tenaces evadunt, & viscosæ. Sic viscositas est minima in petroleo, major in naphtha, & adhuc major in asphalto, aut bitumine, in quibus substantiis Chemia ostendit, eo majorem haberi viscositatem, quo habetur major compositio.

Quomodo fiat volatilizatio: fixatio, & volatilizatio aeris.

458. Quod si priore modo liquatio accidat, & in eo motu particulæ a limitibus cohæsionis, in quibus erant, abeant ad distantias paullo majores, in quibus habeatur ingens repulsivus arcus, se repente fugient, quo pacto corpus fixum evadet volatile. Eandem autem volatilitatem acquiret; si particulæ quæ fixum corpus componebant, erant quidem inter se in distantiis repulsionum validissimarum, sed per interjacentes particulas alterius substantiæ cohibebatur illa repulsiva vis superata ab attractione, quam exercebat in eas nova intrusa particula: si enim hæc agitatione illa excutiatur, vel ab alia, quæ ipsam attrahat magis, prætervolante ad exiguam distantiam abripiatur;

tur; tum vero repulsiva vis particularum prioris substantiæ revivisicit quodammodo, & agit, ac ipsa substantia evadit volatilis, quæ iterum nova earundem particularum intrusione figitur. Id sane videtur accidere in aere, qui potest ad fixum redigi corpus, & Halesius demonstravit per experimenta, partem ingentem lapidum, qui in vesica oriuntur, & calculorum in renibus, constare puro aere ad fixitatem reducto, qui deinde potest iterum statum volatilem recuperare: ac halitus inprimis sulphurei, & ipsa respiratio animalium ingentem aeris copiam transfert a statu volatili ad fixum. Ibi non habetur aeris compressio sola facta per cellularum parietes ipsum concludentes; ii enim disrumperentur penitus, cum aer in ejusmodi fixis corporibus reducatur ad molem etiam millecuplo minorem, in quo statu, si integras haberet elasticas vires, omnia sane repagula illa diffringeret. Halesius putat, eum in illo statu amittere elasticitatem suam, quod fieret utique, si particulæ ipsius ad eam inter se distantiam devenirent, in qua jam vis repulsiva nulla sit, sed potius attractiva succedat: sed fieri itidem potest, ut vim quidem repulsivam adhuc ingentem habeant illæ particulæ, sed ab interposita sulphurei halitus particula attrahantur magis, ut paullo ante vidimus in elastris a globulo magnetico cohibitis, & constrictis. Tum quidem elasticitas in aere ad fixitatem redacto maneret tota, sed ejus effectus impediretur a prævalente vi. Atque id quidem animadverti, & monui ante aliquot annos in dissertatione *De Turbine*, in qua omnia turbinis ipsius phænomena ab hac aeris fixatione repetii.

459. Porro agitatio illa particularum in igne, ac in fermentationibus, & effervescentiis, unde oriatur, facile itidem est in mea Theoria exponere. Ut primum crus meæ curvæ mihi impenetrabilitatem exhibuit, postremum gravitatem, intersectiones autem varia cohæsionum genera; ita alternatio arcuum jam repulsivorum, jam attractivorum, fermentationes exhibet, & evaporationes variorum generum, ac subitas etiam deflagrationes, & explosiones, illas, quæ occurrunt in Chemia passim, & quam in pulvere pyrio quotidie intuemur. Quæ autem huc ex Mechanica pertinent, jam vidimus num. 199. Dum ad se invicem accedunt puncta cum velocitate aliqua, sub omni arcu attractivo velocitatem augent, sub omni repulsivo minuunt: contra vero dum a se invicem recedunt, sub omni repulsivo augent, sub omni attractivo minuunt, donec in accessu inveniant arcum repulsivum, vel in recessu attractivum satis validum ad omnem velocitatem extinguendam. Ubi eum invenerint, retro cursum reflectunt, & oscillant hinc, & inde, in quo itu, & reditu perturbato, ac celeri, fermentationis habemus ideam satis distinctam.

Causa agitationis particularum in igne, fermentationibus, effervescentiis repetita a contorsione curvæ circa axem.

460. Et in accessu quidem semper devenitur ad arcum repulsivum aliquem parem extinguendæ velocitati cuilibet utcun-

Oscillationes in accessu semper

sisti a primo crure repulsivo pro recessu bini casus. In primo cruris attractivi asymptotici semper sisti recessum etiam.

que magnæ; devenitur enim saltem ad primum asymptoticum crus, quod in infinitum protenditur: at pro recessu duo hic casus occurrunt potissimum considerandi. Vel enim etiam in recessu devenitur ad aliquod crus asymptoticum attractivum cum area infinita, de cujusmodi casibus egimus jam num. 195, vel devenitur ad arcum attractivum recedentem longissime, & continentem aream admodum ingentem, sed finitam. In utroque casu actio punctorum, quæ extra massam sunt sita, aliorum punctorum massæ intestino illo motu agitatæ oscillationem augebit, aliorum imminuet, & puncta alia post alia procurrent ulterius versus asymptotum, vel limitem terminantem attractivas vires: quin etiam actiones mutuæ punctorum non in directum jacentium in massa multis punctis constante, mutabunt sane singulorum punctorum maximos excursus hinc, & inde, & variabunt plurimum accessus mutuos, ac recessus, qui in duobus punctis solis motum habentibus in recta, quæ illa conjungit, deberent, uti monuimus num. 192, sine externis actionibus esse constantis semper magnitudinis. In accessu tamen in utroque casu ad compenetrationem sane nunquam deveniretur: in recessu vero in primo casu cruris asymptotici, & attractionis in infinitum crescentis cum area curvæ in infinitum aucta, itidem nunquam deveniretur ad distantiam illius asymptoti. Quare in eo primo casu utcunque vehemens esset interna massæ fermentatio, utcunque magnis viribus ab externis punctis in majore distantia sitis perturbaretur eadem massa, ipsius dissolutio per nullam finitam vim, aut velocitatem alteri parti impressam haberi unquam posset.

In secundo casu arcus attractivi ingentis, sed finiti egressus partis punctorum excussorum e fine oscillationis sine regressu.

461. At in secundo casu, in quo arcus attractivus ille ultimus ejus spatii ingens esset, sed finitus, posset utique quorundam punctorum in illa agitatione augeri excursus usque ad limitem, post quem limitem succedente repulsione, jam illud punctum a massa illa quodammodo velut avulsum avolaret, & motu accelerato recederet. Si post eum limitem summa arearum repulsivarum esset major, quam summa attractivarum, donec deveniatur ad arcum illum, qui gravitatem exprimit, in quo vis jam est perquam exigua, & area asymptotica ulterior in infinitum etiam producta, est finita, & exigua; tum vero puncti elapsi recessus ab illa massa nunquam cessaret actione massæ ipsius, sed ipsum punctum pergeret recedere, donec aliorum punctorum ad illam massam non pertinentium viribus sisteretur, vel detorqueretur utcunque. In fortuita autem agitatione interna, ut & in externa perturbatione fortuita, illud accidet, quod in omnibus fortuitis combinationibus accidit, ut numerus casuum cujusdam dati generis in dato ingenti numero casuum æque possibilium dato tempore recurrat ad sensum idem, adeoque effluxus eorum punctorum, si massa perseveret ad sensum eadem, erit dato tempore ad sensum idem, vel, massa multum imminuta, imminuetur in aliqua ratione

mas-

massæ, cum a multitudine punctorum pendeat etiam casuum possibilium multitudo.

462. Hic jam plurima considerari possent, & casuum differentium, ac combinationum numerus in immensum excrescit: sed pauca quædam adnotabimus. Ubi intervallum, quod massam claudit inter limites accessus, & recessus, est aliquanto majus, & posteriorum arearum repulsivarum summa non multum excedit summam attractivarum, fiet paullatim lenta quædam evaporatio: puncta quæ in fortuita agitatione ad eum finem deveniunt, erunt pauca respectu totius massæ, quæ tamen in ingenti massa, & eodem fermentationis statu erunt eodem tempore ad sensum æquali numero, ac, massa imminuta, imminuetur & is numerus, massa autem diu perseverabit ad sensum nihil mutata. Habebitur ibi quædam velut ebullitio, & vaporum quantitas, ac vis in egressu in diversis substantiis variari plurimum poterit, cum pendeat a situ, in quo illa puncta collocata sint intra curvam: nam possunt in aliis substantiis esse citra alios ingentes arcus attractivos, quorum posteriores vel sint prioribus minus validi, vel arcus repulsivos se subsequentes minus validos habeant.

Inde pro diversa arcuum forma evaporatio lenta.

463. Sed si intervallum, quod massam claudit inter limites accessus, & recessus, sit perquam exiguum, arcus attractivus postremus non sit ita validus, & succedat arcus repulsivus validissimus; fieri utique poterit, ut massa, quæ respective quiescebat, adveniente exiguo motu a particulis externis satis proxime accedentibus, ut possint inæqualem motum imprimere punctis particularum massæ, agitatio ejusmodi in ipsa massa oriatur, qua brevissimo tempore puncta omnia transcendant limitem, & cum ingenti repulsiva vi, ac velocitate a se invicem discedant. Id videtur accidere in explosione subita pulveris pyrii, qui plerumque non accenditur contusione sola; sed exigua scintilla accedente dissilit fere momento temporis, & tanta vi repulsiva globum e tormento ejicit. Idem apparet in iis phosphoris, quæ deflagrant solo aeris contactu: ac nemo non videt, quanta in iis omnibus haberi possunt discrimina. Possunt nimirum alia facilius, alia difficilius deflagrare, alia serius, alia citius: potest sine lenta evaporatione solvi tota massa tempore brevissimo: potest, ubi massa fuerit heterogenea, avolare unum substantiæ genus aliis remanentibus, & interea possunt ex iis, quæ remanent, fieri alia mixta admodum diversa a præcedentibus, mutato etiam textu particularum altiorum ordinum per id, quod plures particulæ ordinum inferiorum, quæ pertinebant ad diversas particulas superiorum, coalescant in particulam ordinis superioris novi generis: hinc tam multæ compositiones, & transformationes in Natura, & in Chemia inprimis: hinc tam multa, tam diversa vaporum genera, & in aere elastico a tam diversis corporibus fixis genito tantum discrimen. Patet ubique immensus excursui campus: sed eo relicto pro-

Vel subita explosio, & deflagratio: ac transformationes variæ, avolante parte mixti.

progredior ad alia nonnulla, quæ ad fermentationes, & evaporationes itidem pertinent.

Concretiones evaporato fluido, & certæ figuræ residui, ut in salibus.

464. Substantia, quæ fuerat dissoluta, non solum per præcipitationem colligitur iterum, ut ubi metalla eadunt suo pondere in tenuem pulvisculum redacta; sed etiam per evaporationem, ut diximus, in salibus, qui evaporato illo fluido, in quo fuerant dissoluti, remanent in fundo. Et quidem sales non remanent sub forma tenuis pulvisculi, particulis minutissimis prorsus inertibus, sed colliguntur in massulas grandiusculas habentes certas figuras, quæ in aliis salibus aliæ sunt, & angulosæ in omnibus, ac in maxime corrosivis horrendum in modum cuspidatæ, ac serratæ, unde & sapores salium acutiores, & aliquorum ex iis, quæ corrosiva sunt, fibrillarum tenuium in animantibus proscissio, ac destructio organorum necessariorum ad vitam. Quo autem pacto eas potissimum figuras induere possint, id patet ex num. 439, ut & figuræ crystallorum & succorum, ex quibus gemmæ, & duri lapides fiunt, ubi simplices sunt, & suam quique figuram affectant, ac aliorum ejusmodi, quæ post evaporationem concrescunt, haberi utique possunt, ut ibidem ostensum est, per hoc, quod in certis tantummodo lateribus, & punctis particulæ alias particulas positas ad certas distantias attrahant, adeoque sibi adjungant certo illo ordine, qui respondet illis punctis, vel lateribus.

Quomodo possit fermentatio cessare.

465. Fermentatio paullatim minuitur, & demum cessat, cujus imminuti motus causas attigi pluribus locis, ut num. 197. Eodem autem pertinet illud etiam, quod innui num. 440. Irregularitas particularum, ex quibus corpora constant, & inæqualitas virium, plurimum confert ad imminuendam, & demum sistendum motum. Ubi nimirum aliquæ particulæ, vel totæ irruerunt in majorum cavitates, vel ubi suos uncos quosdam aliarum uncis, vel foraminibus inseruerunt, explicari non possunt, & sublapsus quidam, & compressiones particularum accidunt in massa temere agitata, quæ motum imminuunt, & ad sensum extinguunt, quo & in mollibus sisti motus potest post amissam figuram. Multum itidem potest ad minuendum, ac demum sistendum motum sola asperitas ipsa particularum, ut motus in scabro corpore sistitur per frictionem: multum incursus in externa puncta, ut aer pendulum sistit: multum particulæ, quæ emittuntur in omnes plagas, ut in evaporatione, vel ubi corpus refrigescit, excussis pluribus igneis particulis, quæ dum evolant actione particularum massæ, ipsis massæ particulis procurrentibus motum in partes contrarias imprimunt, & dum illæ, quæ oscillationem auxerant, aliæ post alias aufugiunt, illæ, quæ remanent, sunt, quæ oscillationes ipsas internis, & externis actionibus minuebant.

Cur quædam substantiæ fer-

466. Porro non omnes substantiæ cum omnibus fermentant, sed cum quibusdam tantummodo: acida cum alcalinis; & quod

quod quibusdam videtur mirum, sunt quædam, quæ apparent acida respectu unius substantiæ, & alcalina respectu alterius. Ea omnia in mea Theoria facilem admodum explicationem habent: nam vidimus, particulas quasdam respectu quarundam inertes esse, cum quibus commixtæ idcirco non fermentant, respectu aliarum exercere vires varias: adeoque si respectu quarundam habeant pro variis distantiis diversas vires, & alternationem satis magnam attractionum, ac repulsionum; statim, ac satis prope ad ipsas accesserint, fermentant. Sic si limatura ferri cum sulphure commisceatur, & inspergatur aqua, oritur aliquanto post ingens fermentatio, quæ & inflammationem parit, ac terræmotuum exhibet imaginem quandam, & vulcanorum. Oportuit ferrum in tenues particulas discerpere, ac ad majorem mixtionem adhuc adhibere aquam.

mentent cum quibusdam, & non cum aliis: cur quædam, ut fermentent, debeant contundi.

467. Ignem ego itidem arbitror esse quoddam fermentationis genus, quod acquirat vel potissimum, vel etiam sola sulphurea substantia, cum qua fermentat materia lucis vehementissime, si in satis magna copia collecta sit. Ignem autem voco eum, qui non tantum rarefacit motu suo, sed & calefacit, & lucet, quæ omnia habentur, quando materia illa sulphurea satis fermentescit. Porro ignis comburit, quia in substantiis combustibilibus multum adest substantiæ cujusdam, quæ sulphure abundat plurimum, & quæ idcirco sulphurea appellari potest, quæ vel per lucem in satis magna copia collectam, vel per ipsam jam fermentescentem sulphuream substantiam satis prægnantem ipsa lucida materia sibi admotam fermentescit itidem, & dissolvitur, ac avolat. Is ingens motus intestinus particularum excurrentium fit utique per vires mutuas inter particulas, quæ erant in æquilibrio: sed mutatis parum admodum distantiis exigui etiam punctorum numeri per exiguum unius scintillæ, vel tenuissimorum radiorum accessum, jam aliæ vires succedunt, & per earum reciprocationem perturbatus punctorum motus, qui cito per totam massam propagatur.

Ignem esse fermentationis genus: quomodo excitetur tanta fermentatio ab exigua scintilla.

468. Imaginem rei admodum vividam habere possumus in sola etiam gravitate. Emergat e mari satis editus mons, per cujus latera dispositæ sint versus fundum ingentes lapidum prægrandium moles, tum quo magis ascenditur, eo minores; donec versus apicem lapilli sint, & in summo monte arenulæ: sint autem omnia fere in æquilibrio pendentia ita, ut vi respectu molis exigua devolvi possint. Si avicula in summo monte commoveat arenulam pede; hæc decidit, & lapillos secum dejicit, qui, dum ruunt, majores lapides secum trahunt, & hi demum ingentes illas moles: fit ruina immanis, & ingens motus, qui, decidentibus in mare omnibus, mare ipsum commovet, ac in eo agitationem ingentem, & undas immanes ciet, motu aquarum vehementissimo diutissime perdurante. Avicula

Exemplum aviculæ dimota arenula in summo monte dejicientis lapillos, saxa, rupes, & excitantis in mari subjecto undas immanes.

cula

cula æquilibrium arenulæ sustulit vi perquam exigua: reliquos motus gravitas edidit, quæ occasionem agendi est nacta ex illo exiguo motu aviculæ. Hæc imago quædam est virium intestinarum agentium, ubi cum vires crescere possint in immensum, mutata utcunque parum distantia; multo adhuc major effectus haberi potest, quam in casu gravitatis, quæ quidem perseverat eadem, aucta tantummodo velocitate descensus per novas accelerationes.

Quæ careant penitus materia sulphurea, ab igne non debere lædi: hinc fortasse in ipso Sole posse manere substantias illæsas.

469. Quod si ignis excitatur tantummodo per sulphureæ substantiæ fermentationem; ubi nihil adsit ejus substantiæ, nullus erit metus ab igne. Videmus utique, quo minus ejusmodi substantiæ corpora habeant, eo minus igni obnoxia esse, ut ex amianto & telæ fiant, quæ igne moderato purgantur, non comburuntur. Censeo autem idcirco nostras hasce terrestres substantias ab igne satis intenso dissolvi omnes, & inflammari, quod omnes ejusmodi substantiæ aliquid admixtum habeant, quod nectat etiam inter se plurimas inertes particulas. At si corpora haberentur aliqua, quæ nihil ex ejusmodi substantia haberent admixtum; ea in medio igne vehementissimo illæsa perstarent, nec ullum motum acquirerent, quem nimirum nostra hæc corpora acquirunt ab igne non per incursum, sed per fermentationem ab internis viribus excitatam. Hinc in ipso Sole, & fixis, ubi nostra corpora momento fere temporis conflagrarent, & in vapores abirent tenuissimos, possunt esse corpora ea substantia destituta, quæ vegetent, & vivant sine ulla organici sui textus læsione minima. Videmus certe maculas superficiei Solis proximas durantes aliquando per menses etiam plures, ubi nostræ nubes, quibus eæ videntur satis analogæ, brevissimo tempore dissiparentur.

Exemplum fermentationis, quam cum aceto habent aliquæ terræ, aliis illæsis.

470. Id mirum videbitur homini præjudiciis præoccupato; nec intelliget, qui fieri possit, ut vivat aliquid in Sole ipso, in quo tanto major esse debet vis ustoria, dum hic exiguus radiorum solarium numerus majoribus cavis speculis, vel lentibus collectus dissolvit omnia. At ut evidenter pateat, cujusmodi præjudicium id sit; fingamus nostra corpora compacta esse ex illis terris, quas bolos vocant, quæ a diversis aquis mineralibus deponuntur, & quæ cum acidis fermentant, ac omnia corpora, quæ habemus præ manibus, vel ex eadem esse terra, vel plurimum ex ea habere admixtum. Acetum nobis haberetur loco ignis: quæcunque corpora in acetum deciderent, ingenti motu excitato dissolverentur citissime, & si manum immitteremus in acetum; ea ipsa per fermentationem exortam amissa, protinus horrore concuteremur ad solam aceti viciniam, & eodem modo videretur nobis absurdum quoddam, ubi audiremus, esse substantias, quæ acetum non metuant, & in eo diu perstare possint sine minimo motu, atque sui textus læsione, quo vulgus rem prorsus absurdam censebit, si audiat, in medio igne, in ipso Sole, posse haberi corpora, quæ nul-

nullam inde læsionem accipiant, sed pacatissime quiescant, & vegetent, ac vivant.

471. Hæc quidem de igne; jam aliquid de luce, quam ignis emittit, & quæ satis collecta ipsum excitat. Ipsa lux potest esse effluvium quoddam tenuissimum, & quasi vapor fermentatione ignea vehementi excussus. Et sane validissima, meo quidem judicio, argumenta sunt, contra omnes alias hypotheses, ut contra undas, per quas olim phænomena lucis explicare conatus est Hugenius, quam sententiam diu consepultam iterum excitare conati sunt nuper summi nostri ævi Geometræ, sed meo quidem judicio sine successu (r): nam explicarunt illi quidem, & satis ægre, paucas admodum luminis proprietates, aliis intactis prorsus, quas sane per eam hypothesim nullo pacto explicari posse censeo, & quarum aliquas ipsi arbitror omnino opponi: sed eam sententiam impugnare non est hujus loci, quod quidem alibi jam præstiti non semel. Mirum sane, quam egregie in effluviorum emanantium sententia ex mea Theoria profluant omnes tam variæ lucis proprietates, quam explicationem fuse persecutus sum in secunda parte dissertationis *De Lumine*: præcipua capita hic attingam; interea illud innuam, videri admodum rationi consentaneam ejusmodi sententiam materiæ effluentis, vel ex eo, quod in ingenti agitatione, quam habet ignis, debet utique juxta id, quod vidimus num. 195, evolare copia quædam particularum, ut in ebullitionibus, effervescentiis, fermentationibus passim evaporationes habentur.

De lumine: sententiam de emissione luminis præferendam omnino undis fluidi elastici.

472. Præcipuæ proprietates luminis sunt ejus emissio constans, & ab æquali massa, ut ab eodem Sole, ab ejusdem candelæ flamma, ad sensum eadem intensitate: immanis velocitas, nam semidiametrorum terrestrium 20 millia, quanta est circiter Solis a Terra distantia, percurrit semiquadrante horæ: velocitatum discrimen exiguum in diversis radiis, nam celeritatis discrimen in radiis homogeneis vix ullum esse, si quod est, colligitur e pluribus indiciis: propagatio rectilinea per medium diaphanum ejusdem densitatis ubique cum impedimento progressus per media opaca, sine ullo impedimento sensibili ex impactu in se invicem radiorum tot diversas directiones habentium, aut in partes internas diaphanorum corporum utcunque densorum: reflexio partis luminis ad angulos æquales in mutatione medii, parte, quæ reflectitur, eo majore respectu luminis, quo obliquitas incidentiæ est major; refractio alterius partis in eadem mutatione cum lege constantis rationis inter sinum incidentiæ, & sinum anguli refracti; quæ ratio in di-

Proprietates luminis, quarum reddenda est ratio.

(r) *Cum hæc scriberem, nondum prodierant Opera Taurinensis Academiæ: nec vero huc usque, dum hoc Opus reimprimitur, adhuc videre potui, quæ Geometra maximus La Grange hoc in genere protulit.*

in diversis coloratis radiis diversa est, in quo stat diversa diversorum coloratorum radiorum refrangibilitas: dispersio & in reflexione, & in refractione exiguæ partis luminis cum directionibus quibuscunque quaquaversus: alternatio binarum dispositionum in quovis radio, in quarum altera facilius reflectatur, & in altera facilius transmittatur lux delata ad superficiem dirimentem duo media heterogenea, quas Newtonus vocat vices facilioris reflexionis, & facilioris transmissus, cum intervallis vicium, post quæ nimirum dispositiones maxime favente reflexioni, vel refractioni redeunt, æqualibus in eodem radio ingresso in idem medium, & diversis in diversis coloratis radiis, in diversis mediorum densitatibus, & in diversis inclinationibus, in quibus radius ingreditur, ex quibus vicibus, & earum intervallis diversis in diversis coloratis radiis pendent omnia phænomena laminarum tenuium, & naturalium colorum tam permanentium, quam variabilium, uti & crassarum laminarum colores, quæ omnia satis luculenter exposuit in celebri dissertatione *De Lumine* P. Carolus Benvenuti e Soc. nostra Scriptor accuratissimus: ac demum illa, quam vocant diffractionem, qua radii in transitu prope corporum acies inflectuntur, & qui diversum colorem, ac diversam refrangibilitatem habent, in angulis diversis.

Emissio quomodo fiat: qui fiat, ut quædam simul citissime dissolvantur, dum lumen emittunt, ut ignis subitus, quædam, ut Sol, diutissime persistent sine sensibili jactura.

473. Quod pertinet ad emissionem, jam est expositum num. 199, & num. 461; ubi etiam ostensum est illud, manente eadem massa, quæ emittit effluvia, ipsorum multitudinem dato tempore esse ad sensum eandem. Porro fieri potest, ut massa, quæ lumen emittit, penitus dissolvatur, ut in ignibus subitis accidit, & fieri potest, ut perseveret diutissime. Id potissimum pendet a magnitudine intervalli, in quo fit oscillatio fermentationis, & a natura arcus attractivi terminantis id intervallum juxta num. 195. Quin immo si Auctor Naturæ voluit massam vehementissima etiam fermentatione agitatam prorsus indissolubilem quacunque finita velocitate, potuit facile id præstare juxta num. 460 per alios asymptoticos arcus cum areis infinitis, intra quorum limites sit massa fermentescens; quorum ope ea colligari potest ita, ut dissolvi omnino nequeat, ponendo deinde materiam luminis emittendi ultra intervallum earum asymptotorum respectu particularum ejus massæ, & citra arcum attractivum ingentis areæ, sed non infinitæ, ex quo aliæ lucidæ particulæ evolare possint post alias. Nec illud, quod vulgo objici solet, tanta luminis effusione debere multum imminui massam Solis, habet ullam difficultatem, posita illa componibilitate in infinitum, & illa solutione problematis, quæ habetur num. 395. Potest enim in spatiolo utcunque exiguo haberi numerus utcunque ingens punctorum, & omnis massa luminis, quæ diffusa tam immanem molem occupat, potest in Sole, vel prope Solem occupavisse spatiolum, quantum libuerit, parvum, ut idcirco Sol post quotcunque sæcu-

culorum millia ne latum quidem unguem decrescat. Id pendet a ratione densitatis luminis ad densitatem Solis, quæ ratio potest esse utcunque parva: & quidem pro immensa luminis tenuitate sunt argumenta admodum valida, quorum aliqua proferam infra.

474. Celeritas utcunque magna haberi potest ab arcubus repulsivis satis validis, qui occurrant post extremum limitem oscillationis terminatæ ab arcu ingenti attractivo juxta num. 194: nam si inde evadat particula cum velocitate nulla; quadratum velocitatis totius definitur ab excessu arearum omnium repulsivarum supra omnes attractivas juxta num. 178, qui excessus cum possit esse utcunque magnus; ejusmodi celeritas potest itidem esse utcunque magna. Verum celeritatis discrimen in particulis homogeneis erit prorsus insensibile, quia particulæ luminis ejusdem generis ad finem oscillationis advenient cum velocitatibus fere nullis: nam eæ, quæ juxta Theoriam expositam num. 195. paullatim augent oscillationem suam, demum adveniunt ad limitem cohibentem massam, & avolant; quo si tum, cum avolant, advenirent cum ingenti velocitate, advenissent utique eodem, & effugissent in oscillatione præcedenti. Demonstravimus autem ibidem, exiguum discrimen velocitatis in ingressu spatii, in quo datæ vires perpetuo accelerant motum, & generant velocitatem ingentem, inducere discrimen velocitatis genitæ perquam exiguum etiam respectu illius exigui discriminis velocitatis initialis, quod demonstravimus ibi ratione petita a natura quadrati quantitatis ingentis conjuncti cum quadrato quantitatis multo minoris, quod quantitatem exhibet a priore illa differentem multo minus, quam sit quantitas illa parva, cujus quadratum conjungitur. Discrimen aliquod sensibile haberi poterit; siqua effugiunt, non sint puncta simplicia, sed particulæ non nihil inter se diversæ: nam curva virium, qua massa tota agit in ejusmodi particulas, potest esse nonnihil diversa pro illis diversis particulis, adeoque excessus summæ arearum repulsivarum supra summam attractivarum potest esse nonnihil diversus, & quadratum velocitatis ipsi respondens nonnihil itidem diversum. Hoc pacto particulæ luminis homogeneæ habebunt velocitatem ad sensum prorsus æqualem: particulæ heterogeneæ poterunt habere nonnihil diversam, uti ex observatione phænomenorum videtur omnino colligi. Illud unum hac in re notandum superest, quod curva virium, qua massa tota agit in particulam positam jam ultra terminum oscillationum, mutatis per oscillationem ipsam punctis massæ, mutabitur nonnihil: sed quoniam in fortuita ingenti agitatione massæ totius celerrime succedunt omnes diversæ positiones punctorum; summa omnium erit ad sensum eadem, potissimum pro particula diutius hærente in illo initio suæ fugæ, ad quod advenit, uti diximus, cum velocitate perquam exigua, ut idcirco homogenearum particularum velocitas,

Unde tanta velocitas: cum velocitatis discrimen exiguum, & in radiis homogeneis multo minus.

ubi jam deventum fuerit ad arcum gravitatis, & vires exiguas, debeat esse ad sensum eadem, & discrimen aliquod haberi possit tantummodo in heterogeneis particulis a diverso earum textu. Patet igitur, unde celeritas ingens provenire possit, & si quod est celeritatis discrimen exiguum.

Unde propagatio rectilinea: incursum immediatum punctorum lucis, in puncta medii nullum haberi: virium in medio homogeneo exiguam inæqualitatem eludi a tenuitate, & celeritate luminis.

475. Quod pertinet ad propagationem rectilineam per medium homogeneum diaphanum, & ad motum liberum sine ullo impedimento a particulis ipsius luminis, vel medii diaphani, id in mea Theoria admodum facile exponitur, quod in aliis ingentem difficultatem parit. Et quidem quod pertinet ad impedimenta, si curva virium nullum habeat arcum asymptoticum perpendicularem axi præter primum; ostensum est num. 362, sola satis magna velocitate obtineri posse apparentem compenetrationem duarum substantiarum, quam tenuitas, & homogeneitas spatii, per quod transitur, plurimum juvat. Quoniam respectu punctorum materiæ prorsus indivisibilium, & inextensorum infinities infinita sunt puncta spatii existentia in eodem plano; infinities infinite est improbabilis pro quovis momento temporis directio motus puncti materiæ cujusvis accurate versus aliud punctum materiæ, ac improbabilitas pro summa momentorum omnium contentorum dato quovis tempore utcunque longo evadit adhuc infinita. Ingens quidem est numerus punctorum lucis, & propemodum immensus, sed in mea Theoria utique finitus. Ea puncta quovis momento temporis directiones motuum habent numero propemodum immenso, sed in mea Theoria finito. Verum quidem est, ubicunque oculus collocetur in immensa propemodum superficie sphæræ circa unam fixam remotissimam descripta, immo intra ipsam sphæram, videri fixam, & proinde aliquam luminis particulam afficere nostrum oculum: sed id fit in mea Theoria non quia accurate in omnibus absolute infinitis directionibus adveniant radii, sed quod pupilla, & fibræ oculorum non unicum punctum sunt, & vires punctorum particulæ luminis agunt ad aliquod intervallum. Hinc quovis utcunque longo tempore nullus debet accidere casus in mea Theoria, in quo punctum aliquod luminis directe tendat contra aliquod aliud punctum vel luminis, vel substantiæ cujusvis, ut in ipsum debeat incurrere. Quamobrem per incursum, & immediatum impactum nullum punctum luminis aut sistet motum suum, aut deflectet.

Si satis magnam velocitatem habeant; quævis, solida etiam, transitura trans alia solida sine ulla motuum perturbatione.

476. Id quidem commune est omnibus corporibus, quæ corpora inter se congrediuntur. Ea nullum habent in mea Theoria punctum immediatum incurrens in aliud punctum; quam ob causam & illud ibidem dixi, si nullæ vires mutuæ adessent, debere utique haberi apparentem quandam compenetrationem omnium massarum: sed adhuc vel ex hoc solo capite veram compenetrationem haberi nunquam omnino posse. Vires igitur, quæ ad aliquam distantiam protenduntur, impediunt

pediunt

pediunt progressum. Eæ vires si circumquaque essent semper æquales; nullum impedimentum haberet motus, qui vi inertiæ deberet esse rectilineus. Quare sola differentia virium agentium in punctum mobile obstare potest. At si nulla occurrat infinita vis arcus asymptotici cujuspiam post primum; vires omnes finitæ sunt, adeoque & differentia virium secundum diversas directiones agentium finita est semper. Igitur utcunque ea sit magna, ipsam finita quædam velocitas elidere potest, quin permittat ullam retardationem, accelerationem, deviationem, quæ ad datam quampiam utcunque parvam magnitudinem assurgat: nam vires indigent tempore ad producendam novam velocitatem, quæ semper proportionalis est tempori, & vi. Hinc si satis magna velocitas haberetur; quævis substantia trans aliam quanvis libere permearet sine ullo sensibili obstaculo, & sine ulla sensibili mutatione dispositionis propriorum punctorum, & sine ulla jactura nexus mutui inter ipsa puncta, & cohæsionis, quod ibidem illustravi exemplo ferrei globuli inter magnetes dispersos cum satis magna velocitate libere permeantis, ubi etiam illud vidimus, in hoc casu virium ubique finitarum impenetrabilitatis ideam, quam habemus, nos debere soli mediocritati nostrarum velocitatum, & virium, quarum ope non possumus imprimere satis magnam velocitatem, & libere trans murorum septa, & trans occlusas portas pervadere.

477. Id quidem ita se habet, si nullæ præter primam asymptoti habeantur, quæ vires absolute infinitas inducant: nam si per ejusmodi asymptoticos arcus particulæ fiant & indissolubiles, & prorsus impenetrabiles juxta num. 362; tum vero nulla utcunque magna velocitate posset una particula alteram transvolare, & res eodem recideret, quo in communi sententia de continua extensione materiæ. Tum nimirum oporteret lucis particulas minuere, non quidem in infinitum (quod ego absolute impossibile arbitror, quemadmodum & quantitates, quæ revera infinite parvæ sint in se ipsis tales, ac independenter ab omni nostro cogitandi modo determinatæ: nec vero earum usquam habetur necessitas in Natura) sed ita, ut adhuc incursus unius particulæ in aliam pro quovis finito tempore sit, quantum libuerit, improbabilis, quod per finitas utique magnitudines præstari potest. Si enim concipiatur planum per lucis particulam quancunque ductum, & cum ea progrediens; eorum planorum numerus dato quovis finito tempore utcunque longo erit utique finitus; si particulæ inter se distent quovis utcunque exiguo intervallo, quarum idcirco finito quovis tempore non nisi finitum numerum emittet massa utcunque lucida. Porro quodvis ex ejusmodi planis ad medias, qua latissimæ sunt, alias particulas luminis inter se distantes finito numero vicium appellet utique intra finitum quodvis tempus, cum id per intervalla finita tantummodo debeat accidere, & sum-

Si per asymptoticos arcus particulæ essent prorsus impermeabiles, tum recurrendum ad molem imminutam quantum oportet.

& summa ejusmodi accessuum pertinentium ad omnia plana particularum numero finitarum finita erit itidem, utcunque magna. Licebit autem ita particularum diametros maximas imminuere, ut spatium plani ad datam quamvis distantiam protensi circunquaque utcunque etiam exiguam, habeat ad sectionem maximam particulæ rationem, quantum libuerit, majorem illa, quam exprimit ille ingens, sed finitus accessuum numerus: ac idcirco numerus directionum, per quas possint transire omnia illa plana ad omnes particulas pertinentia sine incursu in ullam particulam, erit numero earum, per quas fieri possit incursus, major in ratione ingenti, quantum libuerit; etiam si cum ea lege progredi deberent, ut altera non deberet transire in majore distantia ab altera, quam sit intervallum illud determinans exiguum illud spatium, ad quod assumpta est particularum sectio minor in ratione, quantum libuerit, magna. Infinito nusquam opus erit in Natura, & series finitorum, quæ in infinitum progreditur, semper aliquod finitum nobis offert ita magnum, vel parvum, ut ad physicos usus quoscunque sufficiat.

Asymptoticis iis cruribus nullum esse opus: ea potius excludenda: quam bene omnia explicentur sine ipsis.

478. Quod de particulis inter se collatis est dictum, idem locum habet & in particulis respectu corporum quorumcunque, potissimum si corpora juxta meam Theoriam constituta sint particulis distantibus a se invicem, & non continuo nexu colligatis, sive extensionis vere continuæ illius veli, aut muri continuam infinitam objicientis resistentiam, de quo egimus num. 362, & 363. Verum ejusmodi asymptoticorum arcuum nulla mihi est necessitas in mea Theoria, & hic itidem per nexus, ac vires limitum ingentis, quantum libuerit, quanquam non etiam infiniti valoris, omnia præstari possunt in Natura: & si principio inductionis inhærere libeat; debemus potius arbitrari, nullos esse alios ejusmodi asymptoticos arcus in curva, quam Natura adhibet: cum in ingenti intervallo a fixis ad particulas minimas, quas intueri per microscopia possumus, nullus ejusmodi nexus occurrat, quod indicat motus continuus particularum luminis per omnes ejusmodi tractus; nisi forte primus ille repulsivus, & postremus ejus naturæ arcus, ad gravitatem pertinens, indicio sint, esse & alios alibi in distantiis, quæ citra microscopiorum, vel ultra telescopiorum potestatem contrahuntur, vel protenduntur. Ceterum si vires omnes finitæ sint, & puncta materiæ juxta meam Theoriam simplicia penitus, & inextensa; multo sane facilius concipitur, qui fiat, ut habeatur hæc apparens compenetratio sine ullo incursu, & sine ulla dissolutione particularum cum transitu aliarum per alias.

Quomodo rem conficiant velocitas satis magna, & æqualitas sensibilis virium circum-

479. Porro duo sunt, quorum singula rem præstare possunt, velocitas satis magna, quæ nimirum utcunque magnam virium inæqualitatem potest eludere, & virium circumquaque positarum æqualitas, quæ differentiam relinquat omnino nullam. Differentia nunquam sane habebitur omnino nulla, ubi

pun-

punctum materiæ prætervolet per quandam punctorum veluti silvam, quorum alia ab aliis distent: necessario enim mutabit distantiam ab iis, a quibus minimum distat, jam accedens nonnihil, jam recedens. Verum ubi distributio particularum ad æqualitatem quandam multum accesserit, inæqualitas virium erit perquam exigua; si omnium virium habeatur ratio, quas exercent omnia puncta disposita circa id punctum ad intervallum, ad quod satis sensibiles meæ curvæ vires protenduntur. Concipiamus enim sphæram quandam, quæ habeat pro semidiametro illam distantiam, ad quam protenduntur flexus curvæ virium primigeniæ, sive ad quam vires singulorum punctorum satis sensibiles pertingunt. Si medium satis ad homogeneitatem accedat; secta illa sphæra in duas partes utcunque per centrum, in utraque numerus punctorum materiæ erit quamproxime idem, & summa virium quam proxime eadem, se compensantibus omnibus exiguis inæqualitatibus in tanta multitudine, quod in omnibus fit satis numerosis fortuitis combinationibus: adeoque sine ullo sensibili impedimento, sine ingenti flexione progredietur punctum quodcunque motu vel rectilineo, vel tremulo quidem nonnihil, sed parum admodum, & ad sensum æque in omnem plagam.

quaque. Quomodo hæc in homogeneo medio habeatur.

480. Quod si accedat ingens velocitas; multo adhuc minor erit inæqualitatum effectus, tum quod multo minus habebunt temporis vires, ut agant, tum quod in ipso continuato progressu inæqualitates jam in unam plagam prævalebunt, jam in aliam, quibus sibi mutuo celerrime succedentibus, magis adhuc uniformis, & rectilineus erit progressus. Sic ubi turbo ligneus gyrat celerrime circa verticalem axem cuspide tenuissima innixum solo, stat utique, inæqualitate ponderis, quæ ad casum determinat, jam ad aliam plagam jacente, & totam inclinante molem, jam ad aliam, qui, celeritate motus circularis imminuta, decidit inclinatus, quo exigit præponderantia.

Quomodo ingens velocitas exiguam inæqualitatem eludat: exemplum in turbine ligneo non cadente.

481. Quod autem homogeneitas medii, & velocitas præstant simul, id adhuc auget multo magis is nexus, qui est inter materiæ puncta particulam componentia, & æquali ad sensum velocitate delata, qui mutuis viribus cum accessum ad se invicem punctorum particulam componentium, & recessum impediat, cogit totam particulam simul trepidare eo solo motu, quem inducit summa inæqualitatum pertinentium ad puncta omnia, quæ summa adhuc magis ad æqualitatem accedit: nam in fortuitis, & temere hac, illac dispersis, vel concurrentibus casu circumstantiis, quo major numerus accipitur, eo inæqualitatum irregularium summa decrescit magis.

Accedere nexum inter puncta particulæ: quid is præstet.

482. Demum raritas medii ad id ipsum confert adhuc magis: quo enim major est raritas, eo minor occurrit punctorum numerus intra illam sphæram, adeoque eo minor virium componendarum multitudo, & inæqualitas adhuc multo minor.

Raritatem plurimum prodesse: omnes eas quatuor causas habere locum

in lumine non turbato a radiis alia directione delatis quaquaversum: priores tres in mediis densioribus pellucidis.

nor. Porro omnes hæ quatuor causæ æqualitatis concurrunt, ubi agitur de radiis collatis cum aliis radiis: homogeneitas, nam lumen a dato puncto progrediens suam densitatem imminuit in ratione reciproca duplicata distantiarum a puncto radiante, adeoque in tam exiguo circunquaque circa quodvis punctum intervallo, quantum est id, ad quod virium actio sensibilis protenditur, ad homogeneitatem accedit in immensum: celeritas, quæ tanta est, ut singulis arteriæ pulsibus quævis luminis particula fere bis centum millia Romanorum milliariorum percurrat: nexus particularum mutuus, nam ipsæ luminis particulæ ad diversos coloratos radios pertinentes habent perennes proprietates suas, quas constanter servant, ut certum refrangibilitatis gradum, & potentiam certo impulsu agitandi oculorum fibras, per quam certam certi coloris sensationem eliciant: ac demum tenuitas immanis, qua opus est ad tantam diffusionem, & tam perennem effluxum sine ulla sensibili imminutione solaris massæ, & cujus indicium aliquod proferam paullo inferius. Ubi vero agitur de lumine comparato cum substantiis pellucidis, per quas pervadit, priora illa tria tantummodo locum habent respectu particularum luminis, & omnia quatuor respectu particularum pellucidi corporis, quarum nexus non dissolvitur, nec positio turbatur quidquam ab intervolantibus radiorum particulis. Quamobrem errat, qui putat, mea indivisibilia puncta prædita insuperabili potentia repulsiva pertingente ad finitam distantiam esse tam subjecta collisionibus, quam sunt particulæ finitæ magnitudinis, & idcirco nulli adminiculo esse pro comprehendenda mutua lucis penetratione; nam sine cruribus illis asymptoticis posterioribus meæ vires repulsivæ non sunt insuperabiles, nisi ubi puncta congredi debeant in recta, quæ illa jungit, qui casus in Natura nusquam occurrit.

Pelluciditatem oriri a sola homogeneitate: solam heterogeneitatem impedire posse progressum per inæqualitatem virium.

483. Et vero sola homogeneitas pelluciditatem parit, uti jam olim notavit Newtonus, nec opacitas oritur ab impactu in partes corporum solidas, & a defectu pororum jacentium in directum, uti alii ante ipsum plures censuerant, sed ab inæquali textu particularum heterogenearum, quarum aliæ aliis minus densis, vel etiam penitus vacuis amplioribus spatiolis intermixtæ satis magnam inducunt inæqualitatem virium, qua lumen in omnes partes detorquent, ac distrahunt flexu multiplici, & ambagibus per internos meatus continuis, quibus fit, ut si paullo crassior occurrat massa corporis ex heterogeneis particulis coalescentis, nullus radius rectilineo motu totam pervadat massam ipsam, quod nimirum ad pelluciditatem requiritur. Indicia rei habemus quamplurima præter ipsam omnem superiorem Theoriam, quæ rem sola evinceret; cum nimirum sine inæqualitate virium nullum haberi possit libero rectilineo progressui impedimentum. Id sane colligitur ex eo, quod omnium corporum tenuiores laminæ pellucidæ sunt, uti norunt, qui microscopiis tractandis assueverunt: id evin-

evincunt illæ ſubſtantiæ, quæ aliarum poris injectæ eaſdem ex opacis pellucidas reddunt, ut charta oleo imbuta ſit pellucida, ſupplente aerem ipſo oleo, cum quo multo minus inæqualiter in lumen agunt particulæ chartæ, quam agerent ſoli aeri, vel vacuo ſpatio intermixtæ. Rem autem oculis ſubjicit vitrum contuſum in minores particulas, quod ſola irregularitate figuræ particularum temere ex contuſione naſcentium, & aeris intermixti inæqualitate ſit opacum per multiplicationem reflexionum, & refractionum irregularium: nec aliam ob cauſam aqua in glaciem bullis continuis interruptam abiens pelluciditatem amittit, ut & alia corpora ſane multa, quæ, dum concreſcunt vacuolis interrupta, illico opaca fiunt.

Reflexionem non oriri ab impactu, ſed ab inæqualitate virium in mutatione medii: ubi pro refractionis explicatione præmiſſa principia.

484. Quamobrem nec reflexio inde ortum ducit, ſed habetur etiam in pellucidis corporibus ex inæqualitate virium ſeu repellentium, ſeu attrahentium, uti in Optica ſua Newtonus tam multis notiſſimis argumentis demonſtravit, quorum unum eſt illud ipſum ex aſperitate ſuperficiei cujuſcunque cujuſvis corporis, utcunque nobis, nudo potiſſimum inſpectantibus oculo, lævis appareat, & perpolita, quod num. 299 expoſuimus; & ex eadem cauſa oritur etiam refractio. Si velocitas luminis eſſet ſatis magna; impediret etiam hujuſce inæqualitatis effectum, qui provenit a diverſa mediorum conſtitutione: ſed ex ipſis reflexionibus, & refractionibus in mutatione medii, conjunctis cum propagatione rectilinea per medium homogeneum, patet, celeritatem illam tantam luminis ſatis eſſe magnam ad eludendam illam inæqualitatem tanto minorem, quæ habetur in mediis homogeneis, non illam tanto majorem, quæ oritur a mediorum diſcrimine. Quod vero ad refractionis explicationem ex Mechanica requiritur, expoſuimus a num. 302, ubi adhibuimus principium illud virium inter duo plana parallela agentium æque in diſtantiis æqualibus ab eorum utroque, cujus explicationem ad luminis particulas jam expediemus.

Conſideratio

485. Concipiatur (*f*) illa ſphærula, cujus ſemidiameter

Ff æqua-

(f) *Refert* MN *in fig.* 70 *ſuperficiem dirimentem duo media*, GE *viam radii advenientis*, H *particulam luminis*; HE *celeritatem ejus abſolutam*, HS *parallelam*, SE *perpendicularem*, *quæ eſt eo minor, quo radius incidit magis obliquus*: abc *eſt ſphæra, intra quam habetur actio ſenſibilis in particulam* H, *quæ eſt adhuc tota in priore medio*: X, X, X'' *ſunt loca plura particulæ progredientis inter plana* AB, CD *parallela ſuperficiei* MN, *ſita ad diſtantiam ab ea æqualem ſemidiametro ſphæræ* Hc. *Particula ſita inter illa plana ubicunque, ut in* X, *ea ſphæra habebit ſuum ſegmentum* FRL *ultra ſuperficiem* MN: *ſit ejus axis* RT, *& eodem axe ſegmentum* QTZ *priori æquale*, *ac* mn *planum per centrum parallelum* MN. *Segmenta* mFLn, mQZn *ejuſdem medii agent æqualiter. Segmenta* FRL, QTZ *inæqualiter, ſed eorum vires dirigentur per axem* TR *in alteram e binis plagis oppoſitis; adeoque & differentia virium dirigetur per eundem, qui quidem perpendicularis eſt utique planis* AB, CD. *Ea actione via incurva radii ſinuatur per* XX'X''. *Prout vis diri-* Fig. 70.

sphæræ, ad quam extenditur vis sensibilis agens in lumen: inde vis inter bina plana parallela superficiei dirimenti media: inter quæ vis agit.

æquatur distantiæ illi, ad quam agunt actione satis sensibili particulæ corporum in lucis particulam, quæ cum lucis particula progrediatur simul. Donec ipsa sphærula est in aliquo homogeneo medio tota, vires in particulam circunquaque æquales erunt ad sensum, & cum nullus habeatur immediatus incursus, motus inertiæ vi factus erit ad sensum rectilineus, & uniformis. Ubi illa sphærula aliquod aliud ingressa fuerit diversæ naturæ medium, cujus eadem moles exerceat in particulas luminis vim diversam a prioris medii vi; jam illa pars novi medii, quæ intra sphærulam immersa erit, non exercebit in ipsam particulam vim æqualem illi, quam exeret pars sphærulæ ipsi respondens ex altera centri parte, & facile patet, differentiam virium debere dirigi per axem perpendicularem illis segmentis sphærulæ, per quem singulæ utriusque segmenti vires diriguntur, nimirum perpendiculariter ad superficiem dirimentem duo media, quæ illud prius segmentum terminat: & quoniam ubicunque particula sit in æquali distantia a superficie, illud segmentum erit magnitudinis ejusdem; vis motum perturbans in iisdem a superficie illa distantiis eadem erit. Durabit autem ejusmodi vis, donec ipsa sphærula tota intra novum medium immergatur. Incipiet autem immergi ipsa sphærula in novum medium, ubi particula advenerit ad distantiam ab ipsius superficie æqualem radio sphærulæ, & immergetur tota, ubi ipsa particula jam immersa fuerit, ac ad distantiam eandem processerit. Quare si concipiantur duo plana parallela ipsi superficiei dirimenti media, quæ superficies in exiguo tractu habetur pro plana, ad distantias citra, & ultra ipsam æquales radio illius sphærulæ, sive intervallo actionis sensibilis; particula constituta inter illa plana habebit vim secundum directionem perpendicularem ipsis planis, quæ in data distantia ab eorum altero utrovis æqualis erit.

Tres casus, qui exhibent reflexionem, vel refractionem cum recessu a perpendiculo, vel ipsam refractionem cum accessu.

486. Porro id ipsum est id, quod assumpsimus num. 302, & unde derivavimus reflexionis, ac refractionis legem: nimirum si concipiatur ejusmodi vis resoluta in duas, alteram parallelam iis planis, alteram perpendicularem: illa vis potest

---

getur versus CD, *vel versus* AB, *curva erit cava versus easdem, & in mutatione directionis vis ipsius mutabitur flexus curvæ. Si autem curva evaserit alicubi parallela plano* AB; *flectet cursum retro; nisi id accidat accurate in situ vis* $=$ *o, qui casus est in infinitum improbabilis. Id accidet in aliis radiis citius, in aliis serius, pro diversa absoluta celeritate radii, pro diversa inclinatione incidentiæ, & pro diversa natura, vel constitutione particulæ, abeuntibus aliis particulis per* QXIK, *aliis per* $QXX'I'K'$, *aliis per* $QXX'X''I''K''$. *Porro perquam exiguum discrimen in vi, vel celeritate, potest curvam uno aliquo in loco a positione proxima parallelismo ad ipsum parallelismum traducere, quo loco superato adhuc summa actionum usque ad* O *potest esse ad sensum eadem. Reliqua sunt hic, ut num. 306.*

est perpendicularem velocitatem vel extinguere totam, ante, quam deveniatur ad planum ulterius, vel imminuere, vel augere. In primo casu debet particula retro regredi, & describere curvam similem illi, quam descripsit usque ad ejusmodi extinctionem, recuperando iisdem viribus in regressu, quod amiserat in progressu, adeoque debet egredi in angulo reflexionis æquali angulo incidentiæ: in secundo casu habetur refractio cum recessu a perpendiculo, in tertio refractio cum accessu ad ipsum, & in utrolibet casu, quæcunque fuerit inclinatio in ingressu, debet differentia quadratorum velocitatis perpendicularis in ingressu, & egressu esse constantis cujusdam magnitudinis ex principio mechanico demonstrato num. 176 in adn. & inde num. 305 est erutum illud, sinum anguli incidentiæ ad sinum anguli refracti debere esse in constanti ratione, quæ est celeberrima lucis proprietas, cui tota innititur Dioptrica, & præterea illud num. 306 velocitatem in medio præcedente ad velocitatem in medio sequente esse in ratione reciproca sinuum eorundem.

487. Hoc pacto ex uniformi Theoria deductæ sunt notissimæ, ac vulgares leges reflexionis, ac refractionis, ex quibus plura consectaria deduci possunt. Inprimis quoniam debet actio semper esse mutua, dum corpora agunt in lumen ipsum reflectendo, & refringendo; debet ipsum lumen agere in corpora, ac debet esse velocitas amissa a lumine ad velocitatem acquisitam a centro gravitatis corporis sistentis lumen, ut est massa corporis ad massam luminis. Inde deducitur immensa luminis tenuitas: nam massa tenuissima levissimæ plumulæ suspensæ filo tenui, si impetatur a radio repente immisso, nullum progressivum acquirit motum, qui sensu percipi possit. Cum tam immanis sit velocitas amissa a lumine; facile patet, quam immensa sit tenuitas luminis. Newtonus etiam radiorum impulsioni tribuit progressum vaporum cometicorum in caudam; sed eam ego sententiam satis valido, ut arbitror, argumento rejeci in mea dissertatione *De Cometis*. Sunt, qui auroras boreales tribuant halitibus tenuissimis impulsis a radiis solaribus, quod miror fieri etiam ab aliquo, qui radios putat esse undas tantummodo, nam undæ progressivum motum per se se non imprimunt: qui autem censent, & fluvios retardari orienti Soli contrarios, & Terræ motus fieri ex impulsu radiorum Solis, ii sane nunquam per legitima Mechanicæ principia inquisiverunt in luminis tenuitatem.

Lumen debere in corpora reagere æqualiter: hinc immensa lucis tenuitas: qui effectus ipsi falso tribuantur a nonnullis.

488. Solis particulis tenuissimis corporum imprimunt motum radii, ex quo per internas vires aucto oritur calor; & quidem in opacis corporibus multo facilius, ubi tantæ sunt reflexionum, & refractionum internæ vicissitudines: exiguo motu impresso paucis particulis, reliqua internæ mutuæ vires agunt juxta ea, quæ diximus num. 467. Sic ubi radiis solaribus speculo collectis comburuntur aliqua, alia calcinantur etiam;

Tenuissimum motum imprimi a lumine particulis corporum: calorem, & ustionem provenire ab earum viribus internis, quod ipsum probatur hic.

etiam; omnes illi motus ab internis utique viribus oriuntur, non ab impulsione radiorum. Regulus antimonii ita calcinatus auget aliquando pondus decima sui parte. Sunt, qui id tribuant massæ radiorum ibi collectæ. Si id ita esset; debuisset citissime abire illa substantia cum parte decima velocitatis amissæ a lumine, sive citius, quam binis arteriæ pulsibus ultra Lunam fugere. Quamobrem alia debet esse ejus phænomeni causa, qua de re fusius egi in mea dissertatione *De Luminis Tenuitate*.

Densiora agere in lumen fortius: sed sulphurosa, & oleosa pari densitate plus: cur id ipsum.

489. Quoniam lumen in sulphuris particulas agit validissime, nam sulphurosæ, & oleosæ substantiæ facillime accenduntur; eæ contra in lumen validissime agunt. Substantiæ generaliter eo magis agunt in lumen, quo densiores sunt, & attractionum summa prævalet, ubi radius utrumque illud planum transgressus refringitur: & idcirco generaliter ubi fit transitus a medio rariore ad densius, refractio fit per accessum ad perpendiculum, & ubi a medio densiore ad rarius, per recessum. Sed sulphurosa, & oleosa corpora multo plus agunt in lucem, quam pro ratione suæ densitatis. Ego sane arbitror, uti monui num. 467. ipsum ignem nihil esse aliud, nisi fermentationem ingentem lucis cum sulphurea substantia.

Lumen in progressu nullam pati resistentiam, positive probatur.

490. Lumen per media homogenea progredi motu liberrimo, & sine ulla resistentia medii, per quod propagetur, eruitur etiam ex illo, quod velocitas parallela maneat constans, uti assumpsimus num. 302, quod assumptum si non sit verum, manentibus ceteris; ratio sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti non esset constans: sed idem eruitur etiam ex eo, quod ubi radius ex aere abivit in vitrum, tum e vitro in aerem progressus est, si iterum ad vitrum deveniat; eandem habeat refractionem, quam habuit prima vice. Porro si resistentiam aliquam pateretur, ubi secundo advenit ad vitrum; haberet refractionem majorem: nam velocitatem haberet minorem, quæ semel amissa non recuperatur per hoc, quod resistentia minuatur, & eadem vis mobile minori velocitate motum magis detorquet a directione sui motus.

Unde lux in phosphoris quibusdam.

491. Posteaquam lux intra opaca corpora tam multis, tam variis erravit ambagibus, aliqua saltem sui parte deveniet iterum ad superficiales particulas, & avolabit. Inde omnino ortum habebit lux illa tam multorum phosphororum, quæ deprehendimus, e Sole retracta in tenebras lucere per aliquot secunda, & a numero secundorum licet conjicere longitudinem itineris confecti per tot itus, ac reditus intra meatus internos. Sed progrediamur jam ad reliqua, quæ num. 472 proposuimus.

Cur in majore obliquitate plus luminis reflectatur.

492. Primo quidem illud facile perspicitur, ex Theoria, quam exposuimus, cur, ubi radius incidit cum majore inclinatione ad superficiem, major luminis pars reflectatur. Et quidem in dissertatione, quam superiore anno die 12 Novembris legit

Bou-

Bouguerius in Academiæ Parisiensis conventu publico, uti habetur in *Mercurio Gallico* hujus anni ad mensem Januarii, profitetur, se invenisse in aqua in inclinatione admodum ingenti reflexionem esse æque fortem, ac in Mercurio, ut nimirum reflectantur duo trientes, dum in incidentia perpendiculari vix quinquagesima quinta pars reflectatur. Porro ratio in promptu est. Quo magis inclinatur radius incidens ad superficiem novi medii, eo minor est perpendicularis velocitas, uti patet: quare vires, quæ agunt intra illa duo plana, eo facilius, & in pluribus particulis totam velocitatem perpendicularem elident, & reflexionem determinabunt.

493. Verum id quidem jam supponit, non in omnes lucis particulas eandem exerceri vim, sed in iis discrimen haberi aliquod. Ejusmodi discrimina diligenter evolvam. Inprimis discrimen aliquod haberi debet ex ipso textu particularum luminis, ex quo pendeat constans discrimen proprietatum quarundam, ut illud inprimis diversæ radiorum refrangibilitatis. Quod idem radius refringatur ab una substantia magis, ab alia minus in eadem etiam inclinatione incidentiæ, id quidem provenit a diversa natura substantiæ refringentis, uti vidimus: ac eodem pacto e contrario, quod e diversis radiis ab eodem medio, & cum eadem inclinatione, alius refringatur magis, alius minus, id provenire debet a diversa constitutione particularum pertinentium ad illos radios. Debet autem id provenire vel a diversa celeritate in particulis radiorum, vel a diversa vi. Porro demonstrari potest, a sola diversitate celeritatis non provenire, atque id præstiti in secunda parte meæ dissertationis *De Lumine*: quanquam etiam radii diversæ refrangibilitatis debeant habere omnino diversam quoque celeritatem; nam si ante ingressum in medium refringens habuissent æqualem; jam in illo inæqualem haberent, cum velocitas præcedens ad velocitatem sequentem sit in ratione reciproca sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti: & hæc ratio in radiis diversæ refrangibilitatis sit omnino diversa. Quare provenit etiam a vi diversa, quæ cum constanter diversa sit, ob constantem in eodem radio, utcunque reflexo, & refracto, refrangibilitatis gradum, debet oriri a diversa constitutione particularum, ex qua sola potest provenire diversa summa virium pertinentium ad omnia puncta. Cum vero diversa constanter sit harum particularum constitutio; nihil mirum, si diversam in oculo impressionem faciant, & diversam ideam excitent.

Diversam refrangibilitatem non pendere a sola diversa celeritate particularum luminis, sed etiam a diverso earum textu inducente vim diversam.

494. At quoniam experimentis constat, radios ejusdem coloris eandem refractionem pati ab eodem corpore, sive a stellis fixis provenerint, sive a Sole, sive a nostris ignibus, sive etiam a naturalibus, vel artificialibus phosphoris, nam ea omnia eodem telescopio æque distincta videntur; manifesto patet, omnes radios ejusdem coloris pertinentes ad omnia ejusmodi lucida corpora eadem velocitate esse præditos, & eadem disposi-

Ex eadem refractione radiorum ejusdem coloris emissorum ab omnibus lucidis corporibus evinci eandem in iis celeritatem, & textum.

dispositione punctorum: neque enim probabile est, (& fortasse nec fieri id potest), celeritatem diversam a diversa vi compensari ubique accurate ita, ut semper eadem habeatur refractio per ejusmodi compensationem.

Vices facilioris reflexionis &c. oriri a contractione, & expansione particularum in progressu inducente discrimen.

495. Sed oportet invenire aliud discrimen inter diversas constitutiones particularum pertinentium ad radios ejusdem refrangibilitatis ad explicandas vices facilioris reflexionis, & facilioris transmissus; ac inde mihi prodibit etiam ratio phænomeni radiorum, qui in reflexione, & refractione irregulariter dispergunter, & ratio discriminis inter eos, qui reflectuntur potius, quam refringantur, ex quo etiam fit, ut in majore inclinatione reflectantur plures. Newtonus plures innuit in Optica sua hypotheses ad rem utcunque adumbrandam, quarum tamen nullam absolute amplectitur: ego utar hic causa, quam adhibui in illa dissertatione *De Lumine* parte secunda, quæ causa & existit, & rei explicandæ est idonea: quamobrem admitti debet juxta legem communem philosophandi. Ubi particula luminis a corpore lucido excutitur, fieri utique non potest, ut omnia ejus puncta eandem acquisierint velocitatem, cum a punctis repellentibus diversas distantias habuerint. Debuerunt igitur aliqua celerius progredi, quæ sociis relictis processissent, nisi mutuæ vires, acceleratis lentioribus, ea retardassent, unde necessario oriri debuit particulæ progredientis oscillatio quædam, in qua oscillatione particula ipsa debuit jam produci non nihil, jam contrahi: & quoniam dum per medium homogeneum particula progreditur, inæqualitas summæ actionum in punctis singulis debet esse ad sensum nulla; durabit eadem per ipsum medium homogeneum reciprocatio contractionis, ac productionis particulæ, quæ quidem productio, & contractio poterit esse satis exigua; si nimirum nexus punctorum sit satis validus: sed semper erit aliqua, & potest itidem esse non ita parva, nec vero debet esse eadem in particulis diversi textus.

In limitibus ejus velut oscillationis diutius perstare formam: in diversa parte ejusdem virium summam esse diversam.

496. Porro in ea reciprocatione figuræ habebuntur limites quidam productionis maximæ, & maximæ contractionis, in quibus juxta communem admodum indolem maximorum, & minimorum diutissime perdurabitur, motu reliquo, ubi jam inde discessum fuerit ad distantiam sensibilem cum ingenti celeritate peracto, uti in pendulorum oscillationibus videmus, pondus in extremis oscillationum limitibus quasi hærere diutius, in reliquis vero locis celerrime prætervolare: ac in alio virium genere diverso a gravitate constanti, illa mora in extremis limitibus potest esse adhuc multo diuturnior, & excursus in distantiis sensibilibus ab utrovis maximo multo magis celer. Deveniet autem particula ad medium extremarum illarum duarum dispositionum diutius perseverantium post æqualia temporum intervalla, ut æquales pendulorum oscillationes sunt æque diuturnæ, ac idcirco dum particula progreditur per medium homogeneum, recurrent illæ ipsæ binæ dispositiones post æqualia

lia intervalla spatiorum pendentia a constanti velocitate particulæ, & a constanti tempore, quo particulæ cujusvis oscillatio durat. Demum summa virium, quam novum medium, ad quod accedit particula, exercet in omnia particulæ puncta, non erit sane eadem in diversis illis oscillantis particulæ dispositionibus.

497. Hisce omnibus rite consideratis, concipiatur jam ille fere continuus affluxus particularum etiam homogenearum ad superficiem duo heterogenea media dirimentem. Multo maximus numerus adveniet in altera ex binis illis oppositis dispositionibus, non quidem in medio ipsius, sed prope ipsam, & admodum exiguus erit numerus earum, quæ adveniunt cum dispositione satis remota ab illis extremis. Quæ in hisce intermediis adveniunt, mutabunt utique dispositiones suas in progressu inter illa duo plana, inter quæ agit vis motum particulæ perturbans, ita, ut in datis ab utrovis plano distantiis vires ad diversas particulas pertinentes, sint admodum diversæ inter se. Quare illæ, quæ retro regredientur, non eandem ad sensum recuperabunt in regressu velocitatem perpendicularem, quam habuerunt in accessu, adeoque non reflectentur in angulo reflexionis æquali ad sensum angulo incidentiæ, & illæ, quæ superabunt intervallum illud omne, in appulsu ad planum ulterius, aliæ aliam summam virium expertæ, habebunt admodum diversa inter se incrementa, vel decrementa velocitatum perpendicularium, & proinde in admodum diversis angulis egredientur dispersæ. At quæ advenient cum binis illis dispositionibus contrariis, habebunt duo genera virium, quarum singula pertinebunt constanter ad classes singulas, cum quarum uno idcirco facilius in illo continuo curvaturæ flexu devenietur ad positionem illis planis parallelam, sive ad extinctionem velocitatis perpendicularis, cum altero difficilius: adeoque habebuntur in binis illis dispositionibus oppositis binæ vices, altera facilioris, altera difficilioris reflexionis, adeoque facilioris transitus, quæ quidem regredientur post æqualia spatiorum intervalla, quanquam ita, ut summa facilitas in media dispositione sita sit, a qua quæ minus, vel magis in appulsu discedunt, magis e contrario, vel minus de illa facilitate participent. Is ipse accessus major, vel minor ad summam illam facilitatem in media dispositione sitam in Benvenutiana dissertatione superius memorata exhibetur per curvam quandam continuam hinc, & inde æque inflexam circa suum axem, & inde reliqua omnia, quæ ad vices, & earum consectaria pertinent, luculentissime explicantur.

Inde binæ dispositiones constantes vicium in maxima particularum parte appellente, in iis limitibus: in parte exigua appellente inter eos dispersio.

498. Porro hinc & illud patet, qui fieri possit, ut e radiis homogeneis ad eandem superficiem advenientibus alii transmittantur, & alii reflectantur, prout nimirum advenerint in altera e binis dispositionibus: & quoniam non omnes, qui cum altera ex extremis illis dispositionibus adveniunt, adveniunt

Unde discrimen rationis luminis reflexi ad transmissum.

niunt prorsus in media dispositione, fieri utique poterit, ut ratio reflexorum ad transmissos sit admodum diversa in diversis circumstantiis, nimirum diversi mediorum discriminis, vel diversæ inclinationis in accessu: ubi enim inæqualitas virium est minor, vel major perpendicularis velocitas per illam extinguenda ad habendam reflexionem, non reflectentur, nisi illæ particulæ, quæ advenerint in dispositione illi mediæ quamproxima, adeoque multo pauciores, quam ubi vel inæqualitas virium est major, vel velocitas perpendicularis est minor, unde fiet, ut quemadmodum experimur, quo minus est mediorum discrimen, vel major incidentiæ angulus, eo minor radiorum copia reflectetur: ubi & illud notandum maxime, quod ubi in continuo flexu curvaturæ viæ particulæ cujusvis, quæ via jam in alteram plagam est cava, jam in alteram, prout prævalent attractiones densioris medii, vel repulsiones, devenitur identidem ad positionem fere parallelam superficiei dirimenti media, velocitate perpendiculari fere extincta, exiguum discrimen virium potest determinare parallelismum ipsum, sive illius perpendicularis velocitatis extinctionem totalem: quanquam eo veluti anfractu superato, ubi demum reditur ad planum citerius in reflexione, vel ulterius in refractione, summa omnium actionum, quæ determinat velocitatem perpendicularem totalem, debeat esse ad sensum eadem, nimirum nihil mutata ad sensum ab exigua illa differentia virium, quam peperit exiguum dispositionis discrimen a media dispositione.

Unde discrimen in intervallis vicium.

499. Atque hoc pacto satis luculenter jam explicatum est discrimen inter binas vices, sed superest exponendum, unde discrimen intervalli vicium, quod proposuimus num. 472. Quod diversi colorati radii diversa habeant intervalla, nil mirum est: nam & diversæ velocitates diversa requirunt intervalla spatii inter vices oppositas, quando etiam eæ vices redeant æqualibus temporis intervallis, & diversus particularum heterogenearum textus requirit diversa oscillationum tempora. Quod in diversis mediis particulæ ejusdem generis habeant diversa intervalla, itidem facile colligitur ex diversa velocitate, quam in iis haberi post refractionem ostendimus num. 493; sed præterea in ipsa mediorum mutatione inæqualis actio inter puncta particulam componentia potest utique, & vero videtur etiam debere oscillationis magnitudinem, & fortasse etiam ordinem mutare, adeoque celeritatem oscillationis ipsius. Demum ejusmodi mutatio pro diversa inclinatione viæ particulæ advenientis ad superficiem, diversa utique esse debet, ob diversam positionem motuum punctorum ad superficiem ipsam, & ad massam agentem in ipsa puncta. Quamobrem patet, eas omnes tres causas debere discrimen aliquod exhibere inter diversa intervalla, uti reapse ex observatione colligitur.

Discrimen id

500. Si possemus nosse peculiares constitutiones particula-

rum

rum ad diversos coloratos radios pertinentium, ordinem, & numerum, ac vires, & velocitates punctorum singulorum; tum mediorum constitutionem suam in singulis, ac satis Geometriæ, satis imaginationis haberemus, & mentis ad omnia ejusmodi solvenda problemata; liceret a priori determinare intervallorum longitudines varias, & eorundem mutationes pro tribus illis diversis circumstantiis exhibere. Sed quoniam longe citra eum locum consistimus, debemus illas tantummodo colligere per observationes, quod summa dexteritate Newtonus præstitit, qui determinatis per observationem singulis, mira inde consectaria deduxit, & Naturæ phænomena explicavit, uti multo luculentius videre est in illa ipsa Benvenutiana dissertatione. Illud unum ex proportionibus a Newtono inventis haud difficulter colligitur, ea discrimina non pendere a sola particularum celeritate, nam celeritatum proportiones novimus per sinuum rationem: & facile itidem deducitur ex Theoria, quod etiam multo facilius infertur partim ex Theoria, & partim ex observatione, radium, qui post quotcunque vel reflexiones, vel refractiones regulares devenit ad idem medium, eandem in eo velocitatem habere semper; nam velocitates in reflexione manent, & in mutatione mediorum sunt in ratione reciproca sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti; ac tam Theoria, quam observatio facile ostendit, ubi planis parallelis dirimantur media quotcunque, & radius in data inclinatione ingressus e primo abeat ad ultimum, eundem fore refractionis angulum in ultimo medio, qui esset, si a primo immediate in ultimum transivisset. Sed hæc innuisse sit satis.

non posse definiri, nisi per observationes: non pendere a sola velocitate.

501. Illud etiam innuam tantummodo, quod Newtonus in Opticis Quæstionibus exponit, esse miram quandam crystalli Islandicæ proprietatem, quæ radium quemvis, dum refringit, discerpit in duos, & alium usitato modo refringit, alium inusitato quodam, ubi & certæ quædam observantur leges, quarum explicationes ipse ibidem insinuat haberi posse per vires diversas in diversis lateribus particularum luminis, ac solum adnotabo illud, ex num. 423 patere, in mea Theoria nullam esse difficultatem agnoscendi in diversis lateribus ejusdem particulæ diversas dispositiones punctorum, & vires, qua ipsa diversitate usi sumus superius ad explicandam solidorum cohæsionem, & organicam formam, ac certas figuras tot corporum, quæ illas vel affectant constanter, vel etiam acquirunt.

Quod de crystallo Islandica Newtonus prodidit, id in hac Theoria nullam habere difficultatem.

502. Remanet demum diffractio luminis explicanda, quam itidem num. 472 proposueramus. Ea est quædam velut inchoata reflexio, & refractio. Dum radius advenit ad eam distantiam a corpore diversæ naturæ ab eo, per quod progreditur, quæ virium inæqualitatem inducit, incurvat viam vel accedendo, vel recedendo, & directionem mutat. Si corporis superficies ibi esset satis ampla, vel reflecteretur ad angulos æquales, vel immergeretur intra novum illud medium, & refringeretur;

Diffractionem esse inchoatam reflexionem, vel refractionem.

geretur: at quoniam acies ibidem progressum superficiei interrumpit; progreditur quidem radius aciem ipsam evitans, & circa illam prætervolat; sed egressus ex illa distantia directionem conservat postremo loco acquisitam, & cum ea, diversa utique a priore, moveri pergit: ut adeo tota luminis Theoria sibi ubique admodum conformis sit, & cum generali Theoria mea apprime consentiens, cujus rami quidam sunt bina Newtoni præclarissima comperta virium, quibus cælestia corpora motus peragunt suos, & quibus particulæ luminis reflectuntur, refringuntur, diffringuntur. Sed de luce, & coloribus jam satis.

De sapore, & odore: multorum error in ratione densitatis odoris propagati.

503. Post ipsam lucem, quæ oculos percellit, & visionem parit, ac ideam colorum excitat, pronum est delabi ad sensus ceteros, in quibus multo minus immorabimur, cum circa eos multo minora habeamus comperta, quæ determinatam physicam explicationem ferant. Saporis sensus excitatur in palato a salibus. De angulosa illorum forma jam diximus num. 464, quæ ad diversum excitandum motum in papillis palati abunde sufficit; licet etiam dum dissolvuntur, vires varias pro varia punctorum dispositione exercere debeant, quæ saporum discrimen inducant. Odor est quidam tenuis vapor ex odoriferis corporibus emissus, cujus rei indicia sunt sane multa, nec omnino assentiri possum illi, qui odorem etiam, ut sonum, in tremore medii cujusdam interpositi censet consistere. Porro quæ evaporationum sit causa, explicavimus abunde num. 462. Illud unum hic innuam, errare illos, uti pluribus ostendi in prima parte meæ dissertationis *De Lumine*, qui multi sane sunt, & præstantes Physici, qui odoribus etiam tribuunt proprietatem lumini debitam, ut nimirum eorum densitas minuatur in ratione reciproca duplicata distantiarum a corpore odorifero. Ea proprietas non convenit omnibus iis, quæ a dato puncto diffunduntur in sphæram, sed quæ diffunduntur cum uniformi celeritate, ut lumen. Si enim concipiantur orbes concentrici tenuissimi datæ crassitudinis; ii erunt ut superficies, adeoque ut quadrata distantiarum a communi centro, ac densitas materiæ erit in ratione ipsorum reciproca; si massa sit eadem: ut ea in ulterioribus orbibus sit eadem, ac in citerioribus; oportet sane, tota materia, quæ erat in citerioribus ipsis, progrediatur ad ulteriores orbes motu uniformi, quo fiet, ut, appellente ad citeriorem superficiem orbis ulterioris particula, quæ ad citeriorem citerioris appulerat, appellat simul ad ulteriorem ulterioris, quæ appulerat simul ad ulteriorem citerioris, materia tota ex orbe citeriore in ulteriorem accurate translata: quod nisi fiat, vel nisi loco uniformis progressus habeatur accurata compensatio velocitatis imminutæ, & impeditæ a progressu partis vaporum, quæ compensatio accurata est admodum improbabilis; non habebitur densitas reciproce proportionalis orbibus, sive eorum superficiebus, vel distantiarum quadratis.

504. So-

504. Sonus geometricas determinationes admittit plures, & quod pertinet ad vibrationes chordæ elasticæ, vel campani æris, vel motum impressum aeri per tibias, & tubas, id quidem in Mechanica locum habet, & mihi commune est cum communibus theoriis. Quod autem pertinet ad progressum soni per aerem usque ad aures, ubi delatus ad tympanum excitat eum motum, a quo ad cerebrum propagato idea soni excitatur, res est multo operosior, & pendet plurimum ab ipsa medii constitutione: ac si accurate solvi debeat problema, quo quæratur ex data medii fluidi elasticitate propagatio undarum, & ratio inter oscillationum celeritates, a qua multipliciter variata pendent omnes toni, & consonantiæ, ac dissonantiæ, & omnis ars musica, ac tempus, quo unda ex dato loco ad datam distantiam propagatur; res est admodum ardua; si sine subsidiariis principiis, & gratuitis hypothesibus tractari debeat, & determinationi resistentiæ fluidorum est admodum affinis, cum qua motum in fluido propagatum communem habet. Exhibebo hic tantummodo simplicissimi casus undas, ut appareat, qua via ineundam censeam in mea Theoria ejusmodi investigationem.

De sono difficultas in determinandis undis excitatis in fluido elastico.

505. Sit in recta linea disposita series punctorum ad data intervalla æqualia a se invicem distantium, quorum bina quæque sibi proxima se repellant viribus, quæ crescant imminutis distantiis, & dentur ipsæ. Concipiatur autem ea series ex utraque parte in infinitum producta, & uni ex ejus punctis concipiatur externa vi celerrime agente in ipsum multo magis, quam agant puncta in se invicem, brevissimo tempusculo impressa velocitas quædam finita in ejusdem rectæ directione versus alteram plagam, ut dexteram, ac reliquorum punctorum motus consideretur. Utcunque exiguum accipiatur tempusculum post primam systematis perturbationem, debent illo tempusculo habuisse motum omnia puncta. Nam in momento quovis ejus tempusculi punctum illud debet accessisse ad punctum secundum post se dexterum, & recessisse a sinistro, velocitate nimirum in eo genita majore, quam generent vires mutuæ, quæ statim agent in utrumque proximum punctum, aucta distantia a sinistro, & imminuta a dextero, qua fiet, ut sinistrum urgeatur minus ab ipso, quam a sibi proximo secundo ex illa parte, & dexterum ab ipso magis, quam a posteriore ipsi proximo, & differentia virium producet illico motum aliquem, qui quidem initio, ob differentiam virium tempusculo infinitesimo infinitesimam, erit infinities minor motu puncti impulsi, sed erit aliquis: eodem pacto tertium punctum utraque ex parte debet illo tempusculo infinitesimo habere motum aliquem, qui erit infinitesimus respectu secundi, & ita porro. Post tempusculum utcunque exiguum omnia puncta æquilibrium amittent, & motum habebunt aliquem. Interea cessante actione vis impellentis punctum primum incipiet ipsum retardari

Quo pacto oriantur undæ in serie continua punctorum se invicem repellentium.

dari vi repulsiva secundi dexteri prævalente supra vim secundi sinistri, sed adhuc progredietur, & accedet ad secundum, ac ipsum accelerabit: verum post aliquod tempus retardatio continua puncti impulsi, & acceleratio secundi reducent illa ad velocitatem eandem: tum vero non ultra accedent ad se invicem, sed recedent, quo recessu incipiet retardari etiam punctum primum dexterum, ac paullo post extinguetur tota velocitas puncti impulsi, quod incipiet regredi: aliquanto post incipiet regredi & punctum secundum dexterum, & aliquanto post tertium, ac ita porro aliud post aliud. Sed interea punctum impulsum, dum regreditur, incipiet urgeri magis a primo sinistro, & acceleratio minuetur: tum habebitur retardatio, tum motus iterum reflexus. Dum id punctum iterum incipit regredi versus dexteram, erit aliquod e dexteris, quod tunc primo incipiet regredi versus sinistram, & dum per easdem vices punctum impulsum iterum reflexit motum versus sinistram, aliud dexterum remotius incipiet regredi versus ipsam sinistram, ac ita porro motus semper progreditur ad dexteram major, & incipient regredi nova puncta alia post alia. Undæ amplitudinem determinabit distantia duorum punctorum, quæ simul eunt, & simul redeunt, ac celeritatem propagationis soni tempus, quod requiritur ad unam oscillationem puncti impulsi, & distantia a se invicem punctorum, quæ simul cum eo eunt, & redeunt; & quod ad dexteram accidit, idem accidit ad sinistram. Sed & ea perquisitio est longe altioris indaginis, quam ut hic institui debeat; & ad veras soni undas elasticas referendas non sufficit una series punctorum jacentium in directum, sed congeries punctorum, vel particularum circumquaque dispersarum, & se repellentium.

Solutio difficultatis pertinentis ad propagationem rectilineam diversorum sonorum admodum facilis in hac Theoria.

506. Interea illud unum adjiciam, in mea Theoria admodum facile solvi difficultatem, quam Eulerus objecit Mairanio, explicanti propagationem diversorum sonorum, a quibus diversi toni pendent, per diversa genera particularum elasticarum, quæ habentur in aere, quorum singula singulis sonis inserviant, ut diversi sunt colorati radii cum diverso constanti refrangibilitatis gradu, & colore. Eulerus illud objicit, uti tam multa sunt sonorum genera, quæ ad nostras, & aliorum aures simul possint deferri, ita debere haberi continuam seriem particularum omnium generum ad ea deferenda, quod haberi omnino non possit, cum circa globum quenvis in eodem plano non nisi sex tantummodo alii globi in gyrum possint consistere. Difficultas in mea Theoria nulla est, cum particulæ aliæ in alias non agant per immediatum contactum, sed in aliqua distantia, quæ diametro globorum potest esse major in ratione quacunque utcunque magna. Cum igitur certi globuli in iisdem distantiis possint esse inertes respectu certorum, & activi respectu aliorum; patet, posse multos diversorum generum globulos esse permixtos ita, ut actionem aliorum sentiant alii. Quin immo

immo licet activi sint globuli, fieri debet, ut alii habeant motus conformes tum eos, qui pendent a viribus mutuis inter duos globulos, a quibus proveniunt undæ, tum eos, qui pendent ab interna distributione punctorum, a qua proveniunt singularum particularum interni vibratorii motus, & qui itidem ad diversum sonorum genus plurimum conferre possint, & dissimilium globorum oscillationes se mutuo turbent, similium perpetuo post primas actiones actionibus aliis conformibus augeantur, quemadmodum in consonantibus instrumentorum chordis cernimus, quarum una percussa sonant & reliquæ. Ubique libertas motuum, & dispositionis, quæ sublato immediato impulsu, & accurata continuitate in corporum textu, acquiritur ad explicandam naturam, est perquam idonea, & opportuna.

De calore & frigore: materiæ cientis calorem expansio orta ab elasticitate: fixatio ejusdem, & velocitas ut torrentis cujusdam.

507. Quod pertinet ad tactiles proprietates, quid sit solidum, fluidum, rigidum, molle, elasticum, flexile, fragile, grave, abunde explicavimus: quid lævigatum, quid asperum, per se patet. Caloris causam repono in motu vehementi intestino particularum igneæ, vel sulphureæ substantiæ fermentescentis potissimum cum particulis luminis, & qua ratione id fieri possit, exposuimus. Frigus haberi potest per ipsum defectum ejusmodi substantiæ, vel defectum motus in ipsa. Haberi possunt etiam particulæ, quæ frigus cieant actione sua, ut nitrosæ, per hoc, quod ejusmodi particularum motum sistant, & eas, attractione mutuas ipsarum vires vincente, ad se rapiant, ac sibi affundant quodammodo, veluti alligatas. Potest autem generari frigus admodum intensum in corpore calido per solum etiam accessum corporis frigefacti ob solum ejusmodi substantiæ defectum. Ea enim, dum fermentat, & in suo naturali volatilizationis statu permanet, nititur elasticitate sua ipsa ad expansionem, per quam, si in aliquo medio conclusa sit, utcunque inerte respectu ipsius, ad æqualitatem per ipsum diffunditur, unde fit, ut si uno in loco dematur aliqua ejus pars, statim illuc ex aliis tantum devolet, quantum ad illam æqualitatem requiritur. Hinc nimirum, si in aere libero cesset fermentantis ejusmodi substantiæ quantitas, vel per imminutam continuationem impulsuum ad continuandum motum, ut imminuta radiorum Solis copia per hyemem, ac in locis remotioribus ab Æquatore, vel per accessum ingentis copiæ particularum sistentium ejusdem substantiæ motum, unde fit, ut in climatis etiam non multum ab Æquatore distantibus ingentia pluribus in locis habeantur frigora, & glacies per nitrosorum effluviorum copiam; e corporibus omnibus expositis aeri perpetuo erumpet magna copia ejusdem fermentescentis ibi adhuc, & elasticæ materiæ igneæ; & ea corpora remanebunt admodum frigida per solam imminutionem ejus materiæ, quibus si manum admoveamus, ingens illico ex ipsa manu particularum earundem multitudo avolabit transfusa illuc, ut res ad æqualitatem reducatur,

catur,

catur, & tam ipsa cessatio illius intestini motus, qua immutabitur status fibrarum organici corporis, quam ipse rapidus ejus substantiæ in aliam irrumpentis torrens, eam poterit, quam adeo malestam experimur, frigoris sensationem excitare.

Imago in aeris fixatione, & affluxu.

508. Torrentis ejusmodi ideam habemus in ipso velocissimo aeris motu, qui si in aliqua spatii parte repente ad fixitatem reducatur in magna copia, ex aliis omnibus advolat celerrime, & horrendos aliquando celeritate sua effectus parit. Sic ubi turbo vorticosus, & aerem inferne exsugens prope domum conclusam transeat, aer internus expansiva sua vi omnia evertit: avolant tecta, diffringuntur fenestræ, & tabulata, ac omnes portæ, quæ cubiculorum mutuam communicationem impediunt, repente dissiliunt, & ipsi parietes nonnumquam evertuntur, ac corruunt, quemadmodum Romæ ante aliquot observavimus annos, & in dissertatione *De Turbine* superius memorata, quam tum edidi, pluribus exposui.

Attractio, quæ potest intestinum motum sistere, & fixare: communicatio ad æqualem saturitatem post partem fixatam: saturitatis varia discrimina.

509. Verum hæc sola substantiæ hujusce fermentantis expansiva vis non est satis ad rem explicandam, sed requiritur etiam certa vis mutua, qua ejusmodi substantia in alias quasdam attrahatur magis, in alias minus, quod qui fieri possit, vidimus, ubi de dissolutione, & præcipitatione egimus: & ejusmodi attractio potest esse ita valida, ut motum ipsum intestinum prorsus impediat appressione ipsa, ac fixationem ejus substantiæ inducat, quæ si minor sit, permittet quidem motus fermentatorii continuationem, sed a se totam massam divelli non permittet, nisi accedente corpore, quod majorem exerceat vim, & ipsam sibi rapiat. Hic autem raptus fieri potest ob duplicem causam: primo quidem, quod alia substantia majorem absolutam vim habeat in ejusmodi substantiam igneam, quam alia, pari etiam particularum numero: deinde, quod licet ea æque, vel etiam minus trahat, adhuc tamen cum utraque in minoribus distantiis trahat plus, in majoribus minus, illa habeat ejus substantiæ multo minus etiam pro ratione attractionis suæ, quam altera: nam in hoc secundo casu, adhuc ab hac posteriore avellerentur particulæ affusæ ipsius particulis ad distantias aliquanto majores, & affunderentur particulis prioris substantiæ, donec in utravis substantia haberetur æqualis saturitas, si ejus partes inter se conferantur, & æqualis itidem attractiva vis particularum substantiæ igneæ maxime remotarum a particulis utriusque substantiæ, quibus ea affunditur: sed copia ipsius substantiæ igneæ possit adhuc esse in iis binis substantiis in quacunque ratione diversa inter se; cum possit in altera ob vim longius pertinentem certa vis haberi in distantia majore, quam in altera, adeoque altitudo ejusmodi veluti marium in altera esse major, minor in altera, & in iisdem distantiis possit in altera haberi ob vim majorem densitas major substantiæ ipsius igneæ affusæ, quam in altera. Ex hisce quidem principiis, ac diversis combinationibus, mirum sane,

ne, quam multa deduci possint ad explicationem Naturæ perquam idoneis.

510. Sic etiam ex hac diffusione ad ejusmodi æqualitatem eandem inter diversas ejusdem substantiæ partes, sed admodum diversam inter substantias diversas, facile intelligitur, qui fiat, ut manus in hyeme exposita libero aeri minus sentiat frigoris, quam solido cuipiam satis denso corpori, quod ante ipsi aeri frigido diu fuerit expositum, ut marmori, & inter ipsa corpora solida, multo majus frigus ab altero sentiat, quam ab altero, ac ab aere humido multo plus, quam a sicco, rapta nimirum in diversis ejusmodi circumstantiis eodem tempore admodum diversa copia igneæ substantiæ, quæ calorem in manu fovebat. Atque hic quidem & analogiæ sunt quædam cum iis, quæ de refractione diximus: nam plerumque corpora, quæ plus habent materiæ, nisi oleosa, & sulphorosa sint, majorem habent vim refractivam, pro ratione densitatis suæ, & corpora itidem communiter, quo densiora sunt, eo citius manum admotam calore spoliant, quæ idcirco si lineam telam libero expositam aeri contingat in hyeme, multo minus frigescit, quam si lignum, si marmora, si metalla. Fieri itidem potest, ut aliqua substantia ejusmodi substantiam igneam repellat etiam, sed ob aliam substantiam admixtam sibi magis attrahentem, adhuc aliquid surripiat magis, vel minus, prout ejus admixtæ substantiæ plus habet, vel minus. Sic fieri posset, ut aer ejusmodi substantiam igneam respueret, sed ob heterogenea corpora, quæ sustinet, inter quæ inprimis est aqua in vapores elevata, surripiat nonnihil; ubi autem in ipso volitantes particulæ, quæ ad fixitatem adducunt, vel expellunt ejusmodi substantiam igneam, accedant ad alias, ut aqueas, fieri potest, ut repente habeantur & concretiones, atque congelationes, ac inde nives, & grandines. A diffusione vero ad æqualitatem intra idem corpus fieri utique debet, ut ubi altius infra Terræ superficiem descensum sit, permanens habeatur caloris gradus, ut in fodinis, ad exiguam profunditatem pertinente effectu vicissitudinum, quas habemus in superficie ex tot substantiarum permixtionibus continuis, & accessu, ac recessu solarium radiorum, quæ omnia se mutuo compensant saltem intra annum, antequam sensibilis differentia haberi possit in profundioribus locis: ac ex diversa vi, quam diversæ substantiæ exercent in ejusmodi substantiam igneam, provenire debet & illud, quod experimenta evincunt, ut nimirum nec eodem tempore æque frigescant diversæ substantiæ aeri libero expositæ, nec caloris imminutio certam densitatum rationem sectetur, sed varietur admodum independenter ab ipsa. Eodem autem pacto & alia innumera ex iisdem principiis, ubique sane conformibus admodum facile explicantur.

Quæ a diffusione ad æqualitatem consequantur potissimum respectu refrigerationis, & conglaciationis.

511. Patet autem ex iisdem principiis repeti posse explicatio-

Eodem ra-

explicari & electricitatem: Principia Frankliniane theoriæ Electricitatis.

tionem etiam præcipuorum omnium ex Electricitatis phænomenis, quorum Theoriam a Franklino mira sane sagacitate inventam in America & exornavit plurimum, & confirmavit, ac promovit Taurini P. Beccaria vir doctissimus opere egregio ea de re edito ante hos aliquot annos. Juxta ejusmodi Theoriam huc omnia reducuntur: esse quoddam fluidum electricum, quod in aliis substantiis & per superficiem, & per interna ipsarum viscera possit pervadere, per alias motum non habeat, licet saltem harum aliquæ ingentem contineant ejusdem substantiæ copiam sibi firmissime adhærentem, nec sine frictione, & motu intestino effundendam, quarum priora sint per communicationem electrica, posteriora vero electrica natura sua: in prioribus illis diffundi statim id fluidum ad æqualitatem in singulis; licet alia majorem, alia minorem ceteris paribus copiam ejusdem poscant ad quandam sibi veluti connaturalem saturitatem: hinc e duobus ejusmodi corporibus, quæ respectu naturæ suæ non eundem habeant saturitatis gradum, esse alterum respectu alterius electricum per excessum, & alterum per defectum, quæ ubi admoveantur ad eam distantiam, in qua particulæ circa ipsa corpora diffusæ, & iis utcunque adhærentes ad modum atmosphærarum quarundam, possint agere aliæ in alias, e corpore electrico per excessum fluere illico ejusmodi fluidum in corpus electricum per defectum, donec ad respectivam æqualitatem deventum sit, in quo effluxu & substantiæ ipsæ, quæ fluidum dant, & recipiunt, simul ad se invicem accedant, si satis leves sint, vel libere pendeant, & si motus coacervatæ materiæ sit vehemens, explosiones habeantur, & scintillæ, & vero etiam fulgurationes, tonitrua, & fulmina. Hinc nimirum facile repetuntur omnia consueta electricitatis phænomena, præter Batavicum experimentum phialæ, quod multo generalius est, & in Frankliniano plano æque habet locum. Id enim phænomenum ad aliud principium reducitur: nimirum ubi corpora natura sua electrica exiguam habent crassitudinem, ut tenuis vitrea lamella, posse in altera superficie congeri multo majorem ejus fluidi copiam, dummodo ex altera ipsi ex adverso respondente æqualis copia fluidi ejusdem extrahatur recepta in alterum corpus per communicationem electricum, quod ut per satis amplam superficiei partem fieri possit, non excurrente fluido per ejusmodi superficies; aqua affunditur superficiei alteri, & ad alteram manus tota apprimitur, vel auro inducitur superficies utraque, quod sit tanquam vehiculum, per quod ipsum fluidum possit inferri, & efferri, quod tamen non debet usque ad marginem deduci, ut citerior inauratio cum ulteriore conjungatur, vel ad illam satis accedat: si enim id fiat, transfuso statim fluido ex altera superficie in alteram, obtinetur æqualitas, & omnia cessant electrica signa.

Eorum expli-

512. Hujusmodi Theoriæ ea pars, quæ continet respectivam

illam

illam saturitatem, conspirat cum iis, quæ diximus de ignea substantia, ubi ipsam respectivam saturitatem abunde explicavimus. Dum autem fluidum vi mutua agente abit ex altera substantia in alteram; facile patet, debere ipsa etiam ea corpora, quorum particulæ ipsum fluidum, quanquam viribus inæqualibus, ad se trahunt, ad se invicem accedere, ac facile itidem patet, cur aer humidus, in quo ob admixtas aquæ particulas vidimus citius manum frigescere, electricis phænomenis contrarius sit, vaporibus abripientibus illico, quod in catena a globi sibi proximi frictione in ipso excitatum, & avulsum congeritur. Secunda pars, ex qua Batavicum experimentum pendet, & successus plani Frankliniani, aliquanto difficilior, explicatione tamen sua non caret. Fieri utique potest, ut in certis corporibus ingens sit ejus substantiæ copia ob attractionem ingentem, & ad exiguas distantias pertinentem, congesta, quæ in aliquanto majore distantia in repulsionem transeat, sed attractioni non prævalentem. Hæc repulsio cum illa copia materiæ potest esse in causa, ne per ejusmodi substantias transire possit is vapor, & ne per ipsam superficiem excurrat, nec vero ad eam accedat satis; nisi alterius substantiæ adjunctæ actio simul superveniat, & adjuvet. Tum vero ubi lamina sit tenuis, potest repulsio, quam exercent particulæ fluidi prope alteram superficiem siti, agere in particulas sitas circa superficiem alteram: sed adhuc fieri potest, ut ea non possit satis ad vincendam attractionem, qua hærent particulis sibi proximis: verum si ea adjuvetur ex una parte ab attractione corporis admoti per communicationem electrici, & ex altera crescat accessu novi fluidi advecti ad superficiem oppositam, quod vim ipsam repulsivam intendat; tum vero ipsa prævaleat. Ipsa autem prævalente, effluet ex ulteriore superficie ejus fluidi pars novum illud corpus admotum ingressa, ac ex ejus partis remotione, cessante parte vis repulsivæ, quam nimirum id, quod effluit, exercebat in particulas citerioris superficiei, ipsi citeriori superficiei adhæreat jam idcirco major copia fluidi electrici admota per aquam, vel aurum, donec tamen, communicatione extrorsum restituta per seriem corporum sola communicatione electricorum, defluxus ex altera superficie pateat ad alteram. Porro explicationem hujusmodi & illud confirmat, quod experimentum in lamina nimis crassa non succedit. Quod autem per substantiam natura sua electricam non permeet, ut æqualitatem acquirat, id ipsum provenire posset ab exigua distantia, ad quam extendatur ingens ejus attractiva vis in illam substantiam fluidam, & aliquanto majore distantia suarum particularum a se invicem: nam in eo casu altera particula substantiæ per se electricæ, utut spoliata magna parte sui fluidi, non poterit rapere partem satis magnam fluidi alteri parti affusi, & appressi.

entio in hac Theoria.

513. Hæc quidem an eo modo se habeant, definire non licet. Quod videatur

nisi & illud ostendatur simul, rem aliter se habere non posse. Sed illud jam patet, Theoriam meam, servato semper eodem agendi modo, suggerere ideam earum etiam dispositionum materiæ, quæ possint maxime omnium ardua, & composita explicare Naturæ phænomena, ac corporum discrimina. Illud unum hic addam; quoniam & ingens inter igneam substantiam, & electricum fluidum analogia deprehenditur, & habetur itidem discrimen aliquod; fieri etiam posse, ut inter se in eo tantummodo discrepent, quod altera sit cum actuali fermentatione, & intestino motu, quamobrem etiam comburat, & calefaciat, & dilatet, ac rarefaciat substantias, altera ad fermentescendum apta sit, sed sine illa, saltem tanta agitatione, quantam fermentatio inducit orta ex collisione ingenti mutua, vel ex aliarum admixtione substantiarum, quæ sint ad fermentandum idoneæ.

esse discrimen inter materiam electricam, & igneam.

De magnetica vi: directionem, & ejus variationem pendere ab attractione, & mutatione massarum ingentium attrahentium.

514. Quod ad magneticam vim pertinet, adnotabo illud tantummodo, ejus phænomena omnia reduci ad solam attractionem certarum substantiarum ad se invicem. Nam directio, ad quam & inclinatio, & declinatio reducitur, repeti utique potest ab attractione ipsa sola. Videmus acum magneticam inclinari statim prope fodinas ferri, intra quas idcirco nullus est pyxidis magneticæ usus. Si ingens adesset in ipsis polis, & in iis solis, massa ferrea; omnes acus magneticæ dirigerentur ad polos ipsos: sed quoniam ubique terrarum fodinæ ferreæ habentur, si circa polos eædem sint in multo majore copia, quam alibi; dirigentur utique acus polos versus, sed cum aliqua deviatione in reliquas massas per totam Tellurem dispersas, quæ nunquam poterit certum superare graduum numerum; nisi plus æquo ad fodinam aliquam accedatur. Declinatio ejusmodi diversa erit in diversis locis, ob diversam eorum locorum positionem ad omnes ejusmodi massas, & vero etiam variabitur, cum fodinæ ferri & destruantur in dies novæ, & generentur, ac augeantur, & minuantur in horas. Variatio intra unum diem exigua erit, cum eæ mutationes in fodinis intra unum diem exiguæ sint: procedente tempore evadet major, eritque omnino irregularis; si mutationes, quæ in fodinis accidunt, sint etiam ipsæ irregulares.

Attractionem, & polos cohærere cum hac Theoria: difficultas de distantia ad quam vis ea extenditur: conjectura de solutione ipsius.

515. Quod autem ad attractionem pertinet, eam in particulis haberi posse patet, & ab earum textu debere pendere: plurima autem sunt magnetismi phænomena, quæ ostendant, mutata dispositione particularum generari magneticam vim, vel destrui, & multo frequentius intendi, vel remitti, cujus rei exempla passim occurrunt apud eos, qui de magneticis agunt. Poli autem ex altera parte attractivi, ex altera repulsivi, qui habentur in magnetismo itidem, cohærent cum Theoria; cum virium summa ex altera parte possit esse major, quam ex altera. Difficultatem aliquam majorem parit distantia ingens, ad quam ejusmodi vis extenditur: at fieri utique id ipsum potest per aliquod effluviorum intermedium genus, quod tenuitate

tate

tate sua effugerit huc usque observantium oculos, & quod per intermedias vires suas connectat etiam massas remotas, si forte ex sola diversa combinatione punctorum habentium vires ab eadem illa mea curva expressas id etiam phænomenon provenire non possit. Sed ad hæc omnia rite evolenda, & illustranda singulares tractatus, & longæ perquisitiones requirerentur; hic mihi satis est indicasse ingentem Theoriæ meæ fœcunditatem, & usum in difficillimis quibuscunque Physicæ etiam particularis partibus pertractandis.

516. Superest, ut postremo loco dicamus hic aliquid de alterationibus, & transformationibus corporum. Pro materia mihi sunt puncta indivisibilia, inextensa, prædita vi inertiæ, & viribus mutuis expressis per simplicem continuam curvam habentem determinatas illas proprietates, quas expressi a num. 117, & quæ per æquationem quoque algebraicam definiri potest. An hæc virium lex sit intrinseca, & essentialis ipsis indivisibilibus punctis; an sit quiddam substantiale, vel accidentale ipsis superadditum, quemadmodum sunt Peripateticorum formæ substantiales, vel accidentales; an sit libera lex Auctoris Naturæ, qui motus ipsos secundum legem a se pro arbitrio constitutam dirigat: illud non quæro, nec vero inveniri potest per phænomena, quæ eadem sunt in omnibus iis sententiis. Tertia est causarum occasionalium ad gustum Cartesianorum, secunda Peripateticis inservire potest, qui in quovis puncto possunt agnoscere materiam, tum formam substantialem exigentem accidens, quod sit formalis lex virium, ut etiam, si velint, destructa substantia, remanere eadem accidentia in individuo, possint conservare individuum istud accidens, unde sensibilitas remanebit prorsus eadem, & quæ pro diversa combinatione ejusmodi accidentium pertinentium ad diversa puncta, erit diversa. Prima sententia videtur esse plurimorum e Recentioribus, qui impenetrabilitatem, & activas vires, quas admittunt Leibnitiani, & Newtoniani passim, videntur agnoscere pro primariis materiæ proprietatibus in ipsa ejus essentia sitis. Potest utique hæc mea Theoria adhiberi in omnibus hisce philosophandi generibus, & suo cujusque peculiari cogitandi modo aptari potest.

Quid materia, & unde ejus vires: tria diversa principia, a quibus provenire possunt.

517. Hæc materia mihi est prorsus homogenea, quod pertinet ad legem virium, & argumenta, quæ habeo pro homogeneitate, exposui num. 92. Siqua occurrent Naturæ phænomena, quæ per unicum materiæ genus explicari non possint; poterunt adhiberi plura genera punctorum cum pluribus legibus inter se diversis, atque id ita, ut tot leges sint, quot sunt binaria generum, & præterea, quot sunt ipsa genera, ut illarum singulæ exprimant vires mutuas inter puncta pertinentia ad bina singulorum binariorum genera, & harum singulæ vires mutuas inter puncta pertinentia ad idem genus, singulæ pro generibus singulis. Porro inde mirum sane, quanto major

Homogeneitas elementorum. Si ea non admittatur, quanto plures combinationes per diversas leges virium: formam substantialem, & accidentia posse Peripateticos, si velint, agnoscere in ipsis punctis.

combinationum numerus oriretur, & quanto facilius explicarentur omnia phænomena. Possent autem illæ leges exponi per curvas quasdam, quarum aliquæ haberent aliquid commune, ut asymptoticum impenetrabilitatis arcum, & arcum gravitatis, ac aliæ ab aliis possent distare magis, ut habeantur quædam genera, & quædam differentiæ, quæ corporum elementa in certas classes distribuerent; & hic Peripateticis, si velint, occasio daretur admittendi materiam ubique homogeneam, ac formas substantiales diversas, quæ accidentalem virium formam diversam exigant, & vero etiam plures accidentales formas, quæ diversas determinent vires, ex quibus componatur vis totalis unius elementi respectu sui similium, vel respectu aliorum.

Mira varietas consectariorum: possibilitas quotlibuerit Mundorum in eodem spatio cum apparenti compenetratione, sine ulla notitia unius cujusvis in aliis.

518. Posset autem admitti vis in quibusdam generibus nulla, & tunc substantia unius ex iis generibus liberrime permearet per substantiam alterius sine ullo occursu, qui in numero finito punctorum indivisibilium nullus haberetur, adeoque transiret cum impenetrabilitate reali, & compenetratione apparente: ac posset unum genus esse colligatum cum alio per legem virium, quam habeant cum tertio, sine ulla lege virium mutua inter ipsa, vel possent ea duo genera nullum habere nexum cum ullo tertio: atque in hoc posteriore casu haberi possent plurimi Mundi materiales, & sensibiles in eodem spatio ita inter se disparati, ut nullum alter cum altero haberet commercium, nec alter ullam alterius notitiam posset unquam acquirere. Mirum sane, quam multæ aliæ in casibus illius nexus cujuspiam duorum generum cum tertio combinationes haberi possint ad explicanda Naturæ phænomena: sed argumenta, quæ pro homogeneitate protuli, locum habent pro omnibus punctis, cum quibus nos commercium aliquod habere possumus, pro quibus solis inductio locum habere potest. An autem sint alia punctorum genera vel hic in nostro spatio, vel alibi in distantia quavis, vel si id ipsum non repugnat, in aliquo alio spatii genere, quod nullam habeat relationem cum nostro spatio, in quo possint esse puncta sine ulla relatione distantiæ a punctis in nostro spatio existentibus, nos prorsus ignoramus, nihil enim eo pertinens omnino ex Naturæ phænomenis colligere possumus, & nimis est audax, qui eorum omnium, quæ condidit Divinus Naturæ Fabricator limitem ponat suam sentiendi, & vero etiam cogitandi vim.

Formam in homogeneitatis suppositione esse numerum, & dispositionem punctorum, quæ sunt radix omnium proprietatum; quæ dici possint formæ specificæ:

519. Sed redeundo ad meam homogeneorum elementorum Theoriam, singulares corporum formæ erunt combinatio punctorum homogeneorum, quæ habetur a distantiis, & positionibus, ac præter solam combinationem velocitas, & directio motus punctorum singulorum: pro individuis vero corporum massis accedit punctorum numerus. Dato numero & dispositione punctorum in data massa, datur radix omnium proprietatum, quas habet eadem massa in se, & omnium relationum,

quas

quas eadem habere debet cum aliis massis, quas nimirum determinabunt numeri, & combinationes, ac motus earum, & datur radix omnium mutationum, quæ ipsi possunt accidere. Quoniam vero sunt quædam combinationes peculiares, quæ exhibent quasdam peculiares proprietates constantes, quas determinavimus, & exposuimus, nimirum suæ pro cohæsione, & variis soliditatum gradibus, suæ pro fluiditate, suæ pro elasticitate, suæ pro mollitie, suæ pro certis acquirendis figuris, suæ pro certis habendis oscillationibus, quæ & per se, & per vires sibi affixas diversos sapores pariant, & diversos odores, & colorum diversas constantes proprietates exhibeant, sunt autem aliæ combinationes, quæ inducunt motus, & mutationes non permanentes, uti est omne fermentationum genus: possunt a primis illis constantium proprietatum combinationibus desumi specificæ corporum formæ, & differentiæ, & per hasce posteriores habebuntur alterationes, & transformationes.

unde alterationes, & transformationes.

520. Inter illas autem proprietates constantes possunt seligi quædam, quæ magis constantes sint, & quæ non pendeant a permixtione aliarum particularum, vel etiam, quæ si amittantur, facile, & prompte acquirantur, & illæ haberi pro essentialibus illi speciei, quibus constanter mutatis habeatur transformatio, iisdem vero manentibus, habeatur tantummodo alteratio. Sic si fluidi particulæ alligentur per alias, ut motum circa se invicem habere non possint, sed illarum textus, & virium genus maneat idem; conglaciatum illud fluidum dicetur tantummodo alteratum, non vero etiam mutatum specifice. Ita alterabitur etiam, & non specifice mutabitur corpus, aucta quantitate materiæ igneæ, quam in poris continet, vel aucto motu ejusdem, vel etiam aucta aliqua suarum partium oscillatione, ac dicetur calefactione nova alteratum tantummodo: & aquæ massa, quæ post ebullitionem redit ad priorem formam, erit per ipsam ebullitionem alterata, non transformata: figuræ itidem mutatio, ubi ex cera, vel metallo diversa fiunt opera, alterationem quandam inducet. At ubi mutatur ille textus, qui habebatur in particulis, atque id mutatione constanti, & quæ longe alia phænomena præbeat; tum vero dicetur corrumpi, & transformari corpus. Sic ubi e solidis corporibus generetur permanens aer elasticus, & vapores elastici ex aqua, ubi aqua in terram concrescat, ubi commixtis substantiis pluribus arcte inter se cohæreant novo nexu earum particulæ, & novum mixtum efforment, ubi mixti particulæ separatæ per solutionem nexus ipsius, quod accidit in putrefactione, & in fermentationibus plurimis, novam singulæ constitutionem acquirant, habebitur transformatio.

Discrimen inter transformationem, & alterationem.

521. Si possemus inspicere intimam particularum constitutionem, & textum, ac distinguere a se invicem particulas ordinum gradatim altiorum a punctis elementaribus ad hæc nostra corpora; fortasse inveniremus aliqua particularum genera ita

Quid requireretur ad inspiciendam formam intimam, unde liceret

a priori reducere massas ad genera, & species: quid præstandum, cum id non liceat.

ita suæ formæ tenacia, ut in omnibus permutationibus ea nunquam corrumpantur, sed mutentur quorundam altiorum ordinum particulæ per solam mutationem compositionis, quam habent a diversa dispositione particularum constantium ordinis inferioris; liceret multo certius dividere corpora in suas species, & distinguere elementa quædam, quæ haberi possent pro simplicibus, & inalterabilibus vi Naturæ, tum compositiones mixtorum specificas, & essentiales ab accidentalibus proprietatibus discernere. Sed quoniam in intimum ejusmodi textum penetrare nondum licet; eas proprietates debemus diligenter notare, quæ ab illo intimo textu proveniunt, & nostris sensibus sunt perviæ, quæ quidem omnes consistunt in viribus, motu, & mutatione dispositionis massularum grandiuscularum, quæ sensibus se nostris objiciunt, & constanter habitas, vel facile, & brevi recuperatas distinguere a transitoriis, vel facile, & constanter amissas, & ex illarum aggregato distinguere species, hasce vero habere pro accidentalibus.

Videri, nos nunquam posse devenire ad cognoscendam intimam substantiam, & essentiam, ac discrimina specifica.

522. Verum quod ad omne hoc argumentum pertinet, non erit abs re, si postremo loco huc transferam ex Stayana *Recentiore Philosophia*, ac meis in eam adnotationibus, illud, quod habeo ad versum 547 libri 1: ,, Quamvis intrinsecam corporum naturam intueri non liceat, non esse abjiciendum, affirmat, Naturæ investigandæ studium: posse ex externis illis proprietatibus plures detegi in dies: id ipsum summæ laudi esse: ideam sane, quam habemus confusam substantiæ eas habentis proprietates, proprietatibus ipsis auctis extendimus. Rem illustrat aptissimo exemplo ejus substantiæ, quam aurum appellamus, ac seriem proprietatum eo ordine proponit, quo ipsas detectas esse verosimiliter arbitratur: colorem fulvum, pondus gravissimum, ductilitatem, fusilitatem, quod in fusione nihil amittat, quod rubiginem non contrahat. Diu his tantummodo proprietatibus auri substantiam contineri est creditum, sero additum, solvi per illam, quam dicunt aquam regiam, & præcipitari immisso sale. Porro & aliæ supererunt plurimæ ejusmodi proprietates olim fortasse detegendæ: quo plures detegimus, eo plus ad confusam illam naturæ auri cognitionem accedimus: a clara, atque intima ipsius naturæ contemplatione adhuc absumus. Idem, quod in hoc vidimus peculiari corpore, de corporis in genere natura affirmat. Investigandas proprietates, quibus detectis illum intimum proprietatum fontem attingi nunquam posse: nil nisi inania proferri vocabula, ubi intimæ proprietates investigantur.

Quid tamen præstari possit circa generales proprietates, & generalia principia: id esse hic præstitum.

523. Hæc ego quidem ex illo: tum meam hanc ipsam Theoriam respiciens, quam & ipse libro 10 exposuit nondum edito, sic persequor: ,, Quid autem, si partim observatione, partim ratiocinatione adhibita, constaret demum, materiam homogeneam esse, ac omne discrimen inter corpora provenire

„ nire a forma, nexu, viribus, & motibus particularum, quæ „ sint intima origo sensibilium omnium proprietatum. Ea „ nostros sensus non alia effugiunt ratione, nisi ob nimis exi- „ guam particularum molem: nec nostræ mentis vim, nisi ob „ ingentem ipsarum multitudinem, & sublimissimam, utut „ communem, virium legem, quibus fit, ut ad intimam sin- „ gularum specierum compositionem cognoscendam aspirare non „ possimus. At generalium corporis proprietatum, & genera- „ lium discriminum explicationem libro 10 ex intimis iis prin- „ cipiis petitam, exhibebimus fortasse non infeliciter: peculia- „ rium corporum textum olim cognosci, difficillimum quidem „ esse, arbitror, prorsus impossibile, affirmare non ausim.

324. Demum ibidem illud addo, quod pertinet ad genera, & species: „ Interea specificas naturas æstimamus, & distin- „ guimus a collectione illa externarum proprietatum, in quo „ plurimum confert ordo, quo deteguntur. Si quædam col- „ lectio, quæ sola innotuerat, inveniatur simul cum nova „ quadam proprietate conjuncta, in aliis fere æquali numero „ cum alia diversa; eam, quam pro specie infima habeba- „ mus, pro genere quodam habemus continente sub se illas „ species, & nomen, quod prius habuerant, pro utraque reti- „ nemus. Si diu invenimus conjunctam ubique cum aliqua „ nova, deinde vero alicubi multo posterius inveniatur sine „ illa nova; tum, nova illa jam in naturæ ideam admissa, „ hanc substantiam ea carentem ab ejusmodi natura arcemus, „ nec ipsi id nomen tribuimus. Si nunc inveniretur massa, „ quæ ceteras omnes enumeratas auri proprietates haberet, „ sed aqua regia non solveretur, eam non esse aurum dicere- „ mus. Si initio compertum esset, alias ejusmodi massas sol- „ vi, alias non solvi per aquam regiam, sed per alium liquo- „ rem, & utrumque in æquali fere earum massarum numero „ notatum esset, putatum fuisset, binas esse auri species, qua- „ rum altera alterius liquoris ope solveretur.

Quo pacto interea species distinguamus.

Hæc ego ibi; unde adhuc magis patet, quid specificæ formæ sint, & inde, quid sit transformatio. Sed de his omnibus jam satis.



APPENDIX
Ad Metaphysicam pertinens
DE
ANIMA, & DEO.

Argumentum hujus Appendicis, & cur sit addita.

525 QUæ pertinent ad discrimen animæ a materia, & ad modum, quo anima in corpus agit, rejecta Leibnitianorum harmonia præstabilita, persecutus jam sum in parte prima a num. 153. Hic primum & id ipsum discrimen evolvam magis, & addam de ipsius animæ, & ejus actuum vi, ac natura, nonnulla, quæ cum eodem operis argumento arctissime connectuntur: tum ad eum colligendum, qui semper maximus esse debet omnium philosophicarum meditationum fructus, nimirum ad ipsum potentissimum, ac sapientissimum Auctorem Naturæ conscendam.

Discrimen inter animam & corpus: in hoc omnia peragi per distantias locales, motus, ac vires inducentes, motum localem.

526. Inprimis hic iterum patet, quantum discrimen sit inter corpus, & animam, ac inter ea, quæ corporeæ materiæ tribuimus, & quæ in nostra spirituali substantia experimur. Ibi omnia perfecimus tantummodo per distantias locales, & motus, ac per vires, quæ nihil aliud sint, nisi determinationes ad motus locales, sive ad mutandas, vel conservandas locales distantias certa lege necessaria, & a nulla materiæ ipsius libera determinatione pendentes. Nec vero ullas ego repræsentativas vires in ipsa materia agnosco, quarum nomine haud scio, an ii ipsi, qui utuntur, satis norint, quid intelligant, nec ullum aliud genus virium, aut actionum ipsi tribuo, præter illud unum, quod respicit localem motum, & accessus mutuos, ac recessus.

In anima nos experiri sensationes, & cogitationes, ac volitiones: Vim esse in nobis innatam, qua videamus harum discrimina, & relationem, quam habent ad substantias, a quibus procedunt essentialiter diversas.

527. At in ea nostra substantia, qua vivimus, nos quidem intimo sensu, & reflexione, duplex aliud operationum genus experimur, & agnoscimus, quarum alterum dicimus sensationem, alterum cogitationem, & volitionem. Profecto idea, quam de illis habemus intimam, & prorsus experimentalem, est longe diversa ab idea, quam habemus, localis distantiæ, & motus. Et quidem illud mihi, ut in prima parte innui, omnino persuasum est, inesse animis nostris vim quandam, qua ipsas nostras ideas, & illos, non locales, sed animasticos motus, quos in nobis ipsis inspicimus, intime cognoscamus, & non solum similes a dissimilibus possimus discernere, quod omnino facimus, cum post equi visi ideam, se nobis idea piscis objicit, & hunc dicimus non esse equum; vel cum in

primis

primis principiis ideas conformes affirmando conjungimus, difformes vero separamus negando; verum etiam ipsorum non localium motuum, & idearum naturam immediate videamus, atque originem; ut idcirco nobis evidenter constet per sese, alias oriri in nobis a substantia aliqua externa ipsi animo, & admodum discrepante ab ipso, utut etiam ipsi conjuncta, quam corpus dicimus, alias earum occasione in ipso animo exurgere, atque enasci per longe aliam vim: ac primi generis esse sensationes ipsas, & directas ideas, posterioris autem omne reflexionum genus, judicia, discursus, ac voluntatis actus tam varios: qua interna evidentia, & conscientia sua illi etiam, qui de corporum, de aliorum extra se objectorum existentia dubitare vellent, ac idealismum, & egoismum affectant, coguntur vel inviti internum ejusmodi ineptissimis dubitationibus assensum negare, & quotiescunque directe, & vero etiam reflexe, ac serio cogitant, & loquuntur, aut agunt, ita agere, loqui, cogitare, ut alia etiam extra se posita sibi similia, & spiritualia, & materialia entia agnoscant: neque enim libros conscriberent, & ederent, & suam rationibus confirmare sententiam niterentur; nisi illis omnino persuasum esset, existere extra ipsos, qui, quæ scripserint, & typis vulgaverint, perlegant, qui eorum rationes voce expressas aure excipiant, & victi demum se dedant.

Duo genera actuum vitalium, quæ in nobis perspicimus, sensationes, & cogitationes, ac volitiones, quas possumus etiam sine corpore exercere.

528. Et vero ex motibus quibusdam localibus in nostro corpore factis per impulsum ab externis corporibus, vel per se etiam eo modo, quo ab externis fierent, ac delatis ad cerebrum (in eo enim alicubi videtur debere esse saltem præcipua sedes animæ, ad quam nimirum tot nervorum fibræ pertingunt idcirco, ut impulsiones propagatæ, vel per succum volatilem, vel per rigidas fibras quaquaversus deferri possint, & inde imperium in universum exerceri corpus) exurgunt motus quidam non locales in animo, nec vero liberi, & ideæ coloris, saporis, odoris, soni, & vero etiam doloris, qui oriuntur quidem ex motibus illis localibus; sed intima conscientia teste, qua ipsorum naturam, & originem intuemur, longe aliud sunt, quam motus ipsi locales: sunt nimirum vitales actus, utut non liberi. Præter hos autem in nobis ipsis illud aliud etiam operationum genus perspicimus cogitandi, ac volendi, quod alii & brutis itidem attribuunt, cum quibus illud primum operationum genus commune nobis esse censent jam omnes, præter Cartesianos paucos, Philosophi: nam & Leibnitiani brutis ipsis animam tribuunt, quanquam non immediate agentem in corpus: sed ex iis, qui ipsam cogitandi, & volendi vim brutis attribuunt, in iis agnoscunt passim omnes, qui sapiunt, nostra inferiorem longe, & ita a materia pendentem, ut sine illa nec vivere possint, nec agere; dum nostras animas etiam a corpore separatas credimus posse eosdem æque cogitationis, & volitionis actus exercere.

Si ea brutis conveniant, quanto imperfectiora in iis esse debeant; & quid de voce *spiritus*.

529. Porro ex his, qui cogitationem, & voluntatem brutis attribuunt, alii utrique generi applicant nomen spiritus, sed distinguunt diversa spirituum genera, alii vocem spiritualis substantiæ tribuunt illis solis, quæ cogitare, & velle possint etiam sine ullo nexu cum corpore, & sine ulla materiæ organica dispositione, & motu, qui necessarius est brutis, ut vivant. Atque id quidem admodum facile revocari potest ad litem de nomine, & ad ideam, quæ affigatur huic voci *spiritus*, vel *spiritualis*, cujus vocis latina vis originaria non nisi tenuem flatum significat: nec magna erit in vocum usurpatione difficultas; dummodo bene distinguantur a se invicem materia expers omni & sentiendi, & cogitandi, ac volendi vi, a viventibus sensu præditis; & in viventibus ipsis anima immortalis, ac per se ipsam etiam extra omne organicum corpus capax cogitationis, & voluntatis, a brutis longe imperfectioribus, vel quia solum sentiendi vim habeant omnis cogitationis, & voluntatis expertia, vel quia, si cogitent, & velint, longe imperfectiores habeant ejusmodi operationes, ac dissoluto per organici corporis corruptionem nexu cum ipso corpore, prorsus dispereant.

Discrimen inter motus, a quibus idea excitatur, & ideam ipsam: quatuor acceptiones vocis *color*.

530. Ceterum longe aliud profecto est & tenuitas lamellæ, quæ determinat hunc potius, quam illum coloratum radium ad reflexionem, ut ad oculos nostros deveniat, in quo sensu adhibet coloris nomen vulgus, & opifices; & dispositio punctorum componentium particulam luminis, quæ certum ipsi conciliat refrangibilitatis gradum, certum in certis circumstantiis intervallum vicium facilioris reflexionis, & facilioris transmissus, unde fit, ut certam in oculi fibris impressionem faciat, in quo sensu nomen coloris adhibent Optici; & impressio ipsa facta in oculo, & propagata ad cerebrum, in quo sensu coloris nomen Anatomici usurpare possunt; & longe aliud quid, & diversum ab iis omnibus, ac ne analogum quidem illis, saltem satis arcto analogiæ, & omnimodæ similitudinis genere, est idea illa, quæ nobis excitatur in animo, & quam demum a prioribus illis localibus motibus determinatam intuemur in nobis ipsis, ac intima nostra conscientia, & animi vis, de cujus vera in nobis ipsis existentia dubitare omnino non possumus, evidentissima voce admonent ea de re, & certos nos reddunt.

Commercium animæ cum corpore continere tria legum genera: quæ sint priora duo.

531. Porro commercium illud inter animam, & corpus, quod unionem appellamus, tria habet inter se diversa legum genera, quarum bina sunt prorsus diversa ab ea etiam, quæ habetur inter materiæ puncta, tertium in aliquo genere convenit cum ipsa, sed ita longe in aliis plurimis ab ea distat, ut a materiali mechanismo penitus remotum sit. Priores sunt in ordine ad motus locales organici nostri corporis, vel potius ejus partis, sive ea sit fluidum quoddam tenuissimum, sive sint solidæ fibræ; & ad motus non locales, sed animasticos nostri animi,

nimi, nimirum ad excitationem idearum, & ad voluntatis actus. Utroque legum genere ad quosdam motus corporis excitantur quidam animi actus, & vice versa, & utrumque requirit inter cetera positionem certam in partibus corporis ad se invicem, & certam animæ positionem ad ipsas: ubi enim læsione quadam satis magna organici corporis ea mutua positio partium satis turbatur, ejusmodi legum observantia cessat: nec vero ea locum habere potest, si anima procul distet a corpore extra ipsum sita.

532. Sunt autem ejusmodi legum duo genera: alterum genus est illud, cujus nexus est necessarius, alterum, cujus nexus est liber: habemus enim & liberos, & necessarios motus, & sæpe fit, ut aliquis apoplexia ictus amittat omnem, saltem respectu aliquorum membrorum, facultatem liberi motus; at necessarios, non eos tantum, qui ad nutritionem pertinent, & a sola machina pendent, sed & eos, quibus excitantur sensationes, retineat. Unde apparet & illud, diversa esse instrumenta, quibus ad ea duo diversa motuum genera utimur. Quanquam & in hoc secundo legum genere fieri posset, ut nexus ibi quidem aliquis necessarius habeatur, sed non mutuus. Ut nimirum tota libertas nostra consistat in excitandis actibus voluntatis, & eorum ope etiam ideis mentis, quibus semel libero animastico motu intrinseco excitatis, per legem hujus secundi generis debeant illico certi locales motus exoriri in ea corporis nostri parte, quæ est primum instrumentum liberorum motuum, nulli autem fint motus locales partis ullius nostri corporis, nullæ ideæ nostræ mentis, quæ animum certa lege determinent ad hunc potius, quam illum voluntatis liberum actum; licet fieri possit, ut certa lege ad id inclinent, & actus alios aliis faciliores reddant, manente tamen semper in animo, in ipsa illa ejus facultate, quam dicimus voluntatem, potestate liberrima eligendi illud etiam, contra quod inclinatur, & efficiendi, ut ex mera sua determinatione præponderet etiam illud, quod independenter ab ea minorem habet vim. In eodem autem genere nexus quidam necessarii erunt itidem inter motus locales corporis, ac ideas mentis, cum quibusdam indeliberatis animi affectionibus, quæ leges, quam multæ sint, quam variæ, & an singula genera ad unicam aliquam satis generalem reduci possint, id vero nobis quidem saltem huc usque est penitus inaccessum.

In altero ex iis nexus inter animam, & corpus necessarius, in altero liber: exponuntur ambo.

533. Tertium legum genus convenit cum lege mutua punctorum in hoc genere, quod ad motum localem pertinet animæ ipsius, ac certam ejus positionem ad corpus, & ad certam organorum dispositionem. Durante nimirum dispositione, a qua pendet vita, anima necessario debet mutare locum, dum locum mutat corpus, atque id ipsum quodam necessario nexu, non libero: si enim præceps gravitate sua corpus ruit, si ab alio repente impellitur, si vehitur navi, si ex ipsius ani-

Tertium genus in quo conveniat cum nexu mutuo inter puncta materiæ, & in quo ab eo plurimum differat.

mæ voluntate progreditur, moveri utique cum ipso debet necessario & anima, ac illam eandem respectivam sedem tenere, & corpus comitari ubique. Dissoluto autem eo nexu organicorum instrumentorum, abit illico, & a corpore, jam suis inepto usibus, discedit. At in eo hæc virium lex localem motum animæ respiciens plurimum differt a viribus materiæ, quod nec in infinitum protenditur, sed ad certam quandam satis exiguam distantiam, nec illam habet tantam reciprocationem determinationis ad accessum, & recessum cum tot illis limitibus, vel saltem nullum earum rerum habemus indicium. Fortasse nec in minimis distantiis a quovis materiæ puncto determinationem ullam habet ad recessum, cum potius ipsa compenetrari cum materia posse videatur: nam ex phænomenis nec illud certo colligi posse arbitror, an cum ullo materiæ puncto compenetretur. Deinde nec hujusmodi vires habet perennes, & immutabiles, pereunt enim destructa organizatione corporis, nec eas habet, cum suis similibus, nimirum cum aliis animabus, cum quibus idcirco nec impenetrabilitatem habet, nec illos nexus cohæsionum, ex quibus materiæ sensibilitas oritur. Atque ex iis tam multis discriminibus, & tam insignibus, satis luculenter patet, quam longe hæc etiam lex pertinens ad unionem animæ cum corpore a materiali mechanismo distet, & penitus remota sit.

Ubi sit sedes animæ, ex puris phænomenis sciri non posse.

534. Ubi sit animæ sedes, ex *puris phænomenis certo nosse* omnino non possumus: an nimirum ea sit præsens certo cuidam punctorum numero, & toti spatio intermedio habens virtualem illam extensionem, quam num. 84 in primis materiæ elementis rejecimus, an compenetretur cum uno aliquo puncto materiæ, cui unita secum ferat & necessarios illos, & liberos nexus, ut vel illud punctum cum aliis etiam legibus agat in alia puncta quædam, vel ut, enatis certis quibusdam in eo motibus, cætera fiant per virium legem toti materiæ communem; an ipsa existat in unico puncto spatii, quod a nullo materiæ puncto occupetur, & inde nexum habeat cum certis punctis, respectu quorum habeat omnes illas motuum localium, & animasticorum leges, quas diximus; id sane *ex puris Naturæ phænomenis*, & vero etiam, ut arbitror, ex reflexione, & meditatione quavis, quæ fiat *circa ipsa phænomena*, nunquam nobis innotescet.

Demonstratur id ipsum producendo, quid oporteret nosse ad resolvendam ejusmodi quæstionem ex phænomenis.

535. Nam ad id determinandum ex phænomenis utcunque consideratis, oporteret nosse, an ea phænomena possint haberi eadem quovis ex iis modis, an potius requiratur aliquis ex iis determinatus ut conjunctio, localis etiam, animæ cum magna corporis parte, vel etiam cum toto corpore. Ad id autem cognoscendum oporteret distinctam habere notitiam earum legum, quas secum trahit conjunctio animæ cum corpore, & totius dispositionis punctorum omnium, quæ corpus constituunt, ac legis virium mutuarum inter materiæ puncta, tum etiam habere

bere tantam Geometriæ vim, quanta opus est ad determinandos omnes motus, qui ex sola mechanica distributione eorundem punctorum oriri possint. Iis omnibus opus esset ad videndum, an ex motibus, quos anima imperio suæ voluntatis, vel necessitate suæ naturæ induceret in unicum punctum, vel in aliqua determinata puncta, consequi deinde possent per solam legem virium communem punctis materiæ omnes reliqui spirituum, & nervorum motus, qui habentur in motibus nostris spontaneis, & omnes motus tot particularum corporis, ex quibus pendent secretiones, nutritio, respiratio, ac alii nostri motus non liberi. At illa omnia nobis incognita sunt, nec ad illud adeo sublime Geometriæ genus adspirare nobis licet, qui nondum penitus determinare potuimus motus omnes trium etiam massularum, quæ certis viribus in se invicem agant.

Falsitas plurium opinionum de ejus sede: non probari, eam non extendit per totum corpus.

536. Fuerunt, qui animam concluserint intra certam aliquam exiguam corporis nostri particulam, ut Cartesius intra glandulam pinealem: at deinde compertum est, ea parte sola non contineri: nam ea parte dempta, vita superfuit: sic sine pineali glandula aliquando vitam perdurasse, compertum jam est, ut animalia aliqua etiam sine cerebro vitam produxerunt. Alii diffusionem animæ per totum corpus impugnant ex eo, quod aliquando homines, rescissa etiam manu, dixerint, se digitorum dolorem sentire, tanquam si adhuc haberent digitos; qui dolor cum sentiatur absque eo, quod anima ibi digitis sit præsens; inde inferri posse arbitrantur, quotiescumque digitorum sentimus dolorem, illam sentiri sine præsentia animæ in digitis. At ea ratio nihil evincit: fieri enim posset, ut ad habendum prima vice sensum, quem in digitorum dolore experimur, requireretur præsentia animæ in ipsis digitis, sine qua ejus doloris idea primo excitari non possit, possit autem efformata semel per ejusmodi præsentiam excitari iterum sine ipsa per eos motus nervorum, qui cum motu fibrarum digiti in primo illo sensu conjuncti fuerant: præterquamquod adhuc remanet definiendum illud, an ad nutritionem requiratur præsentis animæ impulsus aliquis, an ea per solum mechanismum obtineri possit tota sine ulla animæ operatione.

Conclusio pro ignoratione: ubi & quomodo possit esse.

537. Hæc omnia abunde ostendunt, phænomenis rite consultis nihil satis certo definiri posse circa animæ sedem, nec ejus diffusionem per magnam aliquam corporis partem, vel etiam per totum corpus excludi. Quod si vel per ingentem partem, vel etiam per totum corpus protendatur, id ipsum etiam cum mea theoria optime conciliabitur. Poterit enim anima per illam virtualem extensionem, de qua egimus a num. 83, existere in toto spatio, quo continentur omnia puncta constituentia illam partem, vel totum corpus: atque eo pacto adhuc magis in mea theoria differet anima a materia; cum simplicia materiæ elementa non nisi in singulis spatii punctis existant singula singulis momentis temporis, anima autem licet itidem simplex,

plex, adhuc tamen simul existet in punctis spatii infinitis conjungens cum unico momento temporis seriem continuam punctorum spatii, cui toti simul erit præsens per illam suam extensionem virtualem, ut & Deus per infinitam Immensitatem suam præsens est punctis infinitis spatii (& ille quidem omnibus omnino), sive in iis materia sit, sive sint vacua.

Nunquam produci ab anima motum, nisi æqualem in partes oppositas: quid inde consequatur.

538. Et hæc quidem de sede animæ: illud autem postremo loco addendum hic censeo de legibus omnibus constituentibus ejus conjunctionem cum corpore, quod est observationibus conforme, quod diximus num. 74, & 387, nunquam ab anima produci motum in uno materiæ puncto, quin in alio aliquo æqualis motus in partem contrariam producatur, unde fit, ut nec liberi, nec necessarii materiæ motus ab animabus nostris orti perturbent actionis, & reactionis æqualitatem, conservationem ejusdem status centri communis gravitatis, & conservationem ejusdem quantitatis motus in Mundo in eandem plagam computari.

Transitus ad Auctorem Naturæ, cujus perfectiones in hac Theoria elucent maxime.

539. Hæc quidem de anima: jam quod pertinet ad ipsum Divinum Naturæ Opificem, in hac Theoria elucet maxime & necessitas ipsum omnino admittendi, & summa ipsius, atque infinita Potentia, Sapientia, Providentia, quæ venerationem a nobis demississimam, & simul gratum animum, atque amorem exposcant: ac vanissima illorum somnia corruunt penitus, qui Mundum vel casu quodam fortuito putant, vel fatali quadam necessitate potuisse condi, vel per se ipsum existere ab æterno suis necessariis legibus consistentem.

Error tribuentium Mundi originem casui fortuito: casum esse vocem vanam sine re.

540. Et primo quidem quod ad casum pertinet, sic ratiocinantur: finiti terminorum numeri combinationes numero finitas habent, combinationes autem per totam infinitam æternitatem debent extitisse numero infinitæ; etiamsi nomine combinationum assumamus totam seriem pertinentem ad quotcunque millenos annos. Quamobrem in fortuita atomorum agitatione, si omnia se æqualiter habuerint, ut in longa fortuitorum serie semper accidit, debuit quævis ex ipsis redire infinitis vicibus, adeoque infinities major est probabilitas pro reditu hujus individuæ combinationis, quam habemus, quocunque finito numero vicium redeuntis mero casu, quam pro non reditu. Hi quidem inprimis in eo errant, quod putent esse aliquid, quod in se ipso revera fortuitum sit; cum omnia determinatas habeant in Natura causas, ex quibus profluunt, & idcirco a nobis fortuita dicantur quædam, quia causas, a quibus eorum existentia determinatur, ignoramus.

Numerum combinationum in terminis etiam numero finitis esse infinitum; si rite omnia expendantur.

541. Sed eo omisso, falsissimum est, numerum combinationum esse finitum in terminis numero finitis; si omnia, quæ ad Mundi constitutionem necessaria sunt, perpendantur. Est quidem finitus numerus combinationum, si nomine combinationis assumatur tantummodo ordo quidam, quo alii termini post alios jacent; hinc ultro agnosco illud: si omnes litteræ, quæ

Vir-

Virgilii poema componunt, versentur temere in sacco aliquo, tum extrahantur, & ordinentur omnes litteræ, aliæ post alias, atque ejusmodi operatio continuetur in infinitum, redituram & ipsam combinationem Virgilianam numero vicium quenvis determinatum numerum superante. At ad Mundi constitutionem habetur inprimis dispositio punctorum materiæ in spatio patente in longum, latum, & profundum; porro rectæ in uno plano sunt infinitæ, plana in spatio sunt infinita, & pro quavis recta in quovis plano infinita sunt curvarum genera, quæ cum eadem ex dato puncto directione oriantur, in quarum singularum classibus infinities plures sunt, quæ per datum punctorum numerum non transeant. Quare ubi seligenda sit curva, quæ transeat per omnia materiæ puncta, jam habemus infinitum saltem ordinis tertii. Præterea, determinata ejusmodi curva, potest variari in infinitum distantia puncti cujusvis a sibi proximo: quamobrem numerus dispositionum possibilium pro quovis puncto materiæ adhuc ceteris manentibus est infinitus, adeoque is numerus ex omnium mutationibus possibilibus est infinitus ordinis expositi a numero punctorum aucto saltem ternario. Iterum velocitas, quam habet dato tempore punctum quodvis, potest variari in infinitum, & directio motus potest variari in infinitum ordinis secundi ob directiones infinitas in eodem plano, & plana infinita in spatio. Quare cum constitutio Mundi, & sequentium phænomenorum series pendeat ab ipsa velocitate, & directione motus; numerus, qui exprimit gradum infiniti, ad quem assurgit numerus casuum diversorum, debet multiplicari ter per numerum punctorum materiæ.

542. Est igitur numerus casuum diversorum non finitus, sed infinitus ordinis expositi a quarta potentia numeri punctorum aucta saltem ternario, atque id etiam determinata curva virium, quæ potest itidem infinitis modis variari. Quamobrem numerus combinationum relativarum ad Mundi constitutionem non est finitus pro dato quovis momento temporis, sed infinitus ordinis altissimi, respectu infiniti ejus generis, cujus generis est infinitum numeri punctorum spatii in recta quapiam, quæ concipiatur utrinque in infinitum producta. At huic infinito est analogum infinitum momentorum temporis in tota utraque æternitate, cum unicam dimensionem habeat tempus. Igitur numerus combinationum est infinitus ordinis in immensum altioris ordine infiniti momentorum temporis, adeoque non solum non omnes combinationes non debent redire infinities; sed ratio numeri earum, quæ non redeunt, est infinita ordinis altissimi, quam nimirum exponit quarta potentia numeri punctorum aucta saltem binario, vel, si libeat variare virium leges, saltem ternario. Quamobrem ruit futile ejusmodi, atque inane argumentum.

Cujus ordinis infinitus sit: nimirum altissimi, & in immensum altioris numero momentorum temporis in tota æternitate.

543. Sed inde etiam illud eruitur, in immenso isto combina-

In ipso im-

mensso combinationum numero in immensum plures esse combinationes inordinatas, quam ordinatas.

binationum numero infinities esse plures pro quovis genere combinationes inordinatas, quæ exhibeant incertum chaos, & massam temere volitantium punctorum, quam quæ exhibeant Mundum ordinatum, & certis constantem perpetuis legibus. Sic ex. gr. ad efformandas particulas, quæ constanter suam formam retineant, requiritur collocatio in punctis illis, in quibus sunt limites, & quorum numerus debet esse infinities minor, quam numerus punctorum sitorum extra ipsos: nam intersectiones curvæ cum axe debent fieri in certis punctis, & inter ipsa debent intercedere segmenta axis continua, habentia puncta spatii infinita. Quamobrem nisi sit aliquis, qui ex omnibus æque per se possibilibus seligat unam ex ordinatis; infinities probabilius est, infinitate ordinis admodum elevati, obventuram inordinatam combinationum seriem, & chaos, non ordinatam, & Mundum, quem cernimus, & admiramur. Atque ad vincendam determinate eam infinitam improbabilitatem, requiritur infinita vis Conditoris Supremi seligentis unam ex iis infinitis.

Non determinari ab homine individuum: sed eo determinante intra limites, ad quos cognitio pertingit, reliquam indeterminationem vinci ab Ente in infinitum libero.

544. Nec vero illud objici potest, etiam hominem, qui statuam aliquam effingat, finita vi eligere illam individuam formam, quam illi dat, inter infinitas, quæ haberi possunt. Nam inprimis ille eam individuam non eligit, sed determinat modo admodum confuso figuram quandam, & individua illa oritur ex Naturæ legibus, & Mundi constitutione illa individua, quam naturæ Opifex Infinitus infinitam indeterminationem superans determinavit, per quam ab ejus voluntatis actu oriuntur illi certi motus in ejus brachiis, & ab hisce motus instrumentorum. Quin etiam in genere idcirco tam multi Philosophi determinationem ad individuum, & determinationem ad omnes illos gradus, ad quos cognitio creati determinantis non pertingit, rejecerunt in Deum infinita cognoscendi, & discernendi vi præditum, necessaria ad determinandum unum individuum casum ex infinitis ad idem genus pertinentibus; cum creatæ mentis cognitio ad finitum tantummodo graduum diversorum numerum distincte percipiendum extendi possit: sine ullo autem determinante ex casibus infinitis, & quidem tanto infinitatis gradu, individuus unus præ aliis per se, aut per fortuitam eventualitatem prodire omnino non potest.

Hunc ordinem non posse dici per se necessarium: prima impugnatio a nullo nexu, qui videtur haberi inter distantiam, & vim, quæ idcirco liberum determinantem requirunt.

545. Sed nec dici potest, hunc ipsum ordinem necessarium esse, & æternum, ac per se subsistere, casu quovis sequente determinato a proxime præcedente, & a lege virium intrinseca, & necessaria iis individuis punctis, & non aliis. Nam contra hoc ipsum miserum sane effugium quamplurima sunt, quæ opponi possunt. Inprimis admodum difficile est, ut homo sibi serio persuadeat, hanc unam virium legem, quam habet hoc individuum punctum respectu hujus individui puncti, fuisse possibilem, & necessariam, ut nimirum in hac individua distan-

distantia se potius attrahant, quam repellant, & se attrahant tanta potius attractione, quam alia. Nulla apparet sane connexio inter distantiam tantam, & tantam talis speciei vim, ut ibi non potuerit esse alia quævis, & ut hanc potius, quam aliam pro hisce punctis non selegerit arbitrium entis habentis infinitam determinativam potentiam, vel pro hisce punctis id, si libeat, ex natura sua petentibus, non posuerit alia puncta illam aliam petentibus ex sua itidem natura.

546. Præterea cum & infinitum, & infinite parvum in se determinatum, & in se tale, in creatis sit impossibile (quod de infinito in extensione demonstravi (t) pluribus in locis, nec una tantum demonstratione, ut in dissertatione *De Natura, & usu infinitorum, & infinite parvorum*, ac in dissertatione adjecta meis *Sectionum Conicarum Elementis*, Element. tom. 3); finitus est numerus punctorum materiæ, vel saltem in communi etiam sententia finita est materiæ existentis massa, quæ finitum spatium occupare debet, & non in infinitum protendi. Porro cur hic sit potius numerus punctorum, hæc potius massæ quantitas in Natura, quam alia; nulla sane ratio esse potest, nisi arbitrium entis infinita determinativa potentia præditi, & nemo sanus sibi facile serio persuadebit, in quodam determinato numero punctorum haberi necessitatem existentiæ potius, quam in alio quovis. Secunda a numero punctorum finito, qui determinantem voluntatem poscit.

547. Accedit illud, quod si Mundus cum hisce legibus fuisset ab æterno; extitissent jam motus æterni, & lineæ a singulis punctis descriptæ debuissent fuisse jam in infinitum productæ: nam in se ipsas non redeunt sine arbitrio entis infinitam improbabilitatem vincentis, cum demonstraverim supra pluribus in locis infinities improbabilius esse, Tertia ab æternitate, per quam durassent motus, cum linea necessario infinita: ejus impossibilitas.

 ali-

(t) *En unam ex ejusmodi demonstrationibus. Sit in fig.* 71 *spatium a* C *versus* AE *infinitum, & in eo angulus rectilineus* ACE *bifariam sectus per rectam* CD. *Sit autem* GH *parallela* CA, *quæ occurrat* CD *in* H, *at producatur ita, ut* HF *fiat dupla* GH, *ducaturque* CF, *& omnes* CA, CB, CD, CE *in infinitum producantur. Inprimis totum spatium infinitum* ECD *debet esse æquale infinito* ACD: *nam ob angulum* ACE *bifariam sectum sibi invicem congruerent. Deinde triangulum* HCF *est duplum* HCG, *ob* FH *duplam* HG. *Eodem pacto ductis aliis* ghf *ipsi parallelis*, hCf *erit duplum* hCg, *adeoque & area* FHhf *dupla* HGgh. *Quare & summa omnium* FHhf *dupla summæ omnium* HGgh, *nimirum tota area infinita* BCD *dupla infinitæ* DCE, *adeoque dupla* ACD, *nimirum pars dupla totius, quod est absurdum. Porro absurdum oritur ab ipsa infinitate, si enim sint arcus circulares* GMI, gmi *centro* C; *sector* ICM *erit æqualis* GCM, *& triangulum* FCH *duplum* GCH. *Donec sumus in quantitatibus finitis, res bene procedit, quia* FCH *non est pars* ICM, *sicut* BCD *est pars* ACD, *nec* MCG, *&* HCG *sunt unum, & idem, ut* DCE *est unicum infinitum absolutum contentum cruribus* CD, CE. *Absurdum oritur tantummodo, ubi sublatis prorsus limitibus, a quibus oriuntur discrimina spatiorum inclusorum iisdem angulis ad* C, *fit suppositio infiniti absoluti, quæ contradictionem involvit.* Fig. 71.

aliquod punctum redire aliquando ad locum, quem alio temporis momento occupaverit, quam nullum redire unquam. Porro infinitum in extensione impossibile prorsus esse, ego quidem demonstravi, uti monui, & illa impossibilitas pertinere debet ad omne genus linearum, quæ in infinitum productæ sint. Potest utique motus continuari in infinitum per æternitatem futuram, quia si aliquando cœpit, nunquam habebitur momentum temporis, in quo jam fuerit existentia infinitæ lineæ: secus vero, si per æternitatem præcedentem jam extiterit: nec in eo futuram æternitatem cum præterita prorsus analogam esse censeo, ut illud indefinitum futuræ non sit verum quoddam infinitum præteritæ. Quod si linea infinita non fuerit, & quies est infinities adhuc improbabilior, quam regressus pro unico temporis momento ad idem spatii punctum, ac multo magis æterna quies; utique nec motum habuit æternum materia, nec existere potuit ab æterno, cum sine & quiete, & motu existere non potuerit, adeoque creatione omnino, & Creatore fuit opus, qui idcirco infinitam haberet effectivam potentiam, ut omnem creare posset materiam, ac infinitam determinativam vim, ut libero arbitrio suo utens ex omnibus infinitis possibilibus momentis totius æternitatis in utramque partem indefinitæ illud posset seligere individuum momentum, in quo materiam crearet, ac ex omnibus infinitis illis possibilibus statibus, & quidem tam sublimi infinitatis gradu, seligere illum individuum statum, complectentem unam ex illis curvis per omnia puncta dato ordine accepta transeuntibus, ac in ea determinatas illas distantias, ac determinatas motuum velocitates, & directiones.

Validissima ab impossibilitate seriei infinitæ terminorum, in qua alii ab aliis determinentur ad existendum sine extrinseco determinante: ea hic demonstratur.

548. Verum hisce omnibus etiam omissis, est illud a determinatione itidem necessaria repetitum, in quavis Theoria validissimum, sed adhuc magis in mea, in qua omnia phænomena pendent a curva virium, & inertiæ vi. Nimirum materia licet ponatur ejusmodi, ut habeat necessariam, & sibi essentialem vim inertiæ, & virium activarum legem; adhuc ut quovis dato tempore posteriore habeat determinatum statum, quem habet, debet determinari ad ipsum a statu præcedenti, qui si fuisset diversus, diversus esset & subsequens; neque enim lapis, qui sequenti tempore est in Tellure, ibi esset; si immediate antecedenti fuisset in Luna. Quare status ille, qui habetur tempore sequenti, nec a se ipso, nec a materia, nec ab ullo ente materiali tum existente, habet determinationem ad existendum, & proprietates, quas habet materia perennes, indifferentiam per se continent, nec ullam determinationem inducunt. Determinationem igitur, quam habet ille status ad existendum, accipit a statu præcedenti. Porro status præcedens non potest determinare sequentem, nisi quatenus ipse determinate existit. Ipse autem nullam itidem in se habet determinationem ad existendum, sed illam accipit a præcedente.

Ergo

Ergo nihil habemus adhuc in ipso secundum se considerato determinationis ad existendum pro postremo illo statu. Quod de secundo diximus, dicendum de tertio præcedente, qui determinationem debet accipere a quarto, adeoque in se nullam habet determinationem pro existentia sui, nec idcirco ullam pro existentia postremi. Verum eodem pacto progrediendo in infinitum, habemus infinitam seriem statuum, in quorum singulis habemus merum nihil in ordine ad determinatam existentiam postremi status. Summa autem omnium nihilorum utcunque numero infinitorum est nihil: jam diu enim constitit, illum Guidonis Grandi, utut summi Geometræ, paralogismum fuisse, quo ex expressione seriei parallelæ ortæ per divisionem $\frac{\quad}{1+1}$ intulit summam infinitorum *zero* esse revera æqualem dimidio. Non potest igitur illa series per se determinare existentiam cujuscunque certi sui termini, adeoque nec tota ipsa potest determinate existere, nisi ab ente extra ipsam posito determinetur.

In quo hoc argumentum differat a communi adhibente impossibilitatem seriei contingentium sine ente necessario.

549. Hoc quidem argumento jam ab annis multis uti soleo, quod & cum aliis pluribus communicavi, neque id ab usitato argumento, quo rejicitur series contingentium infinita sine ente extrinseco dante existentiam seriei toti, in alio differt, quam in eo, quod a contingentia res ad determinationem est translata, & a defectu determinationis pro sua cujusque existentia res est translata ad defectum determinationis pro existentia unius determinati status assumpti pro postremo: id autem præstiti, ne eludatur argumentum dicendo, in tota serie haberi determinationem ad ipsam totam, cum pro quovis termino habeatur determinatio intra eandem seriem, nimirum in termino præcedente. Illa reductione ad vim determinativam existentiæ postremi quæsitam per omnem seriem, devenitur ad seriem nihilorum respectu ipsius, quorum summa adhuc est nihilum.

Attributa, quæ Ens extrinsecum habere debet.

550. Jam vero hoc ens extrinsecum seriei ipsi, quod hanc seriem elegit præ seriebus aliis infinitis ejusdem generis, infinitam habere debet determinativam, & electivam vim, ut unam illam ex infinitis seligat. Idem autem & cognitionem habere debuit, & sapientiam, ut hanc seriem ordinatam inter inordinatas selegerit: si enim sine cognitione, & electione egisset, infinities probabilius fuisset, ab illo determinatum iri aliquam ex inordinatis, quam unam ex ordinatis, ut hanc; cum nimirum ratio inordinatarum ad ordinatas sit infinita, & quidem ordinis altissimi, adeoque & excessus probabilitatis pro cognitione, & sapientia, ac libera electione supra probabilitatem pro cæco agendi modo, fatalismo, & necessitate, sit infinitus, qui idcirco certitudinem inducit.

Infinita improbabilitas.

551. Atque hic notandum & illud, pro quovis indivi-

quæ hic occurrit, a quo uno vinci possit: nimirum a solo infinite libero.

duo statu respondente cuivis momento temporis; & multo magis pro quavis individua serie respondente cuivis continuo tempori, improbabilitas determinatæ ipsius existentiæ est infinita, & nos deberemus esse certi de ejus non existentia, nisi determinaretur ab infinito determinante, & nisi ejus determinationis notitiam nos haberemus. Sic si in urna sint nomina centum, & unum, & agatur de uno determinato, an extractum inde prodierit, centuplo major est improbabilitas ipsi contraria: si mille, & unum, millecupla: si numerus sit infinitus; improbabilitas erit infinita, quæ in certitudinem transit: sed si quis viderit extractionem, & nobis nunciet; tota improbabilitas illa repente corruit. Verum & in hoc exemplo individua illa determinatio a creato agente non habebitur inter infinitas possibiles, nisi ex legibus ab infinito determinante jam determinatis in Natura, & ab ejusdem determinatione ad individuum, uti paullo ante dicebamus de individuæ figuræ electione pro statua.

Quanta sapientia opus fuerit ad seligendum numerum, & ordinem punctorum, & legem virium.

552. Porro qui aliquanto diligentius perpenderit vel illa pauca, quæ adnotavimus necessaria in distributione punctorum ad efformanda diversa particularum genera, quæ exhibeant diversa corpora, videbit sane, quanta sapientia, & potentia sit opus ad ea omnia perspicienda, eligenda, præstanda. Quid vero, ubi cogitet, quanta altissimorum Problematum indeterminatio occurrat in infinito illo combinationum possibilium numero, & quanta cognitione opus fuerit ad eligendas illas potissimum, quæ necessariæ erant ad hanc usque adeo inter se connexorum phænomenorum seriem exhibendam? Cogitet, quid una lux præstare debeat, ut se propaget sine occursu, ut diversam pro diversis coloribus refrangibilitatem habeat, & diversa vicium intervalla, ut calorem, & igneas fermentationes excitet: interea vero aptandus fuit corporum textus, & laminarum crassitudo ad ea potissimum remittenda radiorum genera, quæ illos determinatos colores exhiberent sine ceterarum & alterationum, & transformationum jactura, disponendæ oculorum partes, ut imago pingeretur in fundo, & propagaretur ad cerebrum, ac simul nutritioni daretur locus, & alia ejusmodi præstanda sexcenta. Quid unus aer, qui simul pro sono, pro respiratione, & vero etiam nutritione animalium, pro diurni caloris conservatione per noctem, pro ventis ad navigationem, pro vaporibus continendis ad pluvias, pro innumeris aliis usibus est conditus? Quid gravitas, qua perennes fiunt planetarum motus, & cometarum, qua omnia compacta, & coadunata in ipsorum globis, qua una suis maria continentur littoribus, & currunt fluvii, imber in terram decidit, & eam irrigat, ac fœcundat, sua mole ædificia consistunt, temporis mensuram exhibent pendulorum oscillationes?

si ea

si ea repente deficeret; quo noster incessus, quo situs viscerum, quo aer ipse sua elasticitate dissiliens? Homo hominem arreptum a Tellure, & utcunque exigua impulsum vi, vel uno etiam oris flatu impetitum, ab hominum omnium commercio in infinitum expelleret, nunquam per totam æternitatem rediturum.

553. Sed quid ego hæc singularia persequor? quanta Geometria opus fuit ad eas combinationes inveniendas, quæ tot organica nobis corpora exhiberent, tot arbores, & flores educerent, tot brutis animantibus, & hominibus tam multa vitæ instrumenta subministrarent? Pro fronde unica efformanda quanta c gnitione opus fuit, & providentia, ut motus omnes per tot sæcula perdurantes, & cum omnibus aliis motibus tam arcte connexi illas individuas materiæ particulas eo adducerent, ut illam demum, illo determinato tempore frondem illius determinatæ curvaturæ producerent? quid autem hoc ipsum respectu eorum, ad quæ nulli nostri sensus pervadunt, quæ longissime supra telescopiorum, & infra microscopiorum potestatem latent? Quid respectu eorum, quæ nulla possumus contemplatione assequi, quorum nobis nullam omnino licet, ne levissimam quidem conjecturam adipisci, de quibus idcirco, ut phrasi utar, quam alibi ad aliquid ejusdem generis exprimendum adhibui, de quibus inquam, hoc ipsum, ignorari ea a nobis, ignoramus? Ille profecto unus immensam Divini Creatoris potentiam, sapientiam, providentiam humanæ mentis captum omnem longissime superantes, ignorare potest, qui penitus mente cæcutit, vel sibi ipsi oculos eruit, & omnem mentis obtundit vim, qui Natura altissimis undique inclamante vocibus aures occludit sibi, ne quid audiat, vel potius (nam occludere non est satis) & cochleam, & tympanum, & quidquid ad auditum utcunque confert, proscindit, dilacerat, eruit, ac a se longissime projectum amovet. Congeries eorum, quæ evincunt in eligente potentiam, sapientiam, providentiam, immensas.

554. Sed in hac tanta eligentis, ac omnia providentis Supremi Conditoris sapientia, atque exequentis potentia, quam admirari debemus perpetuo, & venerari, illud adhuc magis cogitandum est nobis, quantum inde in nostros etiam usus promanarit, quos utique respexit ille, qui videt omnia, & fines sibi istos omnes constituit, qui per ea omnia & nostræ ipsi existentiæ viam stravit, ac nos præ infinitis aliis hominibus, qui existere utique poterant, elegit ab ipso Mundi exordio; motus omnes, ad horum, quibus utimur, organorum formationem disposuit, præter ea tam multa, quæ ad tuendam, & conservandam hanc vitam, ad tot commoda, & vero etiam voluptates conducerent. Nam illud omnino credendum firmissime, non solum ea omnia vidisse unico intuitu Auctorem Naturæ, sed omnes eos animo sibi constitutos habuisse fines, ad quos conducunt media, quæ videmus adhibita. Quid prospiciendum fuerit pro nostra existentia, & nostris commodis: quantum ipsi inde simus obstricti.

555. Haud ego quidem Leibnitianis, & aliis quibuscunque Opti- Mundum non

esse possibilium optimum, cum in possibilibus nullus terminus sit ultimus: nec officere sapientiæ, ac bonitati infinitæ, quod non fecerit, nec potentiæ, quod non potuerit id facere.

Optimismi defensoribus assentior, qui Mundum hunc, in quo vivimus, & cujus pars sumus, omnium perfectissimum esse arbitrantur, ac Deum faciunt natura sua determinatum id id creandum quod perfectissimum sit, ac eo ordine, qui perfectissimus sit. Id sane nec fieri posse arbitror: cum nimirum in quovis possibilium genere seriem agnoscam finitorum tantummodo, quanquam in infinitum productam, ut num. 90. exposui, in qua, ut in distantiis duorum punctorum nulla est minima, nulla maxima; ita ibidem nulla sit perfectionis maximæ, nulla minimæ, sed quavis finita perfectione utcunque magna, vel parva, sit alia perfectio major, vel minor: unde fit, ut quancunque seligat Naturæ Auctor, necessario debeat alias majores omittere: nec vero ejus potentiæ illud officit, quod creare non possit optimum, aut maximum, ut nec officit, quod non possit simul creare totum, quodcunque creare potest: nam id eo evadit, ut non possit se in eum statum redigere, in quo nihil melius, aut majus, vel absolute nihil aliud creare possit: nec officit aut sapientiæ, aut bonitati infinitæ, quod optimum non seligat, ubi optimum est nullum.

Quam multa pessima consectaria secum trahat sententia Mundi perfectissimi.

556. Ex alia parte determinatio illa ad optimum, & libertatem Divinam tollit, & contingentiam rerum omnium, cum, quæ existunt, necessaria fiant, quæ non existunt, evadant impossibilia: ac præterea nobis quodammodo in illa hypothesi debemus, quod existimus, non illi. Qui enim potuit non existere id, quod habuit pro sua existentia rationem prævalentem, quam Naturæ Auctor cum viderit, non potuerit non sequi, nec vero potuerit non videre? Qui existere potuit id, quod eandem habuit non existendi necessitatem? Quid vero illi pro nostra existentia debeamus, qui nos condidit idcirco, quia in nobis invenit meritum majus, quam in iis, quos omisit, & a sua ipsius natura necessario determinatus fuit, & adactus ad obsequendum ipsi huic nostro intrinseco, & essentiali merito prævalenti? Distinguendum est inter hæc duo: unum esse alio melius, & esse melius creare potius unum, quam aliud. Illud primum habetur ubique, hoc secundum nusquam, sed æque bonum est creare, vel non creare quodcunque, quod physicam bonitatem quancunque habeat, utcunque majorem, vel minorem alio quovis omisso: solum enim Divinæ libertatis exercitium infinities perfectius est quavis perfectione creata, quæ idcirco nullum potest offerre Divinæ libertati meritum determinativum ad se creandum.

Media tamen idonea necessario eligi ab ipso Auctore Naturæ ad fines sibi propositos: quantum illi debeamus.

557. Cum ea infinita libertate Divina componitur tamen illud, quod ad sapientiam pertinet, ut ad eos fines, quos sibi pro liberrimo suo arbitrio præfixit Deus, media semper apta debeat seligere, quæ finem propositum frustrari non sinant. Porro hæc media etiam in nostrum bonum selegit plurima, dum totam Naturam conderet, quod quem a nobis exigat beneficiorum memorem, & gratum animum, quem etiam tan-

tæ

tæ beneficentiæ reſpondentem amorem cum ingenti illa admiratione, & veneratione conjunctum, nemo non videt.

558. Supereſt & illud innuendum, neminem ſanæ mentis hominem dubitare poſſe, quin, qui tantam in ordinanda Natura providentiam oſtendit, tantam erga nos in nobis ſeligendis, in conſulendo noſtris & indigentiis, & commodis beneficentiam, illud etiam præſtare voluerit, ut cum adeo imbecilla ſit, & hebes mens noſtra, & ad ipſius cognitionem per ſeſe vix quidquam poſſit, ſe ipſe nobis per aliquam revelationem voluerit multo uberius præbere cognoſcendum, colendum, amandum: quo ubi devenerimus, quæ inter tam multas falſo jactatas abſurdiſſimas revelationes unica vera ſit, perſpiciemus utique admodum facile. Sed ea jam Philoſophiæ Naturalis fines excedunt, cujus in hoc opere Theoriam meam expoſui, & ex qua uberes hoſce, & ſolidos demum fructus percepi.

Deduci nos inde ad revelationem, quæ tamen huc non pertineat, ad opus nimirum pure philoſophicum.



SUP-

SUPPLEMENTA.

§. I.

De Spatio, ac Tempore (a).

Argumentum: quæ spatii attributa.

1. EGo materiæ extensionem prorsus continuam non admitto, sed eam constituo punctis prorsus indivisibilibus, & inextensis a se invicem disjunctis aliquo intervallo, & connexis per vires quasdam jam attractivas, jam repulsivas pendentes a mutuis ipsorum distantiis. Videndum hic, quid mihi sit in hac sententia spatium, ac tempus; quomodo utrumque dici possit continuum, divisibile in infinitum, æternum, immensum, immobile, necessarium, licet neutrum, ut in ipsa adnotatione ostendi, suam habeat naturam realem ejusmodi proprietatibus præditam.

Necessario ab omnibus admitti debere reales modos existendi locales, & temporarios.

2. Inprimis illud mihi videtur evidens, tam eos, qui spatium admittunt absolutum, natura sua reali, continuum, æternum, immensum, tam eos, qui cum Leibnitianis, & Cartesianis ponunt spatium ipsum in ordine, quem habent inter se res, quæ existunt, præter ipsas res, quæ existunt, debere admittere modum aliquem non pure imaginarium, sed realem existendi, per quem ibi sint, ubi sunt, & qui existat tum, cum ibi sunt, pereat cum ibi esse desierint, ubi erant. [Nam admisso etiam in prima sententia spatio illo, si hoc, quod est, esse rem aliquam in ea parte spatii, haberetur tantummodo per rem, & spatium; quotiescunque existeret res, & spatium, haberetur hoc, quod est rem illam in ea spatii parte collocari. Rursus si in posteriore sententia ordo ille, qui locum constituit, haberetur per ipsas tantummodo res, quæ ordinem illum habent, quotiescunque res illæ existerent, eodem semper existerent ordine illo, nec proinde unquam locum mutarent.] Atque id, quod de loco dixi, dicendum pariter de tempore.

Quocunque is modus nomine appelletur.

3. Necessario igitur admittendus est realis aliquis existendi modus, per quem res est ibi, ubi est, & tum, cum est. Sive is modus dicatur res, sive modus rei, sive aliquid, sive nonnihil; is extra nostram imaginationem esse debet, & res ipsum mutare potest, habens jam alium ejusmodi existendi modum, jam alium.

Modi reales,

4. Ego igitur pro singulis materiæ punctis, ut de his lo-

(a) *Hic, & sequens paragraphus habentur in Supplementis tomi* 1. Philosophiæ Recentioris *Benedicti Stay* §. 6, & 7.

loquar, e quibus ad res etiam immateriales eadem omnia facile transferri possunt, admitto bina realia modorum existendi genera, quorum alii ad locum pertineant, alii ad tempus, & illi locales, hi dicantur temporarii. Quodlibet punctum habet modum realem existendi, per quem est ibi, ubi est, & alium, per quem est tum, cum est. Hi reales existendi modi sunt mihi reale tempus, & spatium: horum possibilitas a nobis indefinite cognita est mihi spatium vacuum, & tempus itidem, ut ita dicam, vacuum, sive etiam spatium imaginarium, & tempus imaginarium. *qui sint reale spatium, & tempus.*

5. Modi illi reales singuli & oriuntur, ac pereunt, & indivisibiles prorsus mihi sunt, ac inextensi, & immobiles, ac in suo ordine immutabiles. Ii & sua ipsorum loca sunt realia, ac tempora, & punctorum, ad quæ pertinent. Fundamentum præbent realis relationis distantiæ, sive localis inter duo puncta, sive temporariæ inter duos eventus. Nec aliud est in se, quod illam determinatam distantiam habeant illa duo materiæ puncta, quam quod illos determinatos habeant existendi modos, quos necessario mutent, ubi eam mutent distantiam. Eos modos, qui in ordine ad locum sunt, dico puncta loci realia, qui in ordine ad tempus, momenta, quæ partibus carent singula, ac omni illa quidem extensione, hæc duratione, utraque divisibilitate destituuntur. *Eorum natura, & relationes.*

6. Porro punctum materiæ prorsus indivisibile, & inextensum, alteri puncto materiæ contiguum esse non potest: si nullam habent distantiam; prorsus coeunt: si non coeunt penitus; distantiam aliquam habent. Neque enim, cum nullum habeant partium genus, possunt ex parte coire tantummodo, & ex parte altera se contingere, ex altera mutuo aversari. Præjudicium est quoddam ab infantia, & ideis ortum per sensus acquisitis, a debita reflexione destitutis, qui nimirum nobis massas semper ex partibus a se invicem distantibus compositas exhibuerunt, cum videmur nobis puncta etiam indivisibilia, & inextensa posse punctis adjungere ita, ut se contingant, & oblongam quandam seriem constituant. Globulos re ipsa nobis confingimus, nec abstrahimus animum ab extensione illa, & partibus, quas voce, & ore secludimus. *Contiguitas punctorum spatii impossibilis.*

7. Porro ubi bina materiæ puncta a se invicem distant, semper aliud materiæ punctum potest collocari in directum ultra utrumque ad eandem distantiam, & alterum ultra hoc, & ita porro, ut patet, sine ullo fine. Potest itidem inter utrumque collocari in medio aliud punctum, quod neutrum continget: si enim alterum contigeret, utrumque contingeret, adeoque cum utroque congrueret, & illa etiam congruerent, non distarent, contra hypothesim. Dividi igitur poterit illud intervallum in partes duas, ac eodem argumento illa itidem duo in alias quatuor, & ita porro sine ullo fine. Quamobrem, utcunque ingens fuerit binorum punctorum intervallum, semper *Posse binis punctis addi alia in directum ad distantias æquales, interseri alia in infinitum.*

aliud haberi poterit majus, utcunque id fuerit parvum, semper aliud haberi poterit minus, sine ullo limite, & fine.

Existentia puncta spatii semper fore finita numero, & in finitis distantiis: in possibilibus nullum finem.

8. Hinc ultra, & inter bina loci puncta realia quæcunque alia loci puncta realia possibilia sunt, quæ ab iis recedant, vel ad ipsa accedant sine ullo limite determinato, & divisibilitas realis intervalli inter duo puncta in infinitum est, ut ita dicam, interseribilitas punctorum realium sine ullo fine. Quotiescunque illa puncta loci realia interposita fuerint, interpositis punctis materiæ realibus, finitus erit eorum numerus, finitus intervallorum numerus illo priore interceptorum, & ipsi simul æqualium: at numerus ejusmodi partium possibilium finem habebit nullum. Illorum singulorum magnitudo certa erit, ac finita: horum magnitudo minuetur ultra quoscunque limites, sine ullo determinato hiatu, qui adjectis novis intermediis punctis imminui adhuc non possit; licet nec possit actuali divisione, sive interpositione exhauriri.

Quomodo inde spatium infinitum, continuum, necessarium, æternum, immobile per cognitionem præcisivam.

9. Hinc vero dum concipimus possibilia hæc loci puncta, spatii infinitatem, & continuitatem habemus, cum divisibilitate in infinitum. In existentibus limes est semper certus, certus punctorum numerus, certus intervallorum: in possibilibus nullus est finis. Possibilium abstracta cognitio, excludens limitem a possibili augmento intervalli, & diminutione, ac hiatu, infinitatem lineæ imaginariæ, & continuitatem constituit, quæ partes actu existentes non habet, sed tantummodo possibiles. Cumque ea possibilitas & æterna sit, & necessaria, ab æterno enim, & necessario verum fuit, posse illa puncta cum illis modis existere; spatium hujusmodi imaginarium continuum, infinitum, simul etiam æternum fuit, & necessarium, sed non est aliquid existens, sed aliquid tantummodo potens existere, & a nobis indefinite conceptum: immobilitas autem ipsius spatii a singulorum punctorum immobilitate orietur.

In momentis eadem, quæ in punctis: post primum nullum secundum, aut ultimum: sed in tempore unica dimensio, in spatio triplex.

10. Atque hæc omnia, quæ hucusque de loci punctis sunt dicta, ad temporis momenta eodem modo admodum facile transferuntur, inter quæ ingens quædam habetur analogia. Nam & punctum a puncto, & momentum a momento quovis determinato certam distantiam habet, nisi coeunt, qua major, & minor haberi alia potest sine ullo limite. In quovis intervallo spatii imaginarii, ac temporis adest primum punctum, vel momentum, & ultimum, secundum vero, & penultimum habetur nullum: quovis enim assumpto pro secundo, vel penultimo, cum non coeat cum primo, vel ultimo, debet ab eo distare, & in eo intervallo alia itidem possibilia puncta vel momenta interjacent. Nec punctum continuæ lineæ, nec momentum continui temporis, pars est, sed limes & terminus. Linea continua, & tempus continuum generari intelligentur non repetitione puncti, vel momenti, sed ductu continuo, in quo intervalla alia aliorum sint partes, non ipsa puncta, vel momenta, quæ continuo ducuntur. Illud unicum erit

di-

discrimen, quod hic ductus in spatio fieri poterit, non in unica directione tantum per lineam, sed in infinitis per planum, quod concipietur ductu continuo in latus lineæ jam conceptæ, & iterum in infinitis per solidum, quod concipietur ductu continuo plani jam concepti, in tempore autem unicus ductus durationis habebitur, quod idcirco soli lineæ erit analogum, & dum spatii imaginarii extensio habetur triplex in longum, latum, & profundum, temporis habetur unica in longum, vel diuturnum tantummodo. In triplici tamen spatii, & unico temporis genere, punctum, ac momentum erit principium quoddam, a quo ductu illo suo hæc ipsa generata intelligentur.

Quodvis punctum materiæ habere integrum spatium, ac tempus imaginarium suum: quid sit compenetratio.

11. Illud jam hic diligenter notandum: non solum ubi duo puncta materiæ existunt, & aliquam distantiam habent, existere duos modos, qui relationis illius distantiæ fundamentum præbeant, & sint bina diversa puncta loci realia, quorum possibilitas a nobis concepta exhibeat bina puncta spatii imaginarii, adeoque infinitis numero possibilibus materiæ punctis respondere infinitos numero possibiles existendi modos, sed cuivis puncto materiæ respondere itidem infinitos possibiles existendi modos, qui sint omnia ipsius puncti possibilia loca. Hæc omnia satis sunt ad totum spatium imaginarium habendum, & quodvis materiæ punctum habet suum spatium imaginarium immobile, infinitum, continuum, quæ tamen omnia spatia pertinentia ad omnia puncta sibi invicem congruunt, & habentur pro unico. Nam si assumatur unum punctum reale loci ad unum materiæ punctum pertinens, & conferatur cum omnibus punctis realibus loci pertinentibus ad aliud punctum materiæ; est unum inter hæc posteriora, quod si cum illo priore coexistat, relationem inducet distantiæ nullius, quam compenetrationem appellamus. Unde patet punctorum, quæ existunt, distantiam nullam non esse nihil, sed relationem inductam a binis quibusdam existendi modis. Reliquorum quivis cum illo eodem priore induceret relationem aliam, quam dicimus cujusdam determinatæ distantiæ, & positionis. Porro illa loci puncta, quæ nullius distantiæ relationem inducunt, pro eodem accipimus, & quævis ex infinitis hujusmodi punctis ad infinita puncta materiæ pertinentibus pro eodem accipimus, ac ejusdem loci nomine intelligimus. Ea autem haberi debere pro quovis punctorum binario, sic patet. Si tertium punctum ubicunque collocetur, habebit aliquam distantiam, & positionem respectu primi. Summoto primo, poterit secundum collocari ita, ut habeat eandem illam distantiam, & positionem, respectu tertii, quam habebat primum. Igitur modus hic, quo existit, pro eodem habetur, ac modus, quo existebat illud primum, & si hi bini modi simul existerent, nullius distantiæ relationem inducerent inter primum, ac secundum: & hæc pariter, quæ hic de spatii punctis dicta sunt, æque temporis momentis conveniunt.

 12. An

Plura momenta ejusdem puncti non posse coexistere.

12. An autem possint simul existere, id vero pertinet ad relationem, quam habent puncta loci cum momentis temporis, sive spectetur unicum materiæ punctum, sive plura. Inprimis plura momenta ejusdem puncti materiæ coexistere non possunt, sed alia necessario post alia; sic itidem bina puncta localia ejusdem puncti materiæ conjungi non possunt, sed alia jacere debent extra alia, atque id ipsum ex eorum natura, &, ut ajunt, essentia.

Combinationes quatuor spatii, & temporis pro unico puncto materiæ, quatuor pro binis maxime notabiles: idea singularis spatii alterius alibi positi.

13. Deinde considerentur conjunctiones variæ punctorum loci, & momentorum. Quodvis punctum materiæ, si existit, conjungit aliquod punctum spatii cum aliquo momento temporis. Nam necessario alicubi existit, & aliquando existit; ac si solum etiam existat, semper suum habet, & localem, & temporarium existendi modum, per quod, si aliud quodpiam existat, quod suos itidem habebit modos, distantiæ & localis, & temporariæ relationem ad ipsum acquiret. Id saltem omnino accidet, si omnium, quæ existunt, vel existere possunt, commune est spatium, ut puncta localia unius, punctis localibus alterius perfecte congruant, singula singulis. Quid enim, si alia sint rerum genera, vel a nostris dissimilium, vel nostris etiam prorsus similium, quæ aliud, ut ita dicam, infinitum spatium habeant, quod a nostro itidem infinito non per intervallum quoddam finitum, vel infinitum distet, sed ita alienum sit, ita, ut ita dicam, alibi positum, ut nullum cum hoc nostro commercium habeat, nullam relationem distantiæ inducat. Atque id ipsum de tempore etiam dici posset extra omne nostrum æternum tempus collocato. At id menti, ipsum conanti concipere, vim summam infert, ac a cogitatione directa admitti vel nullo modo potest, vel saltem vix potest. Quamobrem iis rebus, vel rerum spatiis, & temporibus, quæ ad nos nihil pertinere possent, prorsus omissis, agamus de nostris hisce. Si igitur primo idem punctum materiæ conjungat idem punctum spatii, cum pluribus momentis temporis aliquo a se invicem intervallo disjunctis; habebitur regressus ad eundem locum. Si secundo id conjungat cum serie continua momentorum temporis continui; habebitur quies, quæ requirit tempus aliquod continuum cum eodem loci puncto, sine qua conjunctione habetur continuus motus, succedentibus sibi aliis, atque aliis loci punctis, pro aliis, atque aliis momentis temporis. Si tertio idem punctum materiæ conjungat idem momentum temporis cum pluribus punctis loci a se invicem distantibus aliquo intervallo; habebitur illa, quam dicimus replicationem. Si quarto id conjungat cum serie continua punctorum loci aliquo intervallo continuo contentorum, habebitur quædam quam plures Peripatetici admiserunt, virtualem appellantes extensionem, qua indivisibilis, & partibus omnino destituta materiæ particula spatium divisibile occuparet. Sunt aliæ quatuor combinationes, ubi plura materiæ puncta

cta considerentur. Nimirum quinto si conjungant idem momentum temporis cum pluribus punctis loci, in quo sita est coexistentia. Sexto si conjungant idem punctum spatii cum diversis momentis temporis, quod fieret in successivo appulsu diversorum punctorum materiæ ad eundem locum. Septimo si conjungant idem momentum temporis cum eodem puncto spatii, in quo sita esset compenetratio. Octavo si nec momentum ullum, nec punctum spatii commune habeant, quod haberetur, si nec coexisterent, nec ea loca occuparent, quæ ab aliis occupata fuissent aliquando.

14. Ex hisce octo casibus primo respondet tertius, secundo quartus, quinto sextus, septimo octavus. Tertium casum, nimirum replicationem, communiter censent naturaliter haberi non posse. Quartum censent multi habere animam rationalem, quam putant esse in spatio aliquo divisibili, ut plures Peripatetici in toto corpore, alii Philosophi in quadam cerebri parte, vel in aliquo nervorum succo ita, ut cum indivisibilis sit, tota sit in toto spatio, & tota in quavis spatii parte, quemadmodum eadem indivisibilis Divina Natura est tota in toto spatio, & tota in qualibet spatii parte, ubique necessario præsens, & omnibus creatarum rerum realibus locis coexistens, ac adstans. Eundem alii casum in materia admittunt, cujus particulas eodem pacto extendi putant, ut diximus; licet simplices sint, licet partibus expertes, non modo actu separatis, sed etiam distinctis, ac tantummodo separabilibus. Eam sententiam amplectendam esse non censeo idcirco, quod ubicunque materiam loca distincta occupantem sensu percipimus, separabilem etiam, ingenti saltem adhibita vi, videmus; sejunctis partibus, quæ distabant: nec vero alio ullo argumento excludimus a Natura replicationem, nisi quia nullam materiæ partem, quantum sensu percipere possumus, videmus, bina simul occupare loca. Virtualis illa extensio materiæ infinities ulterius progreditur ultra simplicem replicationem.

Relationes earum ad se invicem: quæ, & quomodo possibiles.

15. Si secundus casus quietis, & primus casus regressus ad eundem locum naturaliter haberi possent, esset is quidem defectus quidam analogiæ inter spatium, & tempus. At mihi videor probare illud posse, neutrum unquam in Natura contingere, adeoque naturaliter haberi non posse. Id autem evinco hoc argumento. Sit punctum materiæ quodam momento in quodam spatii puncto, & pro quovis alio momento ignorantes, ubi sit, quæramus, quanto probabilius sit, ipsum alibi esse, quam ibidem. Tanto erit probabilius illud, quam hoc, quanto plura sunt alia spatii puncta, quam illud unicum. Hæc in quavis linea sunt infinita, infinitus in quovis plano linearum numerus, infinitus in toto spatio planorum numerus. Quare numerus aliorum punctorum est infinitus tertii generis, adeoque illa probabilitas major infinities tertii generis infinitate, ubi de quovis alio determinato momento agitur. Agatur jam indefinite

Quietem, & regressum ad eundem locum in Natura esse in infinitum improbabiles, & inde ingens analogia.

finite

finite de omnibus momentis temporis infiniti, decreſcet prior probabilitas in ea ratione, qua momenta creſcunt, in quorum aliquo ſaltem poſſet ibidem eſſe punctum. Sunt autem momenta numero infinita infinitate ejuſdem generis, cujus puncta poſſibilia in linea infinita. Igitur adhuc agendo de omnibus momentis infiniti temporis indefinite, eſt infinities infinite improbabilius, quod punctum in eodem illo priore ſit loco, quam quod ſit alibi. Conſideretur jam non unicum punctum loci determinato unico momento occupatum, ſed quodvis punctum loci, quovis indefinite momento occupatum, & adhuc probabilitas regreſſus ad aliquod ex iis creſcet, ut creſcit horum loci punctorum numerus, qui infinito etiam tempore eſt infinitus ejuſdem ordinis, cujus eſt numerus linearum, in quovis plano. Quare improbabilitas caſus, quo determinatum quodpiam materiæ punctum redeat, quovis indefinite momento temporis, ad quodvis indefinite punctum loci, in quo alio quovis fuit momento temporis indefinite ſumpto, remanet infinita primi ordinis. Eadem autem pro omnibus materiæ punctis, quæ numero finita ſunt, decreſcit in ratione finita ejus numeri ad unitatem (quod ſecus accidit in communi ſententia, in qua punctorum materiæ numerus eſt infinitus ordinis tertii). Quare adhuc remanet infinita improbabilitas regreſſus puncti materiæ cujuſvis indefinite, ad punctum loci quodvis, occupatum quovis momento præcedenti indefinite, regreſſus inquam, habendi quovis indefinite momento ſequenti temporis, qui regreſſus idcirco ſine ullo erroris metu debet excludi, cum infinitam improbabilitatem in relativam quandam impoſſibilitatem migrare cenſendum ſit: quæ quidem Theoria communi ſententiæ applicari non poteſt. Quamobrem eo pacto, patet, in mea materiæ punctorum Theoria e Natura tolli & quietem, quam etiam ſupra excluſimus, & vero etiam regreſſum ad idem loci punctum, in quo ſemel ipſum punctum materiæ extitit: unde fit, ut omnes illi primi quatuor caſus excludantur ex Natura, & in iis accurata temporis, & ſpatii ſervetur analogia.

Nullum punctum materiæ advenire ad ullum punctum ſpatii, in quo aliquando fuerit aliud punctum quodvis. In ſola coexiſtentia reſpondente huic adventui lædi analogiam.

16. Quin imo ſi quæratur, an aliquod materiæ punctum occupare debeat quopiam momento punctum loci, quod alio momento aliquo aliud materiæ punctum occupavit; adhuc improbabilitas erit infinities infinita. Nam numerus punctorum materiæ exiſtentium eſt finitus, adeoque ſi pro regreſſu puncti cujusvis ad puncta loci a ſe occupata adhibeatur regreſſus ad puncta occupata a quovis alio, numerus caſuum creſcit in ratione unitatis ad numerum punctorum finitum utique, nimirum in ratione finita tantummodo. Hinc improbabilitas appulſus alicujus puncti materiæ indefinite ſumpti ad punctum ſpatii aliquando ab alio quovis puncto occupati adhuc eſt infinita, & ipſe appulſus habendus pro impoſſibili, quo quidem pacto excluditur & ſextus caſus, qui in eo ipſo ſitus erat regreſſu, & multo magis ſeptimus, qui binorum punctorum materiæ

riæ simultaneum appulsum continet ad idem aliquod loci punctum, sive compenetrationem. Octavus autem pro materia excluditur, cum tota simul creata perpetuo duret tota, adeoque semper idem momentum habeat commune. (*b*) Solus quintus casus, quo plura materiæ puncta idem momentum temporis cum diversis punctis loci conjungant, non modo possibilis est, sed etiam necessarius pro omnibus materiæ punctis, coexistentibus nimirum: fieri enim non potest, ut septimus, & octavus excludantur; nisi continuo ob id ipsum includatur quintus ille, ut consideranti patebit facile. Quamobrem in eo analogia deficit, quod possint plura materiæ puncta conjungere diversa puncta spatii cum eodem momento temporis, qui est hic casus quintus, non autem possit idem punctum spatii, cum pluribus momentis temporis, qui est casus tertius, quem defectum necessario inducit exclusio septimi, & octavi, quorum altero incluso, excludi posset hic quintus, ut si possent materiæ puncta, quæ simul creata sunt, nec pereunt, non coexistere, tum enim idem momentum cum diversis loci punctis nequaquam conjungeretur.

Qui casus sint possibiles per Divinam Omnipotentiam: usus superioris theorematis in Impenetrabilitate.

17. Ex illis 7 casibus videntur omnino saltem 6 per Divinam Omnipotentiam possibiles, dempta nimirum virtuali illa materiæ extensione, de qua dubium esse poterit, quia deberet simul existere numerus absolute infinitus punctorum illorum loci realium, quod impossibile est; si infinitum numero actu existens repugnat in modis ipsis. Quoniam autem possunt omnia existere alia post alia puncta loci in quavis linea constituta, in motu nimirum continuo, & possunt itidem momenta omnia temporis continui, alia itidem post alia in rei cujusvis duratione; ambigi poterit, an possint & omnia simul ipsa loci puncta, quam quæstionem definire non ausim. Illud unum moneo, sententiam hanc meam de spatii natura, & continuitate præcipuas omnes difficultates, quibus premuntur reliquæ, penitus

---

(b) *Hic casus nusquam itidem haberetur; si duratio non esset quid continenter permanens, sed loco ipsius admitteretur quædam existentia, ut ita dicam, saltitans, nimirum si quodvis materiæ punctum (& idem potest transferri ad quævis creata entia) existeret tantum in momentis indivisibilibus a se invicem remotis, in omnibus vero intermediis possibilibus omnino non existeret. Eo casu coexistentia esset infinite improbabilis eodem fere argumento, quo adventus unius puncti materiæ ad punctum spatii, in quo aliud quodvis punctum unquam fuerit. In eodem nullum haberetur reale continuum ne in motu quidem: diversæ celeritates multo melius explicarentur: multo magis pateret, quomodo vita insecti brevissima possit æquivalere vitæ cuivis longissimæ, per eundem nimirum numerum existentiarum inter extrema momenta. Verum & exclusio cujusvis coexistentiæ abriperet secum omnes prorsus influxus physicos immediatos, ac determinationes, & deberet haberi continua reproductio, immo creatio nova perpetua, & alia ejusmodi, quæ admitti non possunt, haberentur.*

tus evitare, & ad omnia, quæ huc pertinent, explicanda commodissimam esse. Tum illud addo, excluso appulsu puncti cujusvis materiæ ad punctum loci, ad quod punctum quodvis materiæ quovis momento appellit , & inde compenetratione, veram impenetrabilitatem materiæ necessario consequi , quod in decimo nobis libro (*k*) plurimum proderit. Nimirum nisi vires repulsivæ prohiberent; liberrime massa quævis per quamvis aliam massam permearet, sine ullo periculo occursus ullius puncti cum alio quovis, ubi haberetur apparens quædam compenetratio similis penetrationi luminis per crystalla, olei per ligna, & marmora, sine ulla reali compenetratione punctorum. In massis crassioribus, & minori celeritate præditis vires repulsivæ motum ulteriorem plerumque impediunt sine ullo impactu, & sensibilem etiam illam, ac apparentem compenetrationem excludunt: in tenuissimis, & celerrimis, ut in luminis radiis per homogeneas substantias, vel per alios radios propagatis, evitatur per celeritatem ipsam, actionum exigua inæqualitas, ex circumjacentium punctorum inæquali distantia orta, ac liberrimus habetur progressus in omnes plagas sine ullo occursus periculo, quod summam, & unicam difficultatem propagationis luminis per substantiam emissam, & progredientem, penitus amovet. Sed de his jam satis.

(k) *Stayanæ nimirum philosophiæ, in quo Auctor elegantissimus, & doctissimus hanc meam Philosophiam exponit. Hunc ejus theorematis fructum jam cepimus hic supra, ubi in ipso opere de impenetrabilitate egimus, & de apparenti compenetratione, quæ sine viribus mutuis haberetur a num.* 360.



§. II.

§. II.

De Spatio, & Tempore, ut a nobis cognoſcuntur.

18. Diximus in ſuperiore Supplemento de ſpatio, ac tempore, ut ſunt in ſe ipſis: ſupereſt, ut illud attingam, quod pertinet ad ipſa, ut cognoſcuntur. Nos nequaquam immediate cognoſcimus per ſenſus illos exiſtendi modos reales, nec diſcernere poſſumus alios ab aliis. Sentimus quidem a diſcrimine idearum, quæ per ſenſus excitantur in animo, relationem determinatam diſtantiæ, & poſitionis, quæ e binis quibuſque localibus exiſtendi modis exoritur, ſed eadem idea oriri poteſt ex innumeris modorum, ſive punctorum realium loci binariis, quæ inducant relationes æqualium diſtantiarum, & ſimilium poſitionum tam inter ſe, quam ad noſtra organa, & ad reliqua circumjacentia corpora. Nam bina materiæ puncta, quæ alicubi datam habent diſtantiam, & poſitionem inductam a binis quibuſdam exiſtendi modis, alibi poſſunt per alios binos exiſtendi modos habere relationem diſtantiæ æqualis, & poſitionis ſimilis, diſtantiis nimirum ipſis exiſtentibus parallelis. Si illa puncta, & nos, & omnia circumjacentia corpora mutent loca realia, ita tamen, ut omnes diſtantiæ æquales maneant, & prioribus parallelæ; nos eaſdem prorſus habebimus ideas, quin imo eaſdem ideas habebimus; ſi manentibus diſtantiarum magnitudinibus, directiones omnes in æquali angulo converterentur, adeoque æque ad ſe invicem inclinarentur, ac prius. Et ſi minuerentur etiam diſtantiæ illæ omnes, manentibus angulis, & manente illarum ratione ad ſe invicem, vires autem ex ea diſtantiarum mutatione non mutarentur, rite mutata virium ſcala illa, nimirum curva illa linea, per cujus ordinatas ipſæ vires exprimuntur; nullam nos in noſtris ideis mutationem haberemus.

Nos nec modos exiſtendi locales poſſe abſolute cognoſcere, nec abſolutas diſtantias, & magnitudines.

19. Hinc autem conſequitur illud, ſi totus hic Mundus nobis conſpicuus motu parallelo promoveatur in plagam quamvis, & ſimul in quovis angulo convertatur, nos illum motum, & converſionem ſentire non poſſe. Sic ſi cubiculi, in quo ſumus, & camporum, ac montium tractus omnis motu aliquo Telluris communi ad ſenſum ſimul convertatur; motum ejuſmodi ſentire non poſſumus: ideæ enim eædem ad ſenſum excitantur in animo. Fieri autem poſſet, ut totus itidem Mundus nobis conſpicuus in dies contraheretur, vel produceretur, ſcala virium tantundem contracta, vel producta: quod ſi fieret; nulla in animo noſtro idearum mutatio haberetur, adeoque nullus ejuſmodi mutationis ſenſus.

Motum communem nobis, & Mundo non poſſe a nobis cognoſci, nec ſi ipſe in quavis ratione augeatur, vel minuatur totus.

20. Ubi vel objecta externa, vel noſtra organa mutant illos ſuos exiſtendi modos ita, ut prior illa æqualitas, vel ſimili-

Mutata poſitione noſtra,

& omnium, quæ videmus, non mutari nostras ideas, & idcirco nos motum nec nobis adscribere, nec reliquis.

similitudo non maneat, tum vero mutantur ideæ, & mutationis habetur sensus, sed ideæ eædem omnino sunt, sive objecta externa mutationem subeant, sive nostra organa, sive utrumque inæqualiter. Semper ideæ nostræ differentiam novi status a priore referent, non absolutam mutationem, quæ sub sensus non cadit. Sic sive astra circa Terram moveantur, sive Terra motu contrario circa se ipsam nobiscum; eædem sunt ideæ, idem sensus. Mutationes absolutas nunquam sentire possumus, discrimen a priori forma sentimus. Cum autem nihil adest, quod nos de nostrorum organorum mutatione commoneat; tum vero nos ipsos pro immotis habemus communi præjudicio habendi pro nullis in se, quæ nulla sunt in nostra mente, cum non cognoscantur, & mutationem omnem objectis extra nos sitis tribuimus. Sic errat, qui in navi clausus se immotum censet, littora autem, & montes, ac ipsam undam moveri arbitratur.

Quomodo judicemus de æqualitate duorum, ex æqualitate cum tertio: nunquam haberi congruentiam in longitudine, ut nec in tempore, sed inferri a causis.

21. Illud autem notandum inprimis ex hoc principio immutabilitatis eorum, quorum mutationem per sensum non cognoscimus, oriri etiam methodum, quam adhibemus in comparandis intervallorum magnitudinibus inter se, ubi id, quod pro mensura assumimus, habemus pro immutabili. Utimur autem hoc principio, *quæ sunt æqualia eidem*, *sunt æqualia inter se*, ex quo deducitur hoc aliud, ad ipsum pertinens, *quæ sunt æque multipla*, *vel submultipla alterius*, *sunt itidem inter se æqualia*, & hoc alio, *quæ congruunt*, *æqualia sunt*. Assumimus ligneam, vel ferream decempedam, quam uni intervallo semel, vel centies applicatam si inveniamus congruentem, tum alteri intervallo applicatam itidem semel, vel centies itidem congruentem, illa intervalla æqualia dicimus. Porro illam ligneam, vel ferream decempedam habemus pro eodem comparationis termino post translationem. Si ea constaret ex materia prorsus continua, & solida, haberi posset pro eodem comparationis termino; at in mea punctorum a se invicem distantium sententia, omnia illius decempedæ puncta, dum transferuntur, perpetuo distantiam revera mutant. Distantia enim constituitur per illos reales existendi modos, qui mutantur perpetuo. Si mutentur ita, ut qui modi succedunt, fundent reales æqualium distantiarum relationes; terminus comparationis non erit idem, adhuc tamen æqualis erit, & æqualitas mensuratorum intervallorum rite colligetur. Longitudinem decempedæ in priore situ per illos priores reales modos constitutæ, cum longitudine in posteriore situ constituta per hosce posteriores, immediate inter se conferre nihilo magis possumus, quam illa ipsa intervalla, quæ mensurando conferimus. Sed quia nullam in translatione mutationem sentimus, quæ longitudinis relationem nobis ostendat, idcirco pro eadem habemus longitudinem ipsam. At ea revera semper in ipsa translatione non nihil mutabitur. Fieri posset, ut ingentem etiam mutationem aliquam subiret

& ipsa,

& ipsa, & nostri sensus, quam nos non sentiremus, & ad priorem restituta locum ad priori æqualem, vel similem statum rediret. Exigua tamen aliqua mutatio habetur omnino idcirco, quod vires, quæ illa materiæ puncta inter se nectunt, mutata positione ad omnia reliquarum Mundi partium puncta, non nihil immutantur. Idem autem & in communi sententia accidit. Nullum enim corpus spatiolis vacat interjectis, & omnis penitus compressionis, ac dilatationis est incapax, quæ quidem dilatatio, & compressio saltem exigua in omni translatione omnino habetur. Nos tamen mensuram illam pro eadem habemus, cum, ut monui, nullam mutationem sentiamus.

Conclusio: discrimen vulgi a Philosophis in judicando.

22. Ex his omnibus consequitur, nos absolutas distantias nec immediate cognoscere omnino posse, nec per terminum communem inter se comparare, sed æstimare magnitudines ab ideis, per quas eas cognoscimus, & mensuras habere pro communibus terminis, in quibus nullam mutationem factam esse vulgus censet. Philosophi autem mutationem quidem debent agnoscere, sed cum nullam violatæ notabili mutatione æqualitatis causam agnoscant, mutationem ipsam pro æqualiter facta habent.

Licet translata decempeda, mutentur modi, qui intervalli relationem constituunt; tamen intervalla æqualia haberi pro eodem ex causis.

23. Porro licet, ubi puncta materiæ locum mutant, ut in decempeda translata, mutetur revera distantia, mutatis iis modis realibus, quæ ipsam constituunt; tamen si mutatio ita fiat, ut posterior illa distantia æqualis prorsus priori sit, ipsam appellabimus eandem, & nihil mutatam ita, ut eorundem terminorum æquales distantiæ dicantur distantia eadem, & magnitudo dicatur eadem, quæ per eas æquales distantias definitur, ut itidem ejusdem directionis nomine intelligantur binæ etiam directiones parallelæ; nec mutari distantiam, vel directionem dicemus in sequentibus, nisi distantiæ magnitudo, vel parallelismus mutetur.

Eadem ad tempus transferenda, sed in eo etiam vulgo notum esse, intervallum temporarium non posse transferri idem pro comparatione duorum: errari ab eo circa spatium.

24. Quæ de spatii mensura diximus, haud difficulter ad tempus transferentur, in quo itidem nullam habemus certam, & constantem mensuram. Desumimus a motu illam, quam possumus, sed nullum habemus motum prorsus æquabilem. Multa, quæ huc pertinent, & quæ ad idearum ipsarum naturam, & successionem spectant, diximus in notis. Unum hic addo, in mensura temporis, ne vulgus quidem censere ab uno tempore ad aliud tempus eandem temporis mensuram transferri. Videt aliam esse, sed æqualem supponit ob motum suppositum æqualem. In mensura locali æque in mea sententia, ac in mensura temporaria impossibile est certam longitudinem, ut certam durationem e sua sede abducere in alterius sedem, ut binorum comparatio habeatur per tertium. Utrobique alia longitudo, ut alia duratio substituitur, quæ priori illi æqualis censetur, nimirum nova realia punctorum ejusdem decempedæ loca novam distantiam constituentia, ut

novus ejusdem styli circuitus, sive nova temporaria distantia inter bina initia, & binos fines. In mea Theoria eadem prorsus utrobique habetur analogia spatii, & temporis. Vulgus tantummodo in mensura locali eundem haberi putat comparationis terminum: Philosophi ceteri fere omnes eundem saltem haberi posse per mensuram perfecte solidam, & continuam, in tempore tantummodo æqualem: ego vero utrobique æqualem tantum agnosco, nusquam eandem.



§. III.

Solutio analytica Problematis determinantis naturam Legis Virium. (*a*)

25. Ut hasce conditiones impleamus, formulam inveniemus algebraicam, quæ ipsam continebit legem nostram, sed hic elementa communia vulgaris Cartesianæ algebræ supponemus ut nota, sine quibus res omnino confici nequaquam potest. Dicatur autem ordinata y, abscissa x, ac ponatur $xx = z$. Capiantur omnium AE, AG, AI &c valores cum signo negativo, & summa quadratorum omnium ejusmodi valorum dicatur a, summa productorum e binis quibusque quadratis b, summa productorum e ternis c, & ita porro; productum autem ex omnibus dicatur f. Numerus eorundem valorum dicatur m. His positis ponatur $z^m + az^{m-1} + bz^{m-2} + cz^{m-3}$ &c..... $+ f = P$. Si ponatur $P = o$, patet æquationis ejus omnes radices fore reales, & positivas, nimirum sola illa quadrata quantitatum AE, AG, AI &c, qui erunt valores ipsius z; adeoque cum ob $xx = z$, sit $x = \pm \sqrt{z}$, patet, valores x fore tam AE, AG, AI positivas, quam AE', AG' &c negativas.

Denominatio, ac præparatio.

Fig. 1.

26. Deinde sumatur quæcunque quantitas data per z, & constantes quomodocunque, dummodo non habeat ullum divisorem communem cum P, ne evanescente z, eadem evanescat, ac facta x infinitesima ordinis primi, evadat infinitesima ordinis ejusdem, vel inferioris, ut erit quæcunque formula $z^r + gz^{r-1} + hz^{r-2}$ &c $+ l$, quæ posita $= o$ habeat radices quotcunque imaginarias, & quotcunque, & quascunque reales, (dummodo earum nulla sit ex iis AE, AG, AI &c, sive positiva, sive negativa) si deinde tota multiplicetur per z. Ea dicatur Q.

Assumptio cujusdam valoris ad rem idonei.

27. Si jam fiat $P - Qf = o$; dico, hanc æquationem satisfacere reliquis omnibus hujus curvæ conditionibus, & rite determinato valore Q, posse infinitis modis satisfieri etiam postremæ conditioni expositæ sexto loco.

Formula continens æquationem quæsitam.

28.

(d) *Hæc solutio excerpta est ex dissertatione* De Lege Virium in Natura existentium. *Accedit iis, quæ inde sunt eruta, scholium 3 primo adjectum in ha editione Veneta prima. Ipsum problema hic solvendum habetur in ipso hoc Opere parte* 1 *num.* 117, *ac ejus conditiones num.* 118.

Æquationem fore simplicem non resolubilem in plures.

28. Nam inprimis, quoniam valores P, & Q positi $= o$ nullam habent radicem communem, nullum habebunt divisorem communem. Hinc hæc æquatio non potest per divisionem reduci ad binas, adeoque non est composita ex binis æquationibus, sed simplex, & proinde simplicem quandam curvam continuam exhibet, quæ ex aliis non componitur. Quod erat primum.

Exhibituram datum numerum intersectionum curvæ, in datis punctis.

29. Deinde curva hujusmodi secabit axem C'AC in iis omnibus, & solis punctis, E, G, I &c E', G', &c. Nam ea secabit axem C'AC solum in iis punctis, in quibus $y = o$, & secabit in omnibus. Porro ubi fuerit $y = o$, erit & $Qy = o$, adeoque ob $P - Qy = o$; erit $P = o$. Id autem continget solum in iis punctis, in quibus z fuerit una e radicibus æquationis $P = o$, nimirum, ut supra vidimus, in punctis E, G, I, vel E', G', &c. Quare solum in his punctis evanescet y, & curva axem secabit. Secaturam autem in his omnibus patet ex eo, quod in his omnibus punctis erit $P = o$. Quare erit etiam $Qy = o$. Non erit autem $Q = o$; cum nulla sit radix communis æquationum $P = o$, & $Q = o$. Quare erit $y = o$, & curva axem secabit. Quod erat secundum.

Singulas ordinatas responsuras singulis abscissis.

30. Præterea cum sit $P - Qx = o$, erit $y = \frac{P}{Q}$; determinata autem utcunque abscissa x, habebitur determinata quædam z, adeoque & P, Q erunt unicæ, & determinatæ. Erit igitur etiam y unica, & determinata; ac proinde respondebunt singulis abscissis z singulæ tantum ordinatæ y. Quod erat tertium.

Abscissis hinc inde æqualibus responsuras æquales ordinatas

31. Rursus sive x assumatur positiva, sive negativa, dummodo ejusdem longitudinis sit, semper valor $z = xx$ erit idem; ac proinde valores tam P, quam Q erunt semper iidem. Quare semper eadem y. Sumptis igitur abscissis z æqualibus hinc, & inde ab A, altera positiva, altera negativa, respondebunt ordinatæ æquales. Quod erat quartum.

Primum arcum fore crus asymptoticum cum area infinita.

32. Si autem x minuatur in infinitum, sive ea positiva sit, sive negativa; semper z minuetur in infinitum, & evadet infinitesima ordinis secundi. Quare in valore P decrescent in infinitum omnes termini præter y, quia omnes præter eum multiplicantur per z, adeoque valor P erit adhuc finitus. Valor autem Q, qui habet formulam ductam in z totam, minuetur in infinitum, eritque infinitesimus ordinis secundi. Igitur $\frac{P}{Q} = y$ augebitur in infinitum ita, ut evadat infinita ordinis secundi. Quare curva habebit pro asymptoto rectam AB, & area BAED excrescet in infinitum, & si ordinatæ y positivæ assumantur ad partes AB, & exprimant vires repulsivas, arcus asymptoticus ED jacebit ad partes ipsas AB. Quod erat quintum.

33. Pa-

Post eas conditiones remanere indeterminationem parem cuicunque accessui ad quasvis curvas in punctis datis quibusvis.

33. Patet igitur, utcunque assumpto Q cum datis conditionibus, satisfieri primis quinque conditionibus curvæ. Jam vero potest valor Q variari infinitis modis ita, ut adhuc impleat semper conditiones, cum quibus assumptus est. Ac proinde arcus curvæ intercepti intersectionibus poterunt infinitis modis variari ita, ut primæ quinque ipsius curvæ conditiones impleantur; unde fit, ut possint etiam variari ita, ut sextam conditionem impleant.

Quid requiratur, ut transeat per quævis earum puncta.

34. Si enim dentur quotcunque, & quicunque arcus, quarumcunque curvarum, modo sint ejusmodi, ut ab asymptoto AB perpetuo recedant, adeoque nulla recta ipsi asymptoto parallela eos arcus secet in pluribus, quam in unico puncto, & in iis assumantur puncta quotcunque, utcunque inter se proxima; poterit admodum facile assumi valor P ita, ut curva per omnia ejusmodi puncta transeat, & idem poterit infinitis modis variari ita, ut adhuc semper curva transeat per eadem illa puncta.

Quomodo id præstandum.

35. Sit enim numerus punctorum assumptorum quicunque $= r$, & a singulis ejusmodi punctis demittantur rectæ parallelæ AB usque ad axem C'AC, quæ debent esse ordinatæ curvæ quæsitæ, & singulæ abscissæ ab A usque ad ejusmodi ordinatas dicantur M1, M2, M3 &c, singulæ autem ordinatæ N'1, N'2, N'3 &c. Assumatur autem quædam quantitas $Az^{r} + Bz^{r-1} + Cz^{r-2} \dots + Gz$, quæ ponatur $= R$. Tum alia assumatur quantitas T ejusmodi, ut evanescente z evanescat quivis ejus terminus, & ut nullus sit divisor communis valoris P, & valoris $R + T$, quod facile fiet, cum innotescant omnes divisores quantitatis P. Ponatur autem $Q = R + T$, & jam æquatio ad curvam erit $P - Ry - Ty = o$. Ponantur in hac æquatione successive M1, M2, M3 &c pro x, & N1, N2, N3 &c. pro y. Habebuntur æquationes numero r, quæ singulæ continebunt valores A, B, C, ... G, unius tantum dimensionis singulos, numero pariter r, & præterea datos valores M1, M2, M3 &c, N1, N2, N3 &c; ac valores arbitrarios, qui in T sunt coefficientes ipsius z.

Progressus ulterior.

36. Per illas æquationes numero r admodum facile determinabuntur illi valores A, B, C .... G, qui sunt pariter numero r, assumendo in prima æquatione, juxta methodos notissimas, & elementares valorem A, & eum substituendo in æquationibus omnibus sequentibus, quo pacto habebuntur æquationes $r - 1$. Hæ autem ejecto valore B reducentur ad $r - 2$, & ita porro, donec ad unicam ventum fuerit, in qua determinato valore Q, per ipsum ordine retrogrado determinabuntur valores omnes præcedentes; singuli in singulis æquationibus.

Conclusio,

37. Determinatis hoc pacto valoribus A, B, C .... G in

& cohærentia cum omnibus præcedentibus conditionibus. in æquatione $P - Ry - Ty = o$, sive $P - Qy = o$, patet positis successive pro x valoribus M1, M2, M3 &c, debere valores ordinatæ y esse successive N1, N2, N3 &c; ac proinde debere curvam transire per data illa puncta in datis illis curvis: & tamen valor Q adhuc habebit omnes conditiones præcedentes. Nam imminuta z ultra quoscunque limites, minuentur singuli ejus termini ultra quoscunque limites, cum minuantur termini singuli valoris T, qui ita assumpti sunt, & minuantur pariter termini valoris R, qui omnes sunt ducti in z, & præterea nullus erit communis divisor quantitatum P, & Q, cum nullus sit quantitatum P, & $R + T$.

Inde contactus, oscula, accessus quivis. 38. Porro si bina proxima ex punctis assumptis in arcubus curvarum ad eandem axis partem concipiantur accedere ad se invicem ultra quoscumque limites, & tandem congruere, factis nimirum binis M æqualibus, & pariter æqualibus binis N; jam curva quæsita ibidem tanget arcum curvæ datæ: & si tria ejusmodi puncta congruant, eam osculabitur: quin immo illud præstari poterit, ut coeant quot libuerit puncta, ubi libuerit, & habeantur oscula ordinis cujus libuerit, & ut libuerit sibi invicem proxima, arcu curvæ datæ accedente, ut libuerit, & in quibus libuerit distantiis ad arcus, quos libuerit curvarum, quarum libuerit, & tamen ipsa curva servante omnes illas sex conditiones requisitas ad exponendam legem illam virium repulsivarum, ac attractivarum, & datos limites.

Adhuc indeterminatio relicta pro infinitis modis. 39. Cum vero adhuc infinitis modis variari possit valor T; infinitis modis idem præstari poterit: ac proinde infinitis modis inveniri poterit curva simplex datis conditionibus satisfaciens. Q. E. F.

Posse & axem contingere, osculari &c. 40. *Coroll.* 1. Curva poterit contingere axem C'AC in quot libuerit punctis, & contingere simul, ac secare in iisdem, ac proinde eum osculari quocunque osculi genere. Nam si binæ quævis e distantiis limitum fiant æquales; curva continget rectam C'A, evanescente arcu inter binos limites; ut si punctum I abiret in L, evanescente arcu IKL; haberetur contactus in L, repulsio per arcum HI perpetuo decresceret, & in ipso contactu IL evanesceret, tum non transiret in attractionem, sed iterum cresceret repulsio ipsa per arcum LM. Idem autem accideret attractioni, si coeuntibus punctis LN, evanesceret arcus repulsivus LMN.

Posse contingere simul, & secare. 41. Si autem tria puncta coirent, ut LNP; curva contingeret simul axem C'AC, & ab eodem simul secaretur, ac proinde haberet in eodem puncto contactus flexum contrarium. Haberetur autem ibidem transitus ab attractione ad repulsionem, vel vice versa, adeoque verus limes.

Quid congruentia intersectionum plurium. 42. Eodem pacto possunt congruere puncta quatuor, quinque, quotcunque: & si congruat numerus punctorum par; habebitur contactus: si impar; contactus simul, & sectio. Sed quo plura puncta coibunt; eo magis curva accedet ad

axem

axem C'A C in ipso limite, eumque osculabitur osculo arctiore.

43. *Coroll.* 2. In iis limitibus, in quibus curva secat axem C'A C, potest ipsa curva secare eundem in quibuscunque angulis ita tamen, ut angulus, quem efficit ad partes A arcus curvæ in perpetuo recessu ab asymptoto appellens ad axem C'A C non sit major recto, & ibidem potest aut axem, aut rectam axi perpendicularem contingere, aut osculari, quocunque contactus, aut osculi genere, nimirum habendo in utrolibet casu radium osculi magnitudinis cujuscunque, & vel utcunque evanescentem, vel utcunque abeuntem in infinitum. Posse axem secari in quibuscunque angulis, & a quavis magnitudine arcuum.

44. Nam pro illis punctis datis in arcubus curvarum quarumcunque, quas curva inventa potest vel contingere, vel osculari quocunque osculi genere, ex quibus definitus est valor R, possunt assumi arcus curvarum quarumcunque secantium axem C'A C, in angulis quibuscunque: solum quoniam semper arcus curvæ, ut *t* N *y* debet ab asymptoto recedere, non poterit punctum ullum *t* præcedens limitem N jacere ultra rectam axi perpendicularem erectam ex N, vel punctum *y* sequens ipsum N jacere citra; ac proinde non poterit angulus A N *t*, quem efficit ad partes A arcus *t* N in perpetuo recessu ab asymptoto appellens ad axem C'A C, esse major recto. Demonstratio: limitatio necessaria.

45. Possunt autem arcus curvarum assumptarum in iisdem punctis aut axem, aut rectam axi perpendicularem contingere, aut osculari, quocunque contactus, aut osculi genere, ut nimirum sit radius osculi magnitudinis cujuscunque, & vel utcunque evanescens, vel utcunque abiens in infinitum. Quare idem accidere poterit, ut innuimus, & arcui curvæ inventæ, quæ ad eos arcus potest accedere, quantum libuerit, & eos contingere, vel osculari quocunque osculi genere in iis ipsis punctis. Quid possint arcus curvarum assumptarum: omnia posse & inventam.

46. Solum si curva inventa tetigerit in ipso limite rectam axi C'A C perpendicularem, debebit simul ibidem eandem secare; cum debeat semper recedere ab asymptoto, adeoque debebit ibidem habere flexum contrarium. Conditio necessaria, ex hujus curvæ natura.

47. *Scholium* 1. Corollarium 1 est casus particularis hujus corollarii secundi, ut patet: sed libuit ipsum seorsum diversa methodo, & faciliore prius eruere. Corol 1 includi in corol. 2.

48. *Coroll.* 3. Arcus curvæ etiam extra limites potest habere tangentem in quovis angulo inclinatam ad axem, vel ei parallelam, vel perpendicularem cum iisdem contactuum, & osculorum conditionibus, quæ habentur in corollario 2. Quid ubivis etiam extra limites.

49. Demonstratio est prorsus eadem: nam arcus curvarum dati, ad quos arcus curvæ inventæ potest accedere ubicunque, quantum libuerit, possunt habere ejusmodi conditiones. Demonstratio eadem.

50. *Coroll.* 5. Mutata abscissa per quodcunque intervallum datum, potest ordinata mutari per aliud quodcunque datum utcunque minus, vel majus ipsa mutatione abscissæ, & ut- Mutationem abscissæ posse habere ad mutationem ordi-

natæ relationem quancunque. cunque majus quantitate quacunque data; ac si differentia abscissæ sit infinitesima, & dicatur ordinis primi; poterit differentia ordinatæ esse ordinis cujuscunque, vel utcunque inferioris, vel intermedii, inter quantitates finitas, & quantitates ordinis primi.

Demonstratur pro ratione finita. 51. Patet primum ex eo, quod, ubi determinatur valor R, potest curva transire per quotcunque, & quæcunque puncta, adeoque per puncta, ex quibus ductæ ordinatæ sint utcunque inter se proximæ, & utcunque inæquales.

Itidem pro quovis infinitesimorum ordine. 52. Patet secundum: quia in curvis, ad quas accedit arcus curvæ inventæ, vel quas osculatur quocunque osculi genere, potest differentia abscissæ ad differentiam ordinatæ esse pro diversa curvarum natura in datis earum punctis in quavis ratione, quantitatis infinitesimæ ordinis cujuscunque ad infinitesimam cujuscunque alterius.

Relationem ejusmodi pendere a positione tangentis. 53. *Scholium* 2. Illud notandum, ubicunque fuerit tangens curvæ inventæ inclinata in angulo finito ad axem, fore differentiam abscissæ ejusdem ordinis, ac est differentia ordinatæ: ubi tangens fuerit parallela axi, fore differentiam ordinatæ ordinis inferioris, quam sit differentia abscissæ, & vice versa, ubi tangens fuerit perpendicularis axi.

Quid, ubi abscissa terminetur in limite. 54. Præterea notandum: si abscissa fuerit ipsa distantia limitis, quæ vel augeatur, vel minuatur utcunque; differentia ordinatæ erit ipsa ordinata integra: cum nimirum in limite ordinata sit nihilo æqualis.

Posse arcus utcunque recedere ab axe. 55. *Coroll.* 5. Arcus repulsionum, vel attractionum intercepti binis limitibus quibuscunque, possunt recedere ab axe, quantum libuerit, adeoque fieri potest, ut alii propiores asymptoto recedant minus, quam alii remotiores, vel ut quodam ordine eo minus recedant ab axe, quo sunt remotiores ab asymptoto, vel ut post aliquot arcus minus recedentes aliquis arcus longissime recedat.

Demonstratio. 56. Omnia manifesto consequuntur ex eo, quod curva possit transire per quævis data puncta.

Posse haberi postremum crus asymptoticum, & alia crura asymptotica. 57. *Coroll.* 6. Potest curva ipsum axem C'AC habere pro asymptoto ad partes C', & C ita, ut arcus asymptoticus sit vel repulsivus, vel attractivus; & potest arcus quivis binis limitibus quibuscunque interceptus abire in infinitum, ac habere pro asymptoto rectam axi perpendicularem, utcunque proximam utrilibet limiti, vel ab eo remotam.

Ratio præstandi primum. 58. Nam si concipiatur, binos postremos limites coire, abeuntibus binis intersectionibus in contactum, tum concipiatur, ipsam distantiam contactus excrescere in infinitum; jam axis æquivalet rectæ curvam tangenti in puncto infinite remoto, adeoque evadit asymptotus: & si arcus evanescens inter postremos duos limites coeuntes fuerit arcus repulsionis; postremus arcus asymptoticus erit arcus attractionis. Contra vero, si arcus evanescens fuerit arcus attractionis.

59. Eo-

59. Eodem pacto si concipiatur, quamvis ordinatam respondentem puncto cuilibet, per quod debet transire curva, abire in infinitum; jam arcus curvæ abibit in infinitum, & erit ejus asymptotus in illa ipsa ordinata in infinitum excrescens.

Ratio præstandi & reliquum.

60. *Scholium 3*. Ope formulæ exhibentis curvam propositam habetur lex virium expressa per functionem quandam distantiæ constantem plurimis terminis, immo per æquationem commiscentem abscissam, & ordinatam, ac utriusque potentias inter se, & cum rectis datis, non per solam ipsius distantiæ potentiam. Sunt, qui censeant expressionem per solam potentiam debere præferri expressioni per functionem aliam, quia hæc sit simplicior, quam illa, & quia in illa præter distantias debeant haberi aliquæ aliæ parametri, quæ non sint solæ distantiæ; dum in formula $\frac{1}{x^m}$ exprimente x distantias, distantiæ solæ rem conficiant, videatur autem vis debere pendere a solis distantiis, potissimum si sit quædam essentialis proprietas materiæ: præterea addunt, nullam fore rationem sufficientem, cur una potius, quam alia parameter expressionem virium deberet ingredi, si parametri sint admiscendæ.

Legem virium hic exhiberi per functionem distantiæ, alios multos censere præferendam unicam potentiam: cur id.

61. Hæc agitata sunt potissimum ante hos aliquot annos in Academia Parisiensi, cum censeretur, motum Apogei Lunaris observatum non cohærere cum gravitate decrescente in ratione reciproca duplicata distantiarum, & ad ipsum exhibendum adhiberetur gravitas expressa per binomium $\frac{a}{x^3} + \frac{b}{x^2}$, cujus pars prior in magnis, pars posterior in exiguis distantiis respectu sociæ partis evanesceret ad sensum, sed illa prior in distantia Lunæ a Terra adhuc turbaret hanc posteriorem, quantum satis erat ad eam præstandam rem. Atque eam ipsam binomii expressionem adhibuerant jam plures Physici ad deducendam simul ex eadem formula gravitatem, & majores minimarum particularum attractiones, ac multo validiorem cohæsionem, ut innuimus num. 121: atque hæ difficultates in Parisiensi Encyclopedia inculcantur ad vocem *Attractio*, Tomo 1 tum edito.

Qua occasione hæc quæstio fuerit agitata in Parisiensi Academia.

62. Paullo post, correctis calculis innotuit, motum Apogei lunaris ea composita formula non indigere: at rationes contra id propositæ, quæ multo magis contra meam virium legem pugnarent, meo quidem judicio nullam habent vim. Nam in primis quod ad simplicitatem pertinet, hic habent locum ea omnia, quæ dicta sunt in ipso opere num. 116 de simplicitate curvarum. Formula exprimens solam potentiam quandam distantiæ designatæ per abscissam exprimit ordinatam ad locum geometricum pertinentem ad familiam, quam exhibet

Occasionem substituendi tum functionem cessasse, sed rationes contra allatas nullam habere vim: curvas omnes uniformis naturæ esse in se æque simplices.

 y=

$y = x^m$, qui quidem locus est Parabola quædam; si m sit numerus positivus, nec sit unitas: recta; si fit unitas, vel zero: quædam Hyperbola; si fit numerus negativus: formula autem continens functionem aliam quamvis exprimit ordinatam ad aliam curvam, quæ erit continua, & simplex, si illa formula per divisionem non possit discerpi in alias plures. Omnes autem ejusmodi curvæ sunt æque simplices in se, & aliæ aliis sunt magis affines, aliæ minus. Nobis hominibus recta est omnium simplicissima, cum ejus naturam intueamur, & evidentissime perspiciamus, ad quam idcirco reducimus alias curvas, & prout sunt ipsi magis, vel minus affines, habemus eas pro simplicioribus, vel magis compositis; cum tamen in se æque simplices sint omnes illæ, quæ ductum uniformem *habent*, & naturam ubique constantem.

Esse æque simplicem relationem ordinatarum ad abscissas: terminorum multitudinem pro ea exprimenda oriri a nostro cognoscendi modo.

63. Hinc ipsa ordinata ad quamvis naturæ uniformis curvam est quidam terminus simplicissimæ relationis cujusdam, quam habet ordinata ad abscissam, cui termino impositum est generale nomen functionis continens sub se omnia functionum genera, ut etiam quamcunque solam potentiam, & si haberemus nomina ad ejusmodi functiones denominandas singillatim; haberet nomen suum quævis ex ipsis, ut habet quadratum, cubus, potestas quævis. Si omnia curvarum genera, omnes ejusmodi relationes nostra mens intueretur immediate in se ipsis; nulla indigeremus terminorum farragine, nec multitudine signorum ad cognoscendam, & enuntiandam ejusmodi functionem, vel ejus relationem ad abscissam.

Origo ejus modi ab intuitione, quam habemus nos homines naturæ solius rectæ, ad quam omnes curvas referimus.

64. Verum nos, quibus uti monui recta linea est omnium locorum geometricorum simplicissima, omnia referimus ad rectam, & idcirco etiam ad ea, quæ oriuntur ex recta, ut est quadratum, quod fit ducendo perpendiculariter rectam super aliam rectam æqualem, & cubus, qui fit ducendo quadratum eodem pacto per aliam rectam primæ radici æqualem, quibus & sua signa dedimus ope exponentium, & universalizando exponentes efformavimus nobis ideas jam non geometricas superiorum potentiarum, nec integrarum tantummodo, & positivarum, sed etiam fractionariarum, & negativarum: & vero etiam, abstrahendo semper magis, irrationalium. Ad hasce potentias, & ad producta, quæ simili ductu concipiuntur genita, reducimus cæteras functiones omnes per relationem, quam habent ad ejusmodi potentias, & producta earum cum rectis datis, ac ad eam reductionem, sive ad expressionem illarum functionum per hasce potentias, & per hæc producta, indigemus terminis jam paucioribus, jam pluribus, & quandoque etiam, ut in functionibus transcendentalibus, serie terminorum infinita, quæ ad valorem, vel naturam functionis propositæ accedat semper magis, utut in hisce casibus eam nunquam accura-

curate attingat: habemus autem pro magis, vel minus compositis eas, quæ pluribus, vel paucioribus terminis indigent sive quæ ad solas potentias relationem habent propiorem.

65. At si aliud mentium genus aliam curvam ita intime cognosceret, ut nos rectam; haberet pro maxime simplici solam ejus functionem, & ad exprimendum quadratum, vel aliam potentiam, contemplaretur illam eandem relationem, sed inverse assumptam ita, ut incipiendo a functione ipsa per eam, & per similes ejus functiones, ac functionum citeriorum functiones ulteriores, addendo, ac subtrahendo deveniret demum ad quæsitam. Relatio potentiæ ad functionem, & nexus mutuus compositionem habet, & multitudinem terminorum inducit: uterque relationis terminus est in se æque simplex.

Aliud mentium genus ad exprimendam relationem potentiæ necessario adhibiturum æqualem, vel majorem farraginem.

66. Quod pertinet ad parametros, quas dicitur includere functio, non autem potentia distantiæ, non est verum id ipsum, quod potentia parametros non includat. Formula $\frac{1}{x^m}$ includit unitatem ipsam, quæ non est aliquid in se determinatum, sed potest exprimere magnitudinem quamcunque. Et quidem ea species includit omnes species Hyperbolarum, ac definito exponente m, exprimit unicam quidem earum speciem, sed quæ continet infinitas numero individuas Hyperbolas, quarum quælibet suam parametrum diversam habet pro diversitate unitatis assumptæ. Potest quidem quævis ex iis Hyperbolis ad arbitrium assumi ad exprimendam vim decrescentem in ea ratione reciproca; sed adhuc in ipsa expressione includitur quædam parameter, quæ determinet certam vim a certa ordinata exprimendam, sive certam vim certæ distantiæ respondentem, qua semel determinata remanent determinatæ reliquæ omnes, sed ipsa infinitis modis determinari potest, stante expressione facta per ordinatas ejusdem curvæ, sive per eandem potentiæ formulam. Ejusmodi primus nexus a sola distantia utique non pendet.

Sola etiam potentiæ expressione includi etiam apud nos homines parametros plures: parameter in unitate arbitraria, & affixione certæ vis ad certam distantiam.

67. Accedit autem alia quasi parameter in exponente potentiæ: illius numeri m determinatio utique non pendet a distantia, nec distantiam aliquam exprimit.

Parameter in exponente potentiæ.

68. Sed nec illud video, cur etiam si dicatur vis esse proprietas quædam materiæ essentialis, ea debeat necessario pendere a solis distantiis. Si esset quædam virtus, quæ a materiæ puncto quovis egressa progrederetur motu uniformi, & rectilineo ad omnes circum distantias: tum quidem diffusio ejus virtutis per orbes majores æque crassos fieret in ratione reciproca duplicata distantiarum, & a distantiis solis penderet; quanquam ne tum quidem ab iis penitus solis, sed ab iis, & exponente secundæ potentiæ, ac primo nexu cum arbitraria uni-

Non esse, cur vis debeat pendere a sola distantia etiam, si vis sit essentialis proprietas materiæ.

unitate. At cum nulla ejusmodi virtus debeat progredi, & in progressu ipso ita attenuari; nihil est, cur determinatio ad accessum debeat pendere a solis distantiis, ac proinde solæ distantiæ ingredi formulam functionis exprimentis vim.

Etiam si vis debeat pendere a solis distantiis, ordinatas quoque in se, data curva, pendere a solis abscissis.

69. Verum admisso etiam, quod necessario vis debeat pendere a solis distantiis, nihil habetur contra expressionem factam per functionem quandam. Nam ipsa functio per se immediate pendet a distantia, & est ordinata quædam ad curvam quandam certæ naturæ, respondens abscissæ datæ cuilibet sua. Parametri inducuntur ex eo, quod illius relationem ad abscissam exprimere debeamus per potentias abscissæ, & potentiarum producta cum aliis rectis; sed in se, uti supra diximus, ejusdem est naturæ & illa functio, ac potentia quævis, & illa, ut hæc, ordinatam immediate simplicem exhibet respondentem abscissæ ad curvam quandam uniformis, & in se simplicis curvæ.

Parametros ipsas esse distantias: eas functionem esse ingressas, quod in datis distantiis debuerit haberi vis data, vel nulla.

70. Præterea ipsæ illæ parametri, quæ formulam functionis ingrediuntur, possunt esse certæ quædam distantiæ, & assumi debere ad hoc, ut illis datis distantiis illæ datæ, & non aliæ vires respondeant. Sic ubi quæsita est formula, quæ exprimeret æquationem ad curvam quæsitam, assumpsimus quasdam distantias, in quibus curva secaret axem, nimirum in quibus, evanescente vi haberentur limites, & earum distantiarum valores ingressi sunt formulam inventam, ut quædam parametri. Possunt igitur ipsæ parametri esse distantiæ quædam; ac proinde posito, quod omnino debeat vis exprimi per solas distantias, potest adhuc exprimi per functionem continentem quotcunque parametros, & non exprimetur necessario per solam aliquam potentiam.

Argumentum contrarium a defectu rationis sufficientis.

71. Reliquum est, ut dicamus aliquid de Ratione Sufficienti, quæ dicitur parametros excludere, cum non sit ratio, cur aliæ præ aliis parametri seligantur.

Si vis sit essentialis materiæ; rationem talium parametrorum esse ejus naturam: cur hoc genus materiæ existat, rationem esse arbitrium Creatoris: idem, si ea non sit essentialis.

72. Inprimis si vis est in ipsa natura materiæ; nulla ratio ulterior requiri potest præter eam ipsam naturam, quæ determinet hanc potius, quam aliam vim pro hac potius, quam pro illa distantia, adeoque hanc potius, quam aliam parametrum. Quæri ad summum poterit, cur elegerit Naturæ Auctor eam potissimum materiam, quæ eam legem virium haberet essentialem, quam aliam: ubi ego quidem, qui summam in Auctore Naturæ libertatem agnosco, censeo, ut in aliis omnibus, nihil aliud requiri pro ratione sufficienti electionis, quam ipsam liberam determinationem Divinæ voluntatis, a cujus arbitrio pendeat tum, quod hanc potius, quam aliam eligat rem, quam condat, tum quod ea re hanc in se naturam habente, ubi jam condita fuerit, utatur ad hoc potius, quam ad illud ex tam multis, ad quæ natura quævis a tanti Artificis manu adhibita potest esse idonea. Atque hæc responsio

æque

æque valet, si vis non est ipsi materiæ essentialis, sed libera Auctoris lege sancita, quo casu ipse pro libero arbitrio suo hanc huic materiæ potuit legem dare præ aliis electam.

73. At si ratio etiam exhiberi debeat, quæ Auctorem Naturæ potuerit impellere ad seligendam materiam hac potissimum præditam essentiali virium lege, vel ad seligendam pro hac materia hanc legem virium; quæri primo potest, cur hunc potius exponentem potentiæ elegerit, & hanc parametrum in unitate inclusam, sive in quadam determinata distantia quandam determinatam vim. Quod de iis dicitur, applicari poterit parametris reliquis functionis cujusvis. Ut ille exponens, illa unitas, ille nexus potuit habere aliquid, quod cæteris præstaret ad eos obtinendos fines, quos sibi Naturæ Auctor præscripsit; sic etiam aliquid ejusmodi habere poterant reliquæ omnes quotcumque, & qualescunque parametri.

Præter arbitrium retorsio in potentia: rationem utrobique esse fines, quos sibi ipse proposuerit, qui possunt esse nobis ignoti.

74. Deinde rem ipsam diligenter consideranti facile patebit, ad obtinendos fines, quos sibi Naturæ Auctor debuit proponere, non fuisse aptam solam potentiam quandam distantiæ pro lege virium, sed debuisse assumi functionem, quæ ubi exprimi deberet per nostram humanam Algebram, alias quoque parametros admisceret. Si ex. gr. voluisset per eandem vim & motum Planetarum ad sensum ellipticum cum Kepleriano nexu inter quadrata temporum periodicorum, & cubos distantiarum mediarum, & cohæsionem per contactum, nulla sola potentia ad utrumque præstandum finem fuisset satis, quem finem obtinuisset illa formula $\frac{a}{x^2} + \frac{b}{x^3}$. At nec ea formula potuit ipsi sufficere, si vera est Theoria mea, cum ea formula nullam habeat in minimis distantiis vim contrariam vi in maximis, sed in omnibus distantiis eandem, nimirum in minimis attractivam, ut in maximis. Cohæsio punctorum se invicem repellentium in minimis distantiis, & attrahentium in majoribus haberi non potuit sine intersectione curvæ cum axe, quæ intersectio sine parametro aliquo non obtinetur. Verum ad omnem hanc phænomenorum seriem obtinendam multo pluribus, uti ostensum est suo loco, intersectionibus curvæ; & flexibus tam variis opus erat, quæ sine plurimis parametris obtineri non poterant. Consideretur elevatissimum inversum problema affine alteri, cujus mentio est facta num. 547, quo quæratur numerus punctorum, & lex virium mutuarum communis omnibus necessaria ab habendam ope cujusdam primæ combinationis, hanc omnem tam diuturnam, tam variam phænomenorum seriem, cujus perquam exiguam particulam nos homines intuemur, & statim patebit elevatissimum debere esse, & respectu habito ad nostros exprimendi modos complicatissimum genus curvæ ad ejusmodi problematis solutionem necessa-

Evolutio finis ipsius: necessitas habendi hunc nexum ab Algebra humana non exprimibilem, nisi per functionem, ad solvendum creationis problema pro hac corporum constitutione, & motuum serie.

cessarium; quod tamen problema certas quasdam parametros in singulis saltem solutionibus suis, quæ numero fortasse infinito sunt, involveret, sola unica potentia ad tanti problematis solutionem inepta.

Id non potuisse solvi per solam potentiam: legem quadrati distantiæ non esse perfectissimam.

75. Debuit igitur Naturæ Auctor, qui hanc sibi potissimum Phænomenorum seriem proposuit, parametros quasdam seligere, & quidem plures, nec potuit solam unicam pro lege virium exprimenda distantiæ potentiam adhibere: ubi & illud præterea ad rem eandem confirmandam recolendum, quod a num. 124. dictum est de ratione reciproca duplicata distantiarum, quam vidimus non esse omnium perfectissimam, nec omnino eligendam, & illud, quod sequenti horum Supplementorum paragrapho exhibetur contra vires in minimis distantiis attractivas & excrescentes in infinitum, ad quas sola potentia demum deducit.

Conclusio contra necessitatem, vel convenientiam solius potentiæ.

76. Atque hoc demum pacto, videtur mihi, dissoluta penitus omnis illa difficultas, quæ proposita fuerat, nec ulla esse ratio, cur sola potentia quædam distantiæ anteferri debuerit functioni utcunque, si nostrum exprimendi modum spectemus, complicatissimæ.



§. IV.

§. IV.

Contra vires in minimis distantiis attractivas, & excrescentes in infinitum. (c)

77 AT præterea contra solam attractionem plures habentur difficultates, quæ per gradus crescunt. Nam inprimis si eæ imminutis utcunque distantiis agant, augent velocitatem usque ad contactum, ad quem ubi deventum est, incrementum velocitatis ibi per saltum abrumpitur, & ubi maxima est, ibi perpetuo incassum nituntur partes ad ulteriorem effectum habendum, & necessario irritos conatus edunt.

Prima difficultas ex eo, quod ubi conatus deberet esse maximus in appulsu, debeat esse nullus, vel irritus.

78. Quod si in infinitum imminuta distantia, crescant in aliqua ratione distantiarum reciproca; multæ itidem difficultates habentur, quæ nostram oppositam sententiam confirmant. Inprimis in ea hypothesi virium deveniri potest ad contactum, in quo vis, sublata omni distantia, debet augeri in infinitum magis, quam esset in aliqua distantia. Porro nos putamus accurate demonstrari, nullas quantitates existere posse, quæ in se infinitæ sint, aut infinite parvæ. Hinc autem statim habemus absurdum, quod nimirum si vires in aliqua distantia aliquid sunt, in contactu debeant esse absolute infinitæ.

Secunda, si ratio sit reciproca distantiæ, a vi absolute infinita, ad quam deveniri deberet.

79. Augetur difficultas, si debeat ratio reciproca esse major, quam simplex (ut ad gravitatem requiritur reciproca duplicata, ad cohæsionem adhuc major) & ad bina puncta pertineat. Nam illa puncta in ipso congressu devenient ad velocitatem absolute infinitam. Velocitas autem absolute infinita est impossibilis, cum ea requirat spatium finitum percursum momento temporis, adeoque replicationem, sive extensionem simultaneam per spatium finitum divisibile, & quovis finito tempore requirat spatium infinitum, quod cum inter bina puncta interjacere non possit, requireret ex natura sua, ut punctum ejusmodi velocitatem adeptum nusquam esset.

Tertia ex eo, quod, si sit major quam simplex, debeat in contactu deveniri etiam ad velocitatem infinitam.

80. Accedunt plurima absurda, ad quæ ejusmodi leges nos deducunt. Tendat punctum aliquod in fig. 72 in centrum F in ratione reciproca duplicata distantiarum, & ex A projiciatur directione AB perpendiculari ad AF, cum velocitate satis exigua: describet Ellipsim ACDE, cujus focus erit F, & semper regredietur ad A. Decrescat velocitas AB per gradus, donec demum evanescat. Semper magis arctatur Ellipsis, & vertex D accedit ad focum F, in quem demum recidit abeunte Ellipsi in rectam AF. Videtur igitur id

Alia absurda: si ratio sit duplicata, regressus a centro: saltus ab acceleratione crescente ad nullam in ingressu in superficiem sphæricam.

Fig. 72.

(c) *Hæc excerpta sunt ex eadem dissertatione* De Lege Virium in Natura existentium *a num. 59.*

punctum sibi relictum debere descendere ad F, tum post acquisitam ibi infinitam velocitatem, eam sine ulla contraria vi convertere in oppositam, & retro regredi. At si id punctum tendat in omnia puncta superficiei sphæricæ, vel globi EGCH in eadem illa ratione; demonstratum est a Newtono, debere per AG descendere motu accelerato eodem modo, quo accelararetur, si omnia ejusmodi puncta superficiei, vel sphæræ compenetrarentur in F: abrupta vero lege accelerationis in G, debere per GH ferri motu æquabili, viribus omnibus per contrarias actiones elisis, tum per HI tantundem procurrere motu retardato, adeoque perpetuam oscillationem peragere, velocitatis mutatione bis in singulis oscillationibus per saltum interrupta.

Regressus a centro simul, & procursus ultra ad eandem distantiam, vel saltus in tanto procursu, sine præviis minoribus.

81. In eo jam absurdum quoddam videtur esse: *sed id quidem* multo magis crescit; si consideretur, quid debeat accidere, ubi tota sphærica superficies, vel tota sphæra abeat in unicum punctum F. Tum itidem corpus sibi relictum, deveniet ad centrum cum infinita velocitate, sed procurret ulterius usque ad I, dum prius, ubi Ellipsis evanescebat, debebat redire retro. Nos quidem pluribus in locis alibi demonstravimus, in prima determinatione latere errorem, cum Ellipsi evanescente, nullæ jam adsint omnes vires, quæ agunt per arcum situm ultra F ad partes D, quæ priorem velocitatem debebant extinguere, & novam producere ipsi æqualem. Verum adhuc habetur saltus quidam, cui & Natura, & Geometria ubique repugnat. Nam donec utcunque parva est velocitas, habetur semper regressus ad A cum procursu FD eo minore, quo velocitas est minor: facta autem velocitate nulla, procursus immediate evadit FI, quin ulli intermedii minores adfuerint. Quod si quis ejus priorem determinationem tueri velit, ut punctum, quod agatur in centrum vi, quæ sit in ratione reciproca duplicata distantiarum, debeat e centro regredi retro; tum saltus habetur similis, ubi prius in sphæricam superficiem, vel sphæram tendat, quæ paullatim abeat in centrum. Donec enim aderit superficies illa, vel sphæra, habebitur semper is procursus, qui abrumpetur in illo appulsu totius superficiei ad centrum, quin habeantur prius minores procursus.

Si ratio sit triplicata, pejus: annihilatio puncti in appulsu ad centrum.

82. Hæc quidem in ratione reciproca duplicata distantiarum: in reciproca triplicata habentur etiam graviora. Nam si cum debita quadam velocitate projiciatur per rectam AB fig. 73 continentem angulum acutum cum AP, mobile, quod urgeatur in P vi crescente in ratione reciproca triplicata distantiarum; demonstratur in Mechanica, ipsum debere percurrere curvam ACDEFGH, quæ vocatur spiralis logarithmica, quæ hanc habet proprietatem, ut quævis recta, ut PF, ducta ad quodvis ejus punctum, contineat cum recta ipsam ibidem tangente angulum æqualem angulo PAB, unde illud consequitur, ut ea quidem ex una parte infinitis spiris cir-

Fig. 73.

cum-

cumvolvatur circa punctum P, nec tamen in ipsum unquam desinat: si autem ducatur ex P recta perpendicularis ad AP, quæ tangenti AB occurrat in B, tota spiralis ACDEFGH in infinitum continuata ad mensuram longitudinis AB accedat ultra quoscunque limites, nec unquam ei æqualis fiat: velocitas autem in ejusmodi curva in continuo accessu ad centrum virium P perpetuo crescat. Quare finito tempore, & sane breviore, quam sit illud, quo velocitate initiali percurreret AB, deberet id mobile devenire ad centrum P, in quo bina gravissima absurda habentur. Primo quidem, quod haberetur tota illa spiralis, quæ in centrum desineret, contra id, quod ex ejus natura deducitur, cum nimirum in centrum cadere nequaquam possit: deinde vero, quod elapso eo finito tempore mobile illud nusquam esse deberet. Nam ea curva, ubi etiam in infinitum continuata intelligitur, nullum habet egressum e P. Et quidem formulæ analyticæ exhibent ejus locum post id tempus impossibilem, sive, ut dicimus, imaginarium; quo quidem argumento Eulerus in sua Mechanica affirmavit illud, debere id mobile in appulsu ad centrum virium annihilari. Quanto satius fuisset inferre, eam legem virium impossibilem esse?

83. Quanto autem majora absurda in ulterioribus potentiis, quibus vires alligatæ sint, consequentur? Sit globus in fig. 74 ABE, & intra ipsum alius A*be*, qui priorem contingat in A, ac in omnia utriusque puncta agant vires decrescentes in ratione reciproca quadruplicata distantiarum, vel majore, & quæratur ratio vis puncti constituti in concursu A utriusque superficiei. Concipiatur uterque resolutus in pyramides infinite arctas, quæ prodeant ex communi puncto A, ut BAD, *b*A*d*. In singulis autem pyramidulis divisis in partes totis proportionales sint particulæ MN, *mn* similes, & similiter positæ. Quantitas materiæ in MN, ad quantitatem in *mn* erit, ut massa totius globi majoris ad totum minorem, nimirum, ut cubus radii majoris ad cubum minoris. Cum igitur vis, qua trahitur punctum A, sit, ut quantitas materiæ directe, & ut quarta potestas distantiarum reciproce, quæ itidem distantiæ sunt, ut radii sphærarum; erit vis in partem MN, ad vim in partem *mn* directe, ut tertia potestas radii majoris ad tertiam minoris, & reciproce, ut quarta potestas ipsius. Quare manebit ratio simplex reciproca radiorum.

Pejus in potentiis altioribus: præparatio ad demonstrandum absurdum.

Fig. 74.

84. Minor erit igitur actio singularum particularum homologarum MN, quam *mn*, in ipsa ratione radiorum, adeoque punctum A minus trahetur a tota sphæra ABE, quam a sphæra A*be*, quod est absurdum, cum attractio in eam sphæram minorem debeat esse pars attractionis in sphæram majorem, quæ continet minorem, cum magna materiæ parte sita extra ipsam usque ad superficiem sphæræ majoris, unde concluditur esse partem majorem toto, maximum nimirum absurdum. Et qui-

Partem fore majorem toto.

dem in altioribus potentiis multo major est is error; nam generaliter, si vis sit reciproce, ut R^{m}, posito R pro radio, & *m* pro quovis numero ternarium superante, erit attractio sphæræ eodem argumento reciproce, ut R^{m-3}, quæ eo majorem indicat vim in sphæram minorem respectu majoris ipsam continentis, quo numerus *m* est major.

Omnia absurda cessare, si in minimis distantiis habeatur repulsio, quæ appulsum impediat.

85. Hoc quidem pacto inveniuntur plurima absurda in variis generibus attractionum, quæ si repulsiones, in minimis distantiis habeantur pares extinguendæ velocitati cuilibet utcunque magnæ, cessant illico omnia, cum eæ repulsiones mutuum accessum usque ad concursum penitus impediant. Inde autem manifesto iterum consequitur, repulsiones in minimis distantiis præferendas potius esse attractioni, ex quarum variis generibus tam multa absurda consequuntur.



§. V.

§. V.

De Æquilibrio binarum massarum connexarum invicem per bina alia puncta (f)

86. Continetur autem, quod pertinet ad momentum in vecte, & ad æquilibrium, sequentis problematis solutione. Sit in fig. 75 quivis numerus punctorum materiæ in A, qui dicatur A, in D quivis alius, qui dicatur D, & puncta ea omnia secundum directiones AZ, DX parallelas rectæ datæ CF sollicitentur simul viribus, quæ sint æquales inter omnia puncta sita in A, itidem inter omnia sita in D, licet vires in A sint utcunque diversæ a viribus in D. Sint autem in C, & B bina puncta, quæ in se invicem, & in illa puncta sita in A, & D mutuo agant, ac ejusmodi mutuis actionibus impediri debeat omnis actio virium illarum in A, & D, & omnis motus puncti B: motus autem puncti C impediri debeat actione contraria fulcri cujusdam, in quod ipsum agat secundum directionem compositam ex actionibus omnium virium, quas habet: quæritur ratio, quam habere debent summæ virium A, & D ad hoc, ut habeatur id æquilibrium, & quantitas, ac quæritur directio vis, qua fulcrum urgeri debet a puncto C.

Propositio problematis de æquilibrio punctorum quatuor, quorum bina extrema habeant quascunque massas cum viribus externis sibi proportionalibus, & altera e mediis vim a fulcro.

Fig. 75.

87. Exprimant AZ, & DX vires illas parallelas singulorum punctorum positorum in A, & D. Ut ipsæ elidantur, debebunt in iis haberi vires AG, DK contrariæ, & æquales ipsis AZ, DX. Quoniam eæ debent oriri a solis actionibus punctorum C, & B agentium in A secundum rectas AC, AB, & in D secundum rectas DC, DB, ductis ex G rectis GI, GH parallelis BA, AC usque ad rectas AC, BA, & ex K rectis KM, KL parallelis BD, DC, usque ad rectas DC, BD; patet, in A vim AG debere componi ex viribus AI, AH, quarum prima quodvis punctum in A repellat a C, secunda attrahat ad B, & in D vim DK componi itidem ex viribus DM, DL, quarum prima quodvis punctum situm in D repellat a C, secunda attrahat ad B. Hinc ob actionem reactioni æqualem debebit punctum C repelli a quovis puncto sito in A secundum directionem AC vi æquali IA, & a quovis puncto sito in D secundum directionem

Vis ex binis extremis in alterum e mediis.

(f) *Excerpta hæc sunt ex* Synopsi Physicæ Generalis *P. Caroli Benvenuti Soc. Jesu num.* 146, *cui hanc solutionem ibi imprimendam tradideram*.

nem DC vi æquali MD: punctum vero B debebit attrahi a quovis puncto sito in A secundum directionem BA vi æquali HA, & a quovis puncto sito in D vi æquali LD. Habebit igitur punctum C ex actione punctorum in A, & D binas vires, quarum altera aget secundum directionem AC, & erit æqualis IA ductæ in A, altera aget secundum directionem DC, & erit æqualis MD ductæ in D. Punctum vero B itidem binas, quarum altera aget secundum directionem BA, & erit æqualis HA ductæ in A, altera aget secundum directionem BD, & erit æqualis LD ductæ in D.

Vis, quam debet habere illud primum composita, e quatuor: enumeratio virium pertinentium ad omnia puncta.

88. Porro vis composita ex illis binis, quibus urgetur punctum B, elidi debet ab actione mutua inter ipsum, & C; quare debebit habere directionem rectæ BC in casu, quem exhibet figura, in quo C jacet in angulo ABD: nam si angulus ABD hiatum obverteret ad partes oppositas, ut C jaceret extra angulum; ea haberet directionem CB, & reliqua omnis demonstratio rediret eodem. Punctum autem C ob actionem, & reactionem æquales debebit habere vim æqualem, & contrariam illi, quam exercet B, adeoque vim æqualem, & ejusdem directionis cum vi, quam e prioribus illis binis compositam habet punctum B: nempe debebit habere binas vires æquales, & directionis ejusdem cum viribus illam componentibus, nimirum vim secundum directionem parallelam BA æqualem ipsi HA ductæ in A, & vim secundum directionem parallelam BD æqualem ipsi LD ductæ in D. Habebit igitur quodvis punctum A binas vires AI, AH, quodvis punctum D binas vires DM, DL, punctum B binas vires, quarum altera dirigetur ad A, & æquabitur HA ductæ in A, altera dirigetur ad D, & æquabitur LD ductæ in D, ex quibus componi debet vis agens secundum rectam BC: & demum habebit punctum C vires quatuor, quarum prima dirigetur ad partes AC, & erit æqualis IA ductæ in A, secunda ad partes DC, & erit æqualis MD ductæ in D, tertia habebit directionem parallelam BA, & erit æqualis HA ductæ in A; quarta habebit directionem BD, & erit æqualis LD ductæ in D: ac ipsum punctum C urgebit fulcrum vi composita ex illis quatuor, quæ omnia, si habeatur ratio directionis rectarum secundum ordinem, quo enunciantur per literas, huc reducuntur:

Quodvis punctum A habebit vires binas - - - AI. AH
Quodvis punctum D vires binas - - - - - - DM, DL
Punctum B binas - - - - - - - - - A×HA, D×LD
Punctum C quatuor - - - A×IA, D×MD, A×HA, D×LD.

Constructio præparatoria pro solutione.

89. Exprimat jam recta BC magnitudinem vis compositæ e binis CN, CR parallelis DB, AB; expriment BN, BR magnitudinem virium illarum componentium, cum exprimant

ea-

earum directiones, adeoque RC, NC ipsis æquales, & paralle- lelæ exprimunt vires illas tertiam, & quartam puncti C. Producantur autem DC, AC, donec occurrant in O, & T rectis ex N, & R parallelis ipsi CF, sive ipsis GAZ, KDX, & demittantur AF, DE, NQ, RS perpendicula in ipsam FC productam, qua opus est, quæ occurrat rectis AB, DB in V, P.

Vires sub nova expressione inde resultante.

90. Inprimis ob singula latera singulis lateribus parallela erunt similia triangula IAG, CTR, & triangula MDK, CON. Quare erit ut IG, sive AH, ad CR, sive NB, vel A×AH, nimirum ut 1 ad A, ita AG ad TR, & ita AI ad TC. Erit igitur TR æqualis GA, sive AZ ductæ in A, & CT æqualis IA ductæ in A: adeoque illa exprimet summam omnium virium AZ omnium punctorum in A, hæc vim illam primam puncti C, nimirum A×IA. Eodem prorsus argumento, cum sit MK, sive DL ad CN, sive RB, vel D×DL, nimirum 1 ad D, ita DK ad ON, & ita DM ad OC; erit NO æqualis KD, sive DX ductæ in D, & OC æqualis MD ductæ in D, adeoque illa exprimet summam omnium virium DX omnium punctorum in D, hæc vim illam secundam puncti C, nimirum D×DM. Quare jam erunt

Summa virium parallelarum in A - - - - - - - - TR
Summa virium parallelarum in D - - - - - - - - NO
Binæ vires in B - - - - - - - - - - - - - - BN, BR
Quatuor vires in C - - - - - - - - CT, OC, RC, NC

Vis in fulcrum cui æqualis.

91. Jam vero patet, ex tertia RC, & prima CT componi vim RT æqualem summæ virium parallelarum A; & ex quarta NC, ac secunda OC componi vim NO æqualem summæ virium parallelarum in D. Quare patet, ab unico puncto C fulcrum urgeri vi, quæ eandem directionem habeat, quam habent vires parallelæ in A, & D, & æquetur earum summæ, nimirum urgeri eodem modo, quo urgeretur, si omnia illa puncta, quæ sunt in D, & A, cum his viribus essent in C, & fulcrum per se ipsa immediate urgerent.

Proportio, quæ vectem exhibet.

92. Præterea ob parallelismum itidem omnium laterum similia erunt triangula 1.° CNO, DPC: 2.° CNQ, PDE: 3.° CPR, VCN: 4.° CRS, VNQ: 5.° CVA, TCR: 6.° VAF, CRS. Ea exhibent sequentes sex proportiones, quarum binæ singulis versibus continentur.

ON . CP : : NC . PD : : NQ . DE
CP . CV : : CR . NV : : RS . NQ
CV . RT : : VA . RC : : AF . RS

Porro ex iis componendo primas, & postremas, ac demendo in illis CP, CV; in his QN, RS communes tam antecedentibus, quam consequentibus, fit ex æqualitate nimirum perturbata ON . RT : : AF . DE. Nempe summa omnium virium parallelarum in D, cui æquatur ON, ad summam omnium

nium in A, cui æquatur RT, ut e contrario distantia harum perpendicularis AF a recta CF ducta per fulcrum directioni virium earumdem parallela, ad illarum perpendicularem distantiam ab eadem. Quare habetur determinatio eorum omnium, quæ quærebantur. (c)

(c) *Porro applicatio ad vectem est similis illi, quæ habetur hic post æquilibrium trium massarum num. 326.*



§. VI.

§. VI.

EPISTOLA AUCTORIS
AD
P. CAROLUM SCHERFFER.
SOCIETATIS JESU.

93. IN meo discessu Vienna reliqui apud Reverentiam Vestram imprimendum opus, cujus conscribendi occasionem præbuit Systema trium massarum, quarum vires mutuæ Theoremata exhibuerunt & elegantia, & fœcunda, pertinentia tam ad directionem, quam ad rationem virium compositarum e binis in massis singulis. Ex iis Theorematis evolvi nonnulla, quæ in ipso primo inventionis æstu, & scriptionis fervore quodam, atque impetu se se obtulerunt. Sunt autem & alia, potissimum nonnulla ad centrum percussionis pertinentia ibi attactum potius, quam pertractatum, quæ mihi deinde occurrerunt & in itinere, & hic in Hetruria, ubi me negotia mihi commissa detinuerunt hucusque, quæ quidem ad Reverentiam Vestram transmittenda censui, ut si forte satis mature advenerint, ad calcem operis addi possint; pertinent enim ad complementum eorum, quæ ibidem exposui, & ad alias sublimiores, ac utilissimas perquisitiones viam sternunt.

Occasio, & argumentum epistolæ.

94. Inprimis ego quidem ibi consideravi directiones virium in eodem illo plano, in quo jacent tres massæ, & idcirco ubi Theoremata applicavi ad centrum æquilibrii, & oscillationis pro pluribus etiam massis, restrinxi Theoriam ad casum, in quo omnes massæ jaceant in eodem plano perpendiculari ad axem conversionis. In nonnullis Scholiis tantummodo innui, posse rem transferri ad massas, utcunque dispersas, si eæ reducantur ad id planum per rectas penpendiculares plano eidem; sed ejus applicationis per ejusmodi reductionem nullam exhibui demonstrationem, & affirmavi, requiri systema quatuor massarum ad rem generaliter pertractandam.

Translatio theoriæ centri oscillationis a massis jacentibus intra idem planum, ad ubicunque positas affirmata in opere, hic demonstranda.

95. At admodum facile demonstratur ejusmodi reductionem rite fieri, & sine nova peculiari Theoria massarum quatuor generalis habetur applicatio tenui extensione Theoriæ massarum trium. Nimirum si concipiatur planum quodvis, & vires singulæ resolvantur in duas, alteram perpendicularem plano ipsi, alteram parallelam; priorum summa elidetur, cum oriantur e viribus mutuis contrariis, & æqualibus, quæ ad quamcunque datam directionem redactæ æquales itidem remanent, & contrariæ,

Viribus trium massarum in eodem plano, in quo jacent, translatis ad aliud, rem obtineri.

trariæ, evanefcente (*g*) fumma; pofteriores autem componentur eodem prorfus pacto, quo componerentur; fi maffæ per illas perpendiculares vires reducerentur ad illud planum, & in eo effent, ibique vires haberent æquales redactas ad directionem ejufdem plani, quarum oppofitio & æqualitas redderet eandem figuram, & eadem Theoremata, quæ in opere demonftrata funt pro viribus jacentibus in eodem plano, in quo funt maffæ. Porro hæc confideratio extendet Theoriam æquilibrii, & centri ofcillationis ad omnes cafus, in quibus fyftema quodvis concipitur connexum cum unico puncto axis rotationis, ut ubi globus, vel fyftema quotcunque maffarum invicem connexarum ofcillat fufpenfum per punctum unicum.

Si maffæ fint quatuor, reducendas omnes ad planum perpendiculare rectæ jungenti duas: inde tranfitus ad maffas quotcunque.

96. Quod fi fint quatuor maffæ, & concipiatur planum perpendiculare rectæ tranfeunti per binas ex iis, ac fiat refolutio eadem, quæ fuperius; res iterum eodem recidet: nam illæ binæ maffæ ita in illud planum projectæ, coalefcent in maffam unicam, & vires ad reliquas binas maffas pertinentes habebunt ad fe invicem eas rationes, quæ pro fyftemate trium maffarum deductæ funt. Hinc ubi fyftema maffarum utcunque difperfarum converti debet circa axem aliquem, five de æquilibrii centro agatur, five de centro ofcillationis, five de centro percuffionis, licebit confiderare maffas fingulas connexas cum binis punctis utcunque affumptis in axe, & cum alio puncto, vel maffa quavis utcunque affumpta, vel concepta intra idem fyftema, & habebitur omnium maffarum nexus mutuus, ac applicatio ad omnia ejufmodi centra habebitur eadem, concipiendo tantummodo maffas fingulas redactas ad planum perpendiculare per rectas ipfi axi parallelas.

Applicatio ad centri ofcillationis generalem determinationem.

97. Sic ex. gr. ubi agitur de centro ofcillationis, quæ pro maffis exiftentibus in unico plano perpendiculari ad axem rotationis propofui, ac demonftravi refpectu puncti fufpenfionis, & centri gravitatis, traducentur ad maffas quafcunque, utcunque difperfas refpectu axis, & refpectu rectæ parallelæ axi ductæ per centrum gravitatis, quam rectam Hugenius appellat axem gravitatis. Nimirum centrum ofcillationis jacebit in recta perpendiculari axi rotationis tranfeunte per centrum gravitatis, ac ad habendam ejus diftantiam ab axe eodem, five

---

(g) *Hæc tum quidem in hac epiftola. Addi poteft illud, ubi nulla externa vis in ea directione agens, & in contraria applicetur diverfis partibus ipfius fyftematis, debere vim hujufmodi in fingulis etiam ipfius fyftematis punctis effe nullam. Nam per mutuum nexum impeditur mutatio pofitionis mutuæ, quæ utique induceretur, fi in aliquibus tantummodo ejus partibus remaneret vis externis viribus non impedita. Porro ubi agitur de centro ofcillationis, & percuffionis, ac etiam de æquilibrio, nulla fupponitur vis externa agens fecundum directionem axis rotationis, feu converfionis. Quare in iis cafibus, pro quibus hæc theoria hic extenditur, fatis eft confiderare reliquas illas vires, quæ agunt fecundum directionem plani perpendicularis eidem axi, quod hic præftatur in iis, quæ confequuntur.*

ve longitudinem penduli isochroni, satis erit ducere massas singulas in quadrata suarum distantiarum perpendicularium ab eodem axe, & productorum summam dividere per factum ex summa massarum, & distantia perpendiculari centri gravitatis communis ab ipso axe. Rectangulum autem sub binis distantiis centri gravitatis ab axe conversionis, & a centro oscillationis erit æquale summæ omnium productorum, quæ habentur, si massæ singulæ ducantur in quadrata suarum distantiarum perpendicularium ab axe gravitatis, divisæ per summam massarum. Si enim omnes massæ reducantur ad unicum planum perpendiculare axi conversionis, abit is totus axis in punctum suspensionis, totus axis gravitatis in centrum gravitatis, & singulæ distantiæ perpendiculares ab iis axibus evadunt distantiæ ab iis punctis; unde patet generalem Theoriam reddi omnem per solam applicationem systematis massarum trium rite adhibitam.

Aliud utile corollarium pertinens ad centrum oscillationis.

98. Quod ad centrum oscillationis pertinet, erui potest aliud Corollarium, præter illa, quæ proposui, quod summo sæpe usui esse potest: est autem ejusmodi. *Si plurium partium systematis compositarum ex massis quotcunque, utcunque dispersis inventa fuerint seorsim centra gravitatis, & centra oscillationis respondentia dato puncto suspensionis, vel dato axi conversionis; inveniri poterit centrum oscillationis commune, ducendo singularum partium massas in distantias perpendiculares sui cujusque centri gravitatis ab axe conversionis, & centri oscillationis cujusvis ab eodem, & dividendo productorum summam per massam totius systematis ductam in distantiam centri gravitatis communis ab eodem axe.* Hoc corollarium deducitur ex formula generali eruta in ipso opere num. 334 pro centro oscillationis, quæ respondet figuræ 63 exprimenti unicam massam A ex pluribus quotcunque, quæ concipi possint ubicunque: exprimit autem ibidem P punctum suspensionis, vel axem conversionis, G centrum gravitatis, Q centrum oscillationis, M summam massarum $A + B + C$ &c, & formula est $PQ = \dfrac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \text{ \&c.}}{M \times GP}$

Ejus demonstratio.

99. Nam ex ejusmodi formula est $M \times GP \times PQ = A \times AP^2 + B \times BP^2$ &c. Quare si singularum partium massæ M ducantur in suas binas distantias GP, PQ; habetur in singulis summa omnium $A \times AP^2 + B \times BP^2$ &c. Summa autem omnium ejusmodi summarum debet esse numerator pro formula pertinente ad totum systema, cum oporteat singulas totius systematis massas ducere in sua cujusque quadrata distantiarum ab axe. Igitur patet numeratorem ipsum rite haberi per summam productorum $M \times GP \times PQ$ pertinentium ad singulas systematis partes, uti in hoc novo Corollario enunciatur.

Usus pro longitudine penduli compositi isochroni fa-

100. Usus hujus Corollarii facile patebit. Pendeat ex. gr. globus aliquis suspensus per filum quoddam. Pro globo jam constat centrum gravitatis esse in ipso centro globi, & constat

cilius invenienda.

itidem, ac e superioribus etiam Theorematis facile deducitur, centrum oscillationis jacere infra centrum globi, per $\frac{2}{5}$ tertiæ proportionalis post distantiam puncti suspensionis a centro globi, & radium; pro filo autem considerato ut recta quadam habetur centrum gravitatis in medio ipso filo, & centrum oscillationis, suspensione facta per fili extremum est in fine secundi trientis longitudinis ejusdem fili, quod itidem ex formula generali facillime deducitur. Inde centrum oscillationis commune globi, & fili nullo negotio definietur per corollarium superius.

Calculus & formula pro pendulo globi pendentis e filo.

101. Sit Longitudo fili a, massa seu pondus b, radius globi r, massa seu pondus p: erit distantia centri gravitatis fili ab axe conversionis erit $\frac{1}{2}a$, distantia centri oscillationis *ejusdem* $\frac{2}{3}a$. Quare productum illud pertinens ad filum erit $\frac{1}{3}a^2b$. Pro globo erit distantia centri gravitatis $a+r$, quæ ponatur $=m$; Distantia centri oscillationis erit $m+\frac{2}{5}\times\frac{rr}{m}$. Quare productum pertinens ad globum erit $m^2p+\frac{2}{5}rrp$. Horum summa est $m^2p+\frac{2}{5}rrp+\frac{1}{3}a^2b$. Porro cum centra gravitatis fili, & globi jaceant in directum cum puncto suspensionis, ad habendam distantiam centri gravitatis communis ductam in summam massarum satis erit ducere singularum partium massas in suorum centrorum distantias, ac habebitur $mp+\frac{1}{2}ab$. Quare formula pro centro oscillationis utriusque simul, erit

$$\frac{m^2p+\frac{2}{5}rrp+\frac{1}{3}a^2b}{mp+\frac{1}{2}ab}.$$

Non licere hic concipere massas singulas ut collectas in suis centris oscillationis, aut gravitatis, aut aliis intermediis documentum utile.

102. Hic autem notandum illud, ad centrum oscillationis commune habendum non licere singularum partium massas concipere, ut collectas in suis singulas aut centris oscillationis, aut centris gravitatis. In primo casu numerator colligeretur ex summa omnium productorum, quæ fierent ducendo singulas massas in quadrata distantiarum centri oscillationis sui; in secundo in quadrata distantiarum sui centri gravitatis. In illo nimirum haberetur plus justo, in hoc minus. Sed nec possunt concipi ut collectæ in aliquo puncto intermedio, cujus distantia sit media continue proportionalis inter illas distantias; nam in eo casu numerator maneret idem, at denominator non esset idem, qui ut idem perseveraret, oporteret concipere massas singulas collectas in suis centris gravitatis, non ultra ipsa. Inde autem patet, non semper licere concipere massas ingentes in suo gravitatis centro, & idcirco, ubi in Theoria centri oscillationis, vel percussionis dico massam existentem in quodam puncto, intelligi debet, ut monui in ipso opere, tota massa ibi compenetrata vel concipi massula extensionis infinitesimæ, ut massæ compenetratæ in unico suo puncto æquivaleat.

103. Quod attinet ad centrum percussionis, id attigi tantummodo determinando punctum systematis massarum jacentium in recta quadam, & libere gyrantis, cujus puncti impedito motu sistitur motus totius systematis. Porro æque facile determinatur centrum percussionis in eo sensu acceptum pro quovis systemate massarum utcunque dispositarum, & res itidem facile perficitur, si aliæ diversæ etiam centri percussionis ideæ adhibeantur. Rem hic paullo diligentius persequar. Transitus ad centrum percussionis: ejus notiones haberi posse plures.

104. Inprimis ut agamus de eadem centri percussionis notione, moveatur libere systema quodcunque ita inter se connexum, ut ejus partes mutare non possint distantias a se invicem. Centrum gravitatis totius systematis vel quiescet, vel movebitur uniformiter in directum, cum per theorema inventum a Newtono, & a me demonstratum in ipso Opere num. 250, actiones mutuæ non turbent statum ipsius: systema autem totum sibi relictum vel movebitur motu eodem parallelo, vel convertetur motu æquali circa axem datum transeuntem per ipsum centrum gravitatis, & vel quiescentem cum ipso centro, vel ejusdem uniformi motu parallelo delatum simul, quod itidem demonstrari potest haud difficulter. Initium a notione adhibita in Opere: centri gravitatis status conservatus in motu libero.

105. Inde autem colligitur illud, in motu totius systematis composito ex motu uniformi in directum, & ex rotatione circulari circa axem itidem translatum haberi semper rectam quandam pertinentem ad systema, nimirum cum eo connexam, pro quovis tempusculo suam, quæ illo tempusculo maneat immota, & circa quam, ut circa quendam axem immotum convertatur eo tempusculo totum systema. Concipiatur enim planum quodvis transiens per axem rotationis circularis, & in eo plano sit recta quævis axi parallela; ea convertetur circa axem velocitate eo majore, quo magis ab ipso distat. Erit igitur aliqua distantia ejus rectæ ejusmodi, ut velocitas conversionis æquetur ibi velocitati, quam habet centrum gravitatis cum axe translato; & in altero e binis appulsibus ipsius rectæ parallelæ gyrantis cum systemate ad planum perpendiculare ei plano, quod axis uniformiter progrediens describit, ejus rectæ motus circularis fiet contrarius motui axis ipsius, adeoque motui, quo ipsa axem comitatur, cui cum ibi & æqualis sit, motu altero per alterum eliso, ea recta quiescet illo tempusculo, & systema totum motu composito gyrabit circa ipsam. Nec erit difficile dato motu centri gravitatis, & binarum massarum non jacentium in eodem plano transeunte per axem rotationis, invenire positionem axis, & hujus rectæ immotæ pro quovis dato momento temporis. Inde erui, in systemate translato cum rotatione, fore rectam cum eo connexam immobilem quovis tempusculo suam; quæ facile definiri possit.

106. Quæratur jam in ejusmodi systemate punctum aliquod, cujus motus, si per aliquam vim externam impediatur, debeat mutuis actionibus sisti motus totius systematis, quod punctum, si uspiam fuerit, dicatur centrum percussionis. Concipiantur autem massæ omnes translatæ per rectas parallelas rectæ Propositio problematis, & præparatio ad solutionem.

illi

illi manenti immotæ tempusculo, quo motus sistitur, quam rectam hic appellabimus axem rotationis, in planum ipsi perpendiculare transiens per centrum gravitatis, & in figura 64 exprimatur id planum ipso plano schematis: sit autem ibidem P centrum rotationis, per quod transeat axis ille, sit G centrum gravitatis, & A una ex massis. Consideretur quoddam punctum Q assumptum in ipsa recta PQ, & aliud extra ipsam, ac singularum massarum motus concipiatur resolutus in duos, alterum perpendicularem rectæ PG agentem directione Aa, alterum ipsi parallelum agentem directione PG, ac velocitas absoluta puncti Q dicatur V

Definitio velocitatis absolutæ, & relativarum cujusvis massæ.

107. Erit PQ. PA:: V. $\frac{PA \times V}{PQ}$, quæ erit velocitas absoluta massæ A. Erit autem PA. Pa:: $\frac{PA}{QA} \times V$. $\frac{Pa}{QA} \times V$, quæ erit velocitas secundum directionem Aa, & PA. Aa :: $\frac{PA}{PQ} \times V$. $\frac{Aa}{PQ} \times V$, quæ erit velocitas secundum directionem PG. Nam in compositione, & resolutione motuum, si rectæ perpendiculares directionibus motus compositi, & binorum componentium constituant triangulum, sunt motus ipsi, ut latera ejus trianguli ipsis respondentia, velocitas autem absoluta est perpendicularis ad AP. Inde vero bini motus secundum eas duas directiones erunt $\frac{Pa}{PQ} \times A \times V$, & $\frac{Aa}{PQ} \times A \times V$.

Evanescentia summæ determinans problema.

108. Jam vero summa omnium $\frac{Aa}{PQ} \times A \times V$ est *zero*, cum ob naturam centri gravitatis summa omnium $Aa \times A$ sit æqualis *zero*, & $\frac{V}{PQ}$ sit quantitas data. Quare si per vim externam applicatam cuidam puncto Q, & mutuas actiones sistatur summa omnium motuum $\frac{Pa}{PQ} \times A \times V$, sistetur totus systematis motus, reliqua summa elisa per solas vires mutuas, quarum nimirum summa est itidem *zero*.

Inventio summæ ipsius æquandæ nihilo.

109. Ut habeatur id ipsum punctum Q, concipiatur quævis massa A connexa cum eo, & cum puncto P, vel cum massis ibidem conceptis, & summa omnium motuum, qui ex nexu derivantur in Q, dum extinguitur is motus in omnibus A, debet elidi per vim externam, summa vero omnium provenientium in P, ubi nulla vis externa agit, debet elidi per sese. Hæc igitur posterior summa erit investiganda, & ponenda = 0.

110. Por-

110. Porro posito radio $= 1$, est ex Theoremate trium massarum ut $P \times PQ \times 1$ ad $A \times AQ \times \mathit{sin}\ QAa$, sive ut $P \times PQ$ ad $A \times Qa$, ita actio in A perpendicularis ad $PQ = \frac{Pa}{PQ} \times V$ ad actionem in P secundum eandem directionem, quæ evadit $\frac{A \times Qa \times Pa}{P \times PQ^2} \times V$: nimirum ob $Qa = PQ - Pa$, erit actio in $P = \frac{A \times PQ \times Pa - A \times Pa^2}{P \times PQ^2} \times V$. Cum harum summa debeat æquari *zero* demptis communibus $\frac{V}{P \times PQ^2}$, æquabuntur positiva negativis, nimirum posita $\int$ pro characteristica summæ, habebitur $\int . A \times PQ \times Pa = \int . A \times Pa^2$, sive $PQ = \frac{\int . A \times Pa^2}{\int . A \times Pa}$, vel ob $\int . A \times Pa = M \times PG$, posito ut prius M pro summa massarum, fiet $PQ = \frac{\int . A \times Pa^2}{M \times PG}$, qui valor datur ob datas omnes massas A, datas omnes rectas Pa, datam PG. *Q.E.F.* Calculus, formula de vata.

111. *Corollarium* I. Quoniam aP æquatur distantiæ perpendiculari A a plano transeunte per P perpendiculari ad rectam PG, habebitur hujusmodi Theorema. *Distantia centri percussionis ab axe rotationis in recta ipsi axi perpendiculari transeunte per centrum gravitatis habebitur, ducendo singulas massas in quadrata suarum distantiarum perpendicularium a plano perpendiculari eidem rectæ transeunte per axem ipsum rotationis, ac dividendo summam omnium ejusmodi productorum per factum ex summa massarum in distantiam perpendicularem centri gravitatis communis ab eodem plano.* (f) Theorema e tum ex forn la.

112. *Co-*

(*f*) *Facile deducitur ex hoc primo corollario, ad habendum centrum percussionis massarum utcunque dispersarum satis esse singulas massas reducere ad rectam transeuntem per centrum gravitatis, & perpendicularem axi rotationis per rectas ipsi axi perpendiculares, & invenire massarum ita reductarum centrum oscillationis, habito puncto rotationis pro puncto suspensionis; id enim erit ipsum centrum percussionis quæsitum. Nam distantiæ ab ipso plano perpendiculari illi rectæ, quarum distantiarum fit mentio in hoc corollario, manent eædem in ejusmodi translatione massarum, & evadunt distantiæ a puncto suspensionis. Theorema autem post substitutionem distantiarum a puncto suspensionis pro iis ipsis distantiis ab illo plano exhibet ipsam formulam distantiæ centri oscillationis a puncto suspensionis, quæ habetur num. 334. Hinc autem consequitur generalis reciprocatio puncti rotationis, & centri percussionis, ac alia plura in sequentibus deducta multo immediatius deducuntur e proprietatibus centri oscillationis jam demonstratis.*

Deductio casus, quo jaceant omnes massæ in eodem plano.

112. *Corollarium* II. Si massæ jaceant in eodem unico plano quovis transeunte per axem; A, & *a* congruunt, adeoque distantiæ P*a* fiunt ipsæ distantiæ ab axe. Quamobrem in hoc casu formula hæc inventa pro centro percussionis congruit prorsus cum formula inventa pro centro oscillationis, & ea duo centra sunt idem punctum, si axis rotationis sit idem, adeoque *in eo casu transferenda sunt ad centrum percussionis, quæcunque pro centro oscillationis sunt demonstrata.*

Si qua massa sit extra: discrimen centri oscillationis, a centro percussionis.

113. *Corollarium* III. Si aliqua massa jaceat extra ejusmodi planum pertinens ad aliam quampiam; erit ibi P*a* minor, quam PA, adeoque *centrum percussionis distabit minus ab axe rotationis, quam distet centrum oscillationis.*

Formulæ deductæ pro pluribus aliis theorematis.

114. *Corollarium* IV. In formula generali $PG = \frac{\int . A \times Pa^2}{M \times GP}$ habetur $Pa^2 = PG^2 + Ga^2 - 2PQ \times Ga$. Porro $\int . A \times 2PQ \times Ga$ evanescit ob evanescentem $\int . A \times Ga$, & $\frac{\int . A \times PG^2}{M \times PG}$ est PG. Quare fit $PQ = PG + \frac{\int . A \times Ga^2}{M \times PG}$, & $GQ = \frac{\int . A \times Ga^2}{M \times PG}$. Inde autem deducuntur sequentia Theoremata affinia similibus pertinentibus ad centrum oscillationis deductis in ipso opere.

Theorema de positione centri gravitatis.

115. *Si impressio ad sistendum motum fiat in recta perpendiculari axi rotationis transeunte per centrum gravitatis, centrum gravitatis jacet inter centrum percussionis, & axem rotationis.* Nam PQ evasit major quam PG.

Theorema de duarum distantiarum producto.

116. *Productum sub binis distantiis illius ab his est constans, ubi axis rotationis sit in eodem plano quovis transeunte per centrum gravitatis cum eadem directione in quacunque distantia ab ipso centro gravitatis.* Nam ob $GQ = \frac{\int . A \times Ga^2}{M \times PG}$ erit $GQ \times PG = \frac{\int . A \times Ga^2}{M}$

Corollarium inde deductum.

117. *In eo casu punctum axis pertinens ad id planum, & centrum percussionis reciprocantur; cum nimirum productum sub binis eorum distantiis a constanti centro gravitatis sit constans.*

Axe rotationis abeunte in infinitum, centrum percussionis abire in centrum gravitatis.

118. *Abeunte axe rotationis in infinitum, ubi nimirum totum systema movetur tantummodo motu parallelo; centrum percussionis abit in centrum gravitatis.* Nam altera e binis distantiis excrescente in infinitum, debet altera evanescere. Porro is casus accidit semper etiam, ubi omnes massæ abeunt in unum punctum, quod erit tum ipsum gravitatis centrum to-

tius

tius systematis, & progredietur sine rotatione ante percussionem.

Abeunte axe rotationis in centrum gravitatis, nimirum quiescente ipso gravitatis centro, centrum percussionis abit in infinitum, nec ulla percussione applicata unico puncto motus sisti potest. Nam e contrario altera distantia evanescente, altera abit in infinitum.

Si axis rotationis transeat per centrum gravitatis, motum sisti non posse.

120. Corollarium V. *Centrum percussionis debet jacere in recta perpendiculari ad axem rotationis transeunte per centrum gravitatis.* Id evincitur per quartum e superioribus Theorematis. Solutio problematis adhibita exhibet solam distantiam centri percussionis ab axe illo rotationis. Nam demonstratio manet eadem, ad quodcunque planum perpendiculare axi reducantur per rectas ipsi axi parallelas & massæ omnes, & ipsum centrum gravitatis commune, adeoque inde non haberetur unicum centrum percussionis, sed series eorum continua parallela axi ipsi, quæ abeunte axe rotationis ejus directionis in infinitum, nimirum cessante conversione respectu ejus directionis, transit per centrum gravitatis juxta id Theorema. Porro si concipiatur planum quodvis perpendiculare axi rotationis, omnes massæ respectu rectarum perpendicularium axi priori in eo jacentium rotationem nullam habent, cum distantiam ab eo plano non mutent, sed ferantur secundum ejus directionem, adeoque respectu omnium directionum priori axi perpendicularium jacentium in eo plano res eodem modo se habet, ac si axis rotationis cujusdam ipsas respicientis in infinitum distet ab earum singulis, & proinde respectu ipsarum debet centrum percussionis abire ad distantiam, in qua est centrum gravitatis, nimirum jacere in eo planorum parallelorum omnes ejusmodi directiones continentium, quod transit per ipsum centrum gravitatis: adeoque ad sistendum penitus omnem motum, & ne pars altera procurrat ultra alteram, & eam vincat, debet centrum percussionis jacere in plano perpendiculari ad axem transeunte per centrum gravitatis, & debent in solutione problematis omnes massæ reduci ad id ipsum planum, ut præstitimus, non ad aliud quodpiam ipsi parallelum: ac eo pacto habebitur æquilibrium massarum, hinc & inde positarum, quarum ductarum in suas distantias ab eodem plano summæ hinc, & inde acceptæ æquabuntur inter se. Porro eo plano ad solutionem adhibito, patet ex ipsa solutione, centrum percussionis jacere in recta perpendiculari axi ducta per centrum gravitatis: jacet enim in recta, quæ a centro gravitatis ducitur ad illud punctum, in quo axis id planum secat, quæ recta ipsi axi perpendicularis toti illi plano perpendicularis esse debet.

Centri percussionis positio notabilis.

121. Corollarium VI. *Impactus in centro percussionis in corpus externa vi ejus motum sistens est idem, qui esset, si singulæ massæ incurrerent in ipsum cum suis velocitatibus respectivis*

Impactus in centrum percussionis qui fit.

vis redactis ad directionem perpendicularem plano transeunti per axem rotationis, & centrum gravitatis, sive si massarum summa in ipsum incurreret directione, & velocitate motus, qua fertur centrum gravitatis.

Demonstratio primæ partis.

122. Patet primum, quia debet in Q haberi vis contraria directioni illius motus perpendicularis plano transeunti per axem, & PG, par extinguendis omnibus omnium massarum velocitatibus ad eam directionem redactis, quæ vis itidem requireretur, si omnes massæ eo immediate devenirent cum ejusmodi velocitatibus.

Demonstratio secundæ.

123. Patet secundum ex eo, quod velocitas illa pro massa A sit $\frac{Pa}{PQ} \times V$, adeoque motus $\frac{A \times Pa}{PQ} \times V$, quorum motuum summa est $\frac{M \times PG}{PQ} \times V$. Est autem $\frac{PG}{PQ} \times V$ velocitas puncti G, quod punctum movetur solo motu perpendiculari ad PG, adeoque si massa totalis M incurrat in Q cum directione, & celeritate, qua fertur centrum gravitatis G, faciet impressionem eandem.

Impressio ubi fieri possit extra centrum percussionis cum eodem effectu.

124. Corollarium VII. *Potest motus sisti impressione facta etiam extra rectam PG, seu extra planum transiens per axem rotationis, & centrum gravitatis, nimirum si impressio fiat in quodvis punctum rectæ eidem plano perpendicularis, & transeuntis per Q, directione rectæ ipsius.* Nam per nexum inter id punctum, & Q statim impressio per eam rectam transfertur ab eo puncto ad ipsum Q.

Motus communicatus quovis impactu systemati quiescenti.

125. Corollarium VIII. *Contra vero si imprimatur dato cuidam puncto systematis quiescentis vis quædam motrix; invenietur facile motus inde communicandus ipsi systemati.* Nam ejusmodi motus erit is, qui contrario æquali impactu sisteretur. Determinatio autem regressu facto per ipsam problematis solutionem erit hujusmodi. Centrum gravitatis commune movebitur directione, qua egit vis, & velocitate, quam ea potest imprimere massæ totius systematis, quæ ad eam, quam potest imprimere massæ cuivis, est ut hæc posterior massa ad illam priorem, & si vis ipsa applicata fuerit ad centrum gravitatis, vel immediate, vel per rectam tendentem ad ipsum; systema sine ulla rotatione movebitur eadem velocitate: sin autem applicetur ad aliud punctum quodvis directione non tendente ad ipsum centrum gravitatis, præterea habebitur conversio, cujus axis, & celeritas sic invenietur. Per centrum gravitatis G agatur planum perpendiculare rectæ, secundum quam fit impactus, & notetur punctum Q, in quo eidem plano occurrit eadem recta. Per ipsum punctum G ducatur in eo plano recta perpendicularis ad QG, quæ erit axis quæsitus. Per punctum Q concipiatur alterum planum perpendiculare rectæ GQ, capian-

piantur omnes distantiæ perpendiculares omnium massarum A ab ejusmodi plano, æquales nimirum suis *a* Q: singularum quadrata ducantur in suas massas, & factorum summa dividatur per summam massarum, tum in recta G Q producta capiatur G P æqualis; ei quoto diviso per ipsam Q G, & celeritas puncti P revolventis circa axem inventum in circulo, cujus radius G P, erit æqualis celeritati inventæ centri gravitatis, directio autem motus contraria eidem. Unde habetur directio, & celeritas motus punctorum reliquorum systematis.

126. Patet constructio ex eo, quod ita motu composito movebitur systema circa axem immotum transeuntem per P, qui motus regressu facto a constructione tradita ad inventionem præmissam centri percussionis sisteretur impressione contraria, & æquali impressioni datæ. **Demonstratio.**

127. *Scholium*. Hoc postremo corollario definitur motus vi externa impressus systemati quiescenti. Quod si jam systema habuerit aliquem motum progressivum, & circularem, novus motus externa vi inductus juxta corollarium ipsum componendus erit cum priore, quod, quo pacto fieri debeat, hic non inquiram, ubi centrum percussionis persequor tantummodo. Ea perquisitio ex iisdem principiis perfici potest, & ejus ope patet, aperiri aditum ad inquirendas etiam mutationes, quæ ab inæquali actione Solis, & Lunæ in partes supra globi formam extantes inducuntur in diurnum motum, adeoque ad definiendam ex genuinis principiis præcessionem æquinoctiorum, & nutationem axis: sed ea investigatio peculiarem tractationem requirit. **Aditus ad perquisitiones ulteriores motu impresso systemati moto.**

128. Interea gradum hic faciam ad aliam notionem quandam centri percussionis, nihilo minus, imo etiam magis aptam ipsi nomini. Ad eam perquisitionem sic progrediar. **Transitus ad aliam notionem ejus centri.**

129. Problema. *Si systema datum gyrans data velocitate circa axem datum externa vi immotum incurrat in dato suo puncto in massam datam, delatam velocitate data in directione motus puncti ejusdem, quam massam debeat abripere secum; quæritur velocitas, quam ei massæ imprimet, & ipsum systema retinebit post impactum.* **Problema continens hanc ideam.**

130. Concipiatur totum systema projectum in planum perpendiculare axi rotationis transiens per centrum gravitatis G, in quo plano punctum conversionis sit P, massa autem in recta P G in Q. Velocitas puncti cujusvis systematis, quod distet ab axe per intervallum $= 1$, ante incursum sit $= a$, velocitas ab eodem amissa sit $= x$, adeoque velocitas post impactum $= a - x$, velocitas autem massæ Q ante impactum sit $= PQ \times b$. Erit ut 1 ad A P, ita x ad velocitatem amissam a massa A, quæ erit $AP \times x$. Erit autem ut 1 ad $a - x$ ita P Q ad velocitatem residuam in puncto systematis Q, quæ fiet $PQ \times (a - x)$, & ea erit itidem velocitas massæ Q post **Solutio: formulæ continentes motum massæ in quam incidit, & suum reliquum.**

impactum, adeoque massa Q acquiret velocitatem $PQ \times \overline{a-b-x}$. sive posito $a-b=c$, habebitur $PQ \times (c-x)$. Porro ex mutuo nexu massæ A cum P, & Q erit $Q \times PQ$ ad $A \times AP$, ut effectus ad velocitatem pertinens in $A = AP \times x$ ad effectum in $Q = \frac{A \times AP^2}{Q \times QP} \times x$. Summa horum effectuum provenientium e massis omnibus erit æqualis velocitati acquisitæ in Q. Nimirum $\frac{\int . A \times AP^2}{Q \times QP} \times x = QP \times c - QP \times x$, sive $\frac{\int . A \times AP^2 + Q \times QP^2}{Q \times QP} \times x = QP \times c$, & $x = \frac{Q \times QP^2}{\int . A \times AP^2 + Q \times QP^2} \times c$. Dato autem x datur $a-x$, & is valor ductus in distantiam puncti cujusvis systematis, vel etiam massæ Q, exhibebit velocitatem quæsitam. *Q.E.F.*

Casus particulares, ad quos applicari potest.

131. *Scholium*. Formula habet locum etiam pro casu, quo massa Q quiescat, vel quo feratur contra motum systematis, dummodo in primo casu fiat $b=0$, & $c=a$, ac in secundo valor b mutetur in negativum, adeoque sit $c=a+b$. Posset etiam facile applicari ad casum, quo in conflictu ageret elasticitas perfecta vel imperfecta. Determinatio tradita exhiberet partem effectus in collisione facti tempore amissæ figuræ, ex quo effectus debitus tempori totius collisionis usque ad finem recuperatæ figuræ colligitur facile, duplicando priorem, vel augendo in ratione data, uti fit in collisionibus.

Ejusdem ulterior extensio.

132. Itidem locum habet pro casu, quo massa nova non jaceat in Q in recta PG, sed in quovis alio puncto plani perpendicularis axi transeuntis per G, ex quo si intelligatur perpendiculum in PG ei occurrens in Q; idem prorsus erit impactus ibi, qui esset in Q, translata actione per illam systematis rectam. Quin imo si Q non jaceat in eo plano perpendiculari ad axem, quod transit per centrum gravitatis, sed ubivis extra, res eodem redit, dummodo per id punctum concipiatur planum perpendiculare axi illi immoto per vim externam ad quod planum reducatur centrum gravitatis, & quævis massa A; vel si ipsa massa Q cum reliquis reducatur ad quodvis aliud planum perpendiculare axi. Omnia eodem recidunt ob id ipsum, quod axis externa vi immotus sit. Sed jam ex generali solutione problematis deducemus plura Corollaria.

Relatio ad centrum oscillationis.

133. *Corollarium* I. Si distantia centri oscillationis totius systematis ab axe P dicatur R, distantia centri gravitatis G, massa tota M, habebitur $x = \frac{Q \times PQ^2}{M \times G \times R + Q \times PQ^2} \times c$, &

$c =$

$\frac{c}{x} = \frac{M \times G \times R}{Q \times PQ^2} + 1$. Patet ex eo, quod ex natura centri oscillationis habetur $R = \frac{\int . A \times AP^2}{M \times G}$, adeoque $\int . A \times AP^2 = M \times G \times R$.

134. *Corollarium* II. Velocitas acquisita a massa Q erit $\frac{M \times G \times R \times PQ}{M \times G \times R + Q \times PQ^2} \times c$. Est enim ea velocitas $PQ \times (c - x)$, sive $PQ \times (c - \frac{Q \times PQ^2}{M \times G \times R + Q \times PQ^2} \times c)$, quod reductum ad eundem denominatorem elisis terminis contrariis eo redit. Expressio velocitatis in massa simplicior ope illius.

133. *Corollarium* III. Si manente velocitate circulari systematis tota ejus massa concipiatur collecta in unico puncto jacente inter centra gravitatis, & oscillationis, cujus distantia a puncto conversionis sit media geometrice proportionalis inter distantias reliquorum punctorum, vel in eadem distantia ex parte opposita; velocitas eadem imprimeretur novæ massæ in quovis puncto sitæ. Tunc enim abiret in illud punctum utrumque centrum, & valor $G \times R$ esset idem, ac prius, nimirum æqualis quadrato ejus distantiæ ab axe, quod quadratum est positivum etiam, si distantia accepta ex parte opposita fiat negativa. Ubi colligendum esset totum systema ad eandem velocitatem imprimendam massæ.

136. *Corollarium* IV. Si capiatur hinc, vel inde in PG segmentum, quod ad distantiam ejus puncti ab axe sit in subduplicata ratione massæ totius systematis ad massam Q; ipsa massa Q in quatuor distantiis ab axe, binis hinc, & binis inde, quarum binarum producta æquentur singula quadrato ejus segmenti, acquiret velocitatem in omnibus eandem magnitudine, licet in binis directionis contrariæ, & ea fiet maxima, ubi ipsa massa sit in fine ejus segmenti ex parte axis ultralibet. Erit enim velocitas acquisita directe ut $\frac{M \times G \times R \times PQ}{M \times G \times R + Q \times PQ^2} \times c$, vel dividendo per constantem $\frac{M \times G \times R}{Q} \times c$, & ponendo illud segmentum $= \pm T$, cujus quadratum T^2 debet esse $= \frac{M}{Q} \times G \times R$, erit directe ut $\frac{PQ}{T^2 + PQ^2}$, adeoque reciproce ut $\frac{T^2}{PQ} + PQ$. Is autem In quot, & quibus distantiis ab axe massa eandem ex impactu velocitatem acquireret: ubi maximam.

valor

valor manet idem, si pro PQ ponantur bini valores, quorum productum æquetur T^2, migrante tantummodo altera binomii parte in alteram. Si enim alter valor sit m, erit alter $\frac{T^2}{m}$; & posito illo pro PQ: habetur $\frac{T^2}{m} + m$, posito hoc habetur $\frac{T^2 m}{T^2} + \frac{T^2}{m}$, sive $m + \frac{T^2}{m}$. Sed cum eæ distantiæ abeunt ad partes oppositas, fiunt $-m$, & $\frac{T^2}{m}$, migrante in negativum etiam valore formulæ, quod ostendit directionem motus contrariam priori, systemate nimirum hinc, & inde ab axe in partibus oppositis habente directiones motuum oppositas.

Demonstratio determinationis maximi.

137. Quoniam autem assumpto quovis valore finito pro PQ, formula $\frac{T^2}{PQ} + PQ$ est finita, & evadit infinita facto PQ tam infinito, quam $= 0$; patet in hisce postremis duobus casibus velocitatem e contrario evanescere, in reliquis esse finitam, adeoque alicubi debere esse maximam. Non potest autem esse maxima, nisi ubi ad eandem magnitudinem redit, quod accidit in transitu PQ per utrumvis valorem $\pm T$, circa quem hinc & inde valores æquales sunt. Ibi igitur id habetur maximum.

Maximi determinatio per calculum differentialem.

138. *Scholium* 2. Libuit sine calculo differentiali invenire illud maximum, quod ope calculi ipsius admodum facile definitur. Ponatur $T = t$, & $PQ = z$. Fiet formula $\frac{t^2}{z} + z$, & differentiando $-\frac{t^2 dz}{zz} + dz = 0$, sive $-t^2 + z^2 = 0$, vel $z^2 = t^2$, & $z = \pm t$, sive $PQ = \pm T$, ut in corollario 4 inventum est.

Duæ aliæ acceptiones centri percussionis, & ejus determinatio ex superioribus.

139. Licebit autem jam ex postremis duobus corolariis deducere alias duas notiones centri percussionis, cum suis eorundem determinationibus. Potest primo appellari centrum percussionis illud punctum, in quo tota systematis massa collecta eandem velocitatem imprimeret massæ eidem incurrendo in eam eodem suo puncto cum eadem velocitate, quæ videtur omnium aptissima centri percussionis notio. Centrum percussionis in ea acceptione determinatur admodum eleganter ope corollarii 3: jacet nimirum inter centrum gravitatis, & centrum oscillationis ita, ut ejus distantia ab axe rotationis sit media geometrice proportionalis inter illorum distantias, vel ubivis in recta axi parallela ducta per punctum ita inventum. Potest secundo appellari centrum percussionis illud punctum, per quod si fiat percussio, imprimitur velocitas omnium maxima massæ, in

quam

quam incurritur. In hac acceptione centrum percussionis itidem eleganter determinatur per corollarium quartum, mutando eam distantiam in ratione subduplicata massæ, in quam incurritur, ad massam totius systematis.

140. In hoc secundo sensu acceptum, & investigatum esse centrum percussionis a summo Geometra Celeberrimo Pisano Professore Perrellio, nuper mihi significavit Vir itidem Doctissimus, & Geometra insignis Eques Mozzius, qui & suam mihi ejus centri determinationem exhibuit pro casu systematis continentis unicam massam in rectilinea virga inflexili.

A quo ita consideratum, & pro particulari casu determinatum.

141. Libuit rem longe alia methodo hic erutam generaliter, & cum superioribus omnibus conspirantem, ac ex iis sponte propemodum profluentem proponere, ut innotescat mira sane fœcunditas Theorematis simplicissimi pertinentis ad rationem virium compositarum in systemate massarum trium. Sed de his omnibus jam satis.

Hic generalius, & aliter determinatum ad fœcunditatem Theoriæ ostendendam.

Dabam Florentiæ 17. Junii 1758.

FINIS.



CATALOGUS
OPERUM
P. ROGERII JOSEPHI BOSCOVICH S. J.
impressorum usque ad initium anni 1763.

Opera, & opuscula justæ molis. — *Annus primæ edition.*

SOpra il Turbine, che la notte tra gli 11, e 12 Giugno del 1749 danneggiò una gran parte di Roma. Dissertazione del P. Ruggiero Giuseppe Boscovich della Comp. di Gesù. In Roma appresso Nicolò, e Marco Pagliarini, in 8. 1749

Elementorum Matheseos tomi tres, in 4. *Prodierunt anno 1752 sub titulo*, Elementorum Matheseos ad usum studiosæ juventutis, tomi primi pars prima complectens Geometriam planam, Arithmeticam vulgarem, Geometriam Solidorum, & Trigonometriam cum planam, tum sphæricam. Pars altera, in qua Algebræ finitæ elementa traduntur. Romæ: excudebat Generosus Salomoni. *Iis binis tomis sine nova eorum impressione mutatus est titulus anno 1754 in hunc*, Elementorum Universæ Matheseos Auctore P. Rogerio Josepho Boscovich Soc. Jesu Publico Matheseos Professore Tomus I continens &c. Tomus II continens &c, *& adjectus est sequens*. 1752

Tomus III continens Sectionum Conicarum Elementa nova quadam methodo concinnata, & Dissertationem de Transformatione locorum Geometricorum, ubi de Continuitatis lege, ac de quibusdam Infiniti mysteriis: *Typis iisdem ejusdem Generosi Salomoni omnes in 8. Extat eorundem impressio Veneta anni 1758, sed typorum mendis deformatissima*. 1754

De Litteraria Expeditione per Pontificiam ditionem ad dimetiendos duos Meridiani gradus, & corrigendam mappam geographicam, jussu, & auspiciis Benedicti XIV. P. M. suscepta a Patribus Soc. Jesu Christophoro Maire, & Rogerio Josepho Boscovich. Romæ 1755. In Typographio Palladis. excudebant Nicolaus, & Marcus Palearini, in 4. *Quidquid eo volumine continetur, est* Patris Boscovich *præter bina brevia opuscula* Patris Maire, *quæ ipse* P. Boscovich *inseruit. Prostat etiam Mappa Geographica ditionis Pontificiæ delineata a* P. Maire *ex observationibus utrique communibus*. 1755

De Inæqualitatibus, quas Saturnus, & Jupiter sibi mutuo videntur inducere, præsertim circa tempus conjunctionis. Opusculum ad Parisiensem Academiam transmissum, & nunc primum editum. Auctore P. Rogerio Josepho Boscovich Soc. Jesu; Romæ: ex Typographia Generosi Salomoni, in 8. 1756

Philosophiæ Naturalis Theoria redacta ad unicam legem virium in Natura existentium Auctore P. Rogerio Jos. Boscovich S. J. publico Matheseos Professore in Collegio Romano. *Prostat Viennæ Austriæ in Officina libraria Kaliwodiana: in 4. In fine accedit Epistola ad* P. Carolum Scherffer Soc. Jesu. *Habetur secunda editio Viennensis paullo posterior: tertia hic exhibetur: Epistola habetur in ejus Supplementis*. 1758

1747 CAroli Noceti e Societate Jesu de Iride, & Aurora Boreali Carmina... cum notis Josephi Rogerii Boscovich ex eadem Societate. Romæ: excudebant Nicolaus, & Marcus Palearini, in 4. *Perperam nomen* Josephi *antepositum est ibi nomini* Rogerii.

1755 Philosophiæ Recentioris a Benedicto Stay in Romano Archigymnasio Publico Eloquentiæ Professore.... cum adnotationibus, & Supplementis P. Rogerii Josephi Boscovich S. J. in Collegio Rom. Publici Matheseos Professoris. Tomus I. Romæ: Typis, & sumptibus Nicolai, & Marci Palearini, in 8. *Duæ ejus editiones prodierunt simul.*

1760 Tomus II Romæ: Typis, & sumptibus Nicolai, & Marci Palearini, in 8.

In singulis ex hisce tribus voluminibus ea, quæ ad P. Boscovich pertinent, efficerent per se ipsa justum volumen. In solis primi Stayani tomi supplementis occurrunt 39. ipsius Dissertationes de variis argumentis pertinentibus potissimum ad Metaphysicam, & Mechanicam.

Dissertationes impressæ pro exercitationibus annuis, & publice propugnatæ: omnes in 4.

1736 DE Maculis Solaribus. Exercitatio Astronomica habita in Collegio Romano Soc. Jesu. Romæ: ex Typographia Komarek.

1737 De Mercurii novissimo infra Solem transitu. Dissertatio habita in Seminario Romano. Romæ, Typis Antonii de Rubeis.

Constructio Geometrica Trigonometriæ sphæricæ. Romæ, ex Typographia Komarek. *Hujus titulus vel est hic ipse, vel parum ab hoc differt.*

1738 De Aurora Boreali Dissertatio habita in Seminario Romano. Romæ: Typis Antonii de Rubeis. *Eadem eodem anno edita fuit etiam typis Komarek.*

1739 De Novo Telescopii usu ad objecta cælestia determinanda. Dissertatio habenda a PP. Soc. Jesu in Collegio Romano. Romæ, ex Typographia Komarek. *Extat recusa sine ulla mutatione in Actis Lipsiensibus ad annum* 1740.

De Veterum argumentis pro Telluris sphæricitate. Dissertatio habita in Seminario Romano Soc. Jesu. Romæ: Typis Antonii de Rubeis.

Dissertatio de Telluris Figura habita in Seminario Romano Soc. Jesu. Romæ: Typis Antonii de Rubeis. *Eadem prodiit in* 8. *anno* 1744 *in opere, cui titulus* Memorie &c. In Lucca per li Salani, e Giuntini, & *in titulo additur*: nunc primum aucta, & illustrata ab ipsomet Auctore; *sed ea editio scatet typorum erroribus, ut & reliqua inferius nominanda in eadem collectione inserta.*

1740 De Circulis Osculatoribus. Dissertatio habenda a PP. Societatis Jesu in Collegio Romano. Romæ: ex Typographia Komarek.

De Motu corporum projectorum in spatio non resistente. Dissertatio habita in Seminario Romano Soc. Jesu. Romæ: Typis Antonii de Rubeis.

1741 De Natura, & usu infinitorum, & infinite parvorum. Dissertatio habita in Collegio Romano Soc. Jesu. Romæ: ex Typographia Komarek.

De Inæqualitate gravitatis in diversis Terræ locis. Dissertatio habita in Seminario Romano Soc. Jesu. Romæ: Typis Antonii de Rubeis. *Annus primæ edition.*

De Annuis Fixarum aberrationibus. Dissertatio habita in Collegio Romano Societatis Jesu. Romæ: ex Typographia Komarek. 1742

De Observationibus Astronomicis, & quo pertingat earundem certitudo. Dissertatio habita in Seminario Romano Soc. Jesu. Romæ: Typis Antonii de Rubeis.

Disquisitio in Universam Astronomiam publicæ Disputationi proposita in Collegio Romano Soc. Jesu. Romæ: ex Typographia Komarek.

De Motu Corporis attracti in centrum immobile viribus decrescentibus in ratione distantiarum reciproca duplicata in spatiis non resistentibus. Dissertatio habita in Collegio Romano. Romæ: Typis Komarek. *Eadem prodiit anno 1747 sine ulla mutatione in Commentariis Acad. Bononiensis Tom. II. par. III.* 1743

Nova methodus adhibendi phasium observationes in Eclipsibus Lunaribus ad exercendam Geometriam, & promovendam Astronomiam. Dissertatio habita in Collegio Romano. Romæ: ex Typographia Komarek. *Eadem prodiit, in 8. anno 1747 cum exigua mutatione, vel additamento in Opere superius memorato, cui titulus* Memorie &c. In Lucca per li Salani, e Giuntini. 1744

De Viribus Vivis Dissertatio habita in Collegio Romano Soc. Jesu. Romæ: Typis Komarek. *Eadem prodiit anno 1747 sine ulla mutatione in Commentariis Acad. Bonon. To. II. par. III, & in Germania pluribus vicibus est recusa.* 1745

De Cometis. Dissertatio habita a PP. Soc. Jesu in Collegio Rom. Romæ: ex Typographia Komarek. 1746

De Æstu Maris Dissertatio habita a PP. Soc. Jesu in Collegio Romano. Romæ: ex Typographia Komarek. *Ea est Dissertationis pars 1.; secunda pars nunquam prodiit. Quæ pro illa fuerant destinata, habentur in Opere* De Expeditione Litteraria, *& in supplementis Philosophiæ Stayanæ tomo* II. 1747

Dissertationis de Lumine pars prima publice propugnata in Seminario Romano Soc. Jesu. Romæ: Typis Antonii de Rubeis. 1748

Dissertationis de Lumine pars secunda publice propugnata a PP. Soc. Jesu in Collegio Romano. Romæ: ex Typographia Komarek.

De Determinanda Orbita Planetæ ope Catoptricæ, ex datis vi, celeritate, & directione motus in dato puncto. Exercitatio habita a PP. Soc. Jesu in Collegio Romano, Romæ: ex Typographia Komarek. 1749

De Centro Gravitatis. Dissertatio habita in Collegio Romano Soc. Jesu. Romæ: ex Typographia Komarek. *Eadem paullo post prodiit iterum cum sequenti titulo, & additamento.* De Centro Gravitatis. Dissertatio publice propugnata in Collegio Romano Soc. Jesu Auctore P. Rogerio Josepho Boscovich Societatis ejusdem. Editio altera. Accedit Disquisitio in centrum Magnitudinis, qua quædam in ea Dissertatione proposita, atque alia iis affinia demonstrantur. Romæ, Typis, & sumptibus Nicolai, & Marci Palearini. 1751

De Lunæ Atmosphæra. Dissertatio habita a PP. Soc. Jesu in Collegio Romano. Romæ: ex Typographia Generosi Salomoni. *Multa eorundem typorum exemplaria prodierunt paullo post cum nomine Auctoris in ipso titulo, & cum exigua unius loci mutatione.* 1753

De Continuitatis Lege, & Consectariis pertinentibus ad prima materiæ ele- 1754

Annus primæ editionis. elementa, eorumque vires. Dissertatio habita a PP. Societatis Jesu in Collegio Romano. Romæ: ex Typographia Generosi Salomoni.

1755 De Lege virium in Natura existentium. Dissertatio habita a PP. Soc. Jesu in Collegio Romano. Romæ: Typis Generosi Salomoni.

De Lentibus, & Telescopiis dioptricis. Dissertatio habita in Seminario Romano. Romæ: ex Typograhia Antonii de Rubeis.

Plures ex hisce Dissertationibus prodierunt etiam iisdem typis, sed cum alio titulo, habente non locum, ubi sunt habitæ, vel propugnatæ, sed tantummodo nomen Auctoris. In hac postrema mutatæ sunt binæ paginæ, posteaquam plurima exemplaria fuerant distracta. In prioribus tribus sunt pauca quædam mutata, vel addita a P. Horatio Burgundio *adhuc Professore Matheseos in Collegio Romano, qui fuerat ejus Præceptor; sed eo jam ad Dissertationes ejusmodi conscribendas utebatur.*

Eæ omnes, quæ pertinent ad Seminarium Romanum, habent in ipso titulo adscripta nomina Nobilium Convictorum, qui illas propugnarunt, & sub eorum nomine referuntur plures ex iis in Actis Lipsiensibus.

Multa pertinentia ad ipsum P. Boscovich *habentur in binis Dissertationibus, quarum tituli,* Synopsis Physicæ Generalis, & De Lumine, *quarum utraque est edita* Romæ anno 1754, Typis Antonii de Rubeis, in 4. *Id ibidem testatur earundem Auctor (is est* P. Carolus Benvenutus Soc. ejusdem*) affirmans, ea sibi ab eodem* P. Boscovich *fuisse communicata.*

Habetur etiam ampliatio solutionis cujusdam problematis pertinentis ad Auroram Borealem, soluti in adnotationibus ad Carmen P. Noceti, *insertæ in quadam Dissertatione impressa Romæ circa annum 1756, & publice propugnata, cujus Auctor est* P. Lunardi *Soc. Jesu, qui affirmat ibidem, se eandem acceptam ab ipso* P. Boscovich *proponere ejusdem verbis.*

S*Ubjiciemus jam bina opuscula Italica, quæ communi nomine PP.um Le Seur, Jacquier, ac suo conscripsit ipse* P. Boscovich. *Utrumque est sine loco impressionis, & nomine Typographi; impresserunt autem Palearini Fratres Romæ jussu Præsulis, qui tum curabat Fabricam S. Petri, a quo & publice distributa sunt per Urbem.*

1742 Parere di tre Matematici, sopra i danni, che si sono trovati nella Cupola di S. Pietro sul fine del 1742, dato per ordine di Nostro Signore Benedetto XIV, in 4. *In fine opusculi habentur subscripta omnium tria nomina.*

1743 Riflessioni de' PP. Tomaso Le Seur, Francesco Jacquier dell' Ordine de' Minimi, e Ruggiero Giuseppe Boscovich della Comp. di Gesù sopra alcune difficoltà spettanti i danni, e risarcimenti della Cupola di S. Pietro proposte nella Congregazione tenutasi nel Quirinale a' 20 Gennaro 1743, e sopra alcune nuove Ispezioni fatte dopo la medesima Congregazione.

1757 *Habentur itidem Italico sermone binæ ex iis, quas Itali vocant* Scritture, *pro quadam lite Ecclesiæ S. Agnetis Romanæ, pertinentes ad aquarum cursum Romæ editæ anno 1757.*

Inserta.

N*Unc faciemus gradum ad inserta in Publicis Academiarum monumentis, in diariis, in collectionibus, & in privatorum Auctorum Operibus.*

In

In Monumentis Acad. Bononiensis. *Annus primæ editionis.*

P*Rater reimpressionem binarum Dissertationum in To.* II, *de quibus supra, habetur in To.* IV De Litteraria Expeditione per Pontificiam ditionem. *Est Synopsis amplioris Operis, ac habentur plura ejus exemplaria etiam seorsum impressa.* 1757

In Romano Litteratorum diario vulgo Giornale de' Letterati appresso i Fratelli Pagliarini.

D'Un' antica villa scoperta sul dosso del Tuscolo: d'un antico Orologio a Sole, e di alcune altre rarità, che si sono tra le rovine della medesima ritrovate. Luogo di Vitruvio illustrato. *Ibi ejus schediasmatis Auctor profert, uti ipse profitetur, quæ singillatim audierat ab ipso* P. Boscovich. 1746

Dimostrazione facile di una principale proprietà delle Sezioni Coniche, la quale non dipende da altri Teoremi conici, e disegno di un nuovo metodo di trattare questa dottrina.

Dissertazione della Tenuità della Luce Solare. Del P. Ruggiero Gius. Boscovich Matematico del Collegio Romano. 1747

Dimostrazione di un passo spettante all'angolo massimo, e minimo dell' Iride, cavato dalla prop. IX par. 2 del libro I dell'Ottica del Newton con altre riflessioni su quel capitolo. Del P. Ruggiero Gius. Boscovich della Comp. di Gesù.

Metodo di alzare un Infinitinomio a qualunque potenza. Del P. Ruggiero Gius. Boscovich.

Parte prima delle Riflessioni sul metodo di alzare un Infinitinomio a qualunque potenza. Del P. Ruggiero Gius. Boscovich della Comp. di Gesù. 1748

Parte seconda &c.

Soluzione Geometrica di un Problema spettante l'ora delle alte, e basse maree, e suo confronto con una soluzione algebraica del medesimo data dal Sig. Daniele Bernoulli. Del P. Ruggiero Giuseppe Boscovich della Compagnia di Gesù.

Dialogi Pastorali V sull'Aurora Boreale del P. Ruggiero Gius. Boscovich della Comp. di Gesù.

Dimostrazione di un metodo dato dall'Eulero per dividere una frazione razionale in più frazioni più semplici con delle altre riflessioni sulla stessa materia. 1749

Lettera del P. Ruggiero Gius. Boscovich della Comp. di Gesù al Sig. Ab. Angelo Bandini in risposta alla lettera del Sig. Ernesto Freeman sopra l'Obelisco d'Augusto. *Nomen* Freeman *est fictitium, Auctorem denotans Neapoli latentem, & aliis Operibus satis notum. Extat eadem etiam in folio.* 1750

Altera de eodem Obelisco admodum prolixa Epistola, Italice, & Latine scripta ad eundem Bandinium *suo nomine ab ipso* P. Boscovich *habetur in ejusdem Bandinii Opere, cui titulus,* De Obelisco Cæsaris Augusti e Campi Martii ruderibus nuper eruto. Commentarius Auctore Angelo Maria Bandinio. Romæ apud Fratres Palearinos, in folio. *Ibidem in fine habetur alia epistola itidem admodum prolixa de eodem argumento nomine* Stuarti, *e cujus schedis relictis apud Cardina-*

Annus primæ editio. *dinalem Valentium in ejus discessu ab Urbe eam Epistolam conscripsit, ac ejus comperta illustravit, ac auxit ipse* P. Boscovich.
1753 Osservazioni dell' ultimo passaggio di Mercurio sotto il Sole seguito a' 6. di Maggio 1753, fatte in Roma, e raccolte dal P. Ruggiero Giuf. Boscovich della Comp. di Gesu con alcune riflessioni sulle medesime.

In aliis Monumentis.

IN *Collectione Opusculorum Lucensi cui titulus*: Memorie sopra la Fisica, e Istoria naturale di diversi Valentuomini. In Lucca per li Salani, e Giuntini, in 8., *præter binas dissertationes, de quibus supra, habetur*.

1743 Problema Mechanicum de solido maximæ attractionis solutum a P. Rogerio Josepho Boscovich Soc. Jesu Publico Professore Matheseos in Collegio Romano: Tomo I.

1757 De Materiæ divisibilitate, & Principiis corporum. Dissertatio conscripta jam ab anno 1748, & nunc primum edita. Auctore P. Rogerio Jos. Boscovich Soc. Jesu, To. IV.

Omnium horum quatuor Opusculorum habentur etiam exemplaria seorsum impressa.

1745 *In editione Elementorum Geometriæ* Patris Tacqueti *facta Romæ sumptibus* Venantii Monaldini, Typis Hieronymi Mainardi, in 8. habetur Trigonometria sphærica P. Rogerii Josephi Boscovich, *quæ deinde adhuc magis expolita prodiit Tomo I. ejus* Elementorum Matheseos. *Habetur præterea ibidem Tractatus* De Cycloide, & Logistica, *qui etiam seorsum impressus est iisdem typis.*

1752 *In Opere Comitis Joannis Baptistæ Soardi, cui titulus*, Nuovi instrumenti &c. in Brescia dalle stampe di Gio. Battista Rizzardi, in 4., *habentur binæ epistolæ Italicæ ipsius* P. Boscovich *de Curvis quibusdam, cum figuris, & demonstrationibus.*

1758 *In Optica Abbatis De la* Caille *latine reddita* a P. Carolo Scherffer Soc. Jesu, *& impressa Viennæ in Austria habetur schediasma* Patris Boscovich de Micrometro objectivo.

In postremo tomo Commentar. Academiæ Parisiensis in Historia, & in uno e tomis *Correspondentium ejusdem Academiæ, creditur esse breve aliquid pertinens ad ipsum* P. Boscovich. *Est aliquid etiam in diario Gallico* Journal des çavans, *& fortasse in Anglicanis Transactionibus, atque alibi insertum hisce itinerum annis.*

Poetica.

1753 P. Rogerii Josephi Boscovich Soc. Jesu inter Arcades Numenii Anigrei Ecloga recitata in publico Arcadum consessu primo Ludorum Olympicorum die, quo die Michael Joseph Morejus Generalis Arcadiæ Custos illustrium Poetarum Arcadum effigies formandas jaculorum ludo substituerat. Romæ in 8. *Extat eadem iisdem Typis etiam in Collectione tum impressa omnium, quæ ea occasione sunt recitata.*

Stanislai Poloniæ Regis, Lotharingiæ, ac Barri Ducis, & inter Arcades Enthimii Aliphiraei, dum ejus effigies in publico Arcadum Cœtu erigeretur, Apotheosis. Auctore P. Rogerio Josepho Boscovich Soc. Jesu inter Arcades Numenio Anigreo. Romæ ex Typographia Generosi Salomoni, in 8. *Est poema versu heroico. Idem autem recusum fuit Nancei cum versione Gallica* Domini Cogolin.

Pro

Pro Benedicto XIV. P. M. Soteria. *Est itidem poema Heroicum ejusdem* P. Boscovich *pertinens vel ad hunc, vel ad superiorem annum: est autem impressum* Romæ in 4. apud Fratres Palearinos, *occasione periculi mortis imminentis, evitati a Pontifice convalesceute.* *Annus primæ edition.* 1757

In Nuptiis Joannis Corrarii, & Andrianæ Pisauriæ e nobilissimis Venetæ Reip. Senatoriis familiis. Carmen P. Rogerii, Jos. Boscovich S. J. Publici in Romano Collegio Matheseos Professoris. Romæ: ex Typographio Palladis: excudebant Nicolaus, & Marcus Palearini, in 4. 1758

De Solis, ac Lunæ defectibus libri V P. Rogerii Josephi Boscovich Societatis Jesu ad Regiam Societatem Londinensem, Londini 1760. in 4. *Non habetur nomen Typographi, qui impressit, sed Bibliopolarum quorum sumptibus est impressum: deest hic ejus editionis exemplar, ex quo ea nomina correcte describantur. Idem recusum fuit anno 1761 Venetiis apud Zattam in 8.° cum exiguo additamento in fine, & cum hoc catalogo, quem inde huc derivavimus. Habentur in adnotationibus bina Epigrammata cum versionibus Italicis, sive Sonetti.* 1760

Est & aliud ejus poema Heroicum anno 1756 impressum Viennæ in Austria in collectione carminum facta occasione inaugurationis novarum Academiæ Viennensis ædium.

Sunt & epigrammata nonnulla in Collectionibus Arcadum, inter quæ unum pro recuperata valetudine Joannis V *Lusitaniæ Regis, & unum pro Rege tum utriusque Siciliæ, & nunc Hispaniæ, ac pro Regina ejus conjuge.*

Extant etiam pauca admodum exemplaria unius ex illis, quas in Italia appellamus Cantatine, *impressa Viterbii anno 1750 pro Visitatione B. Mariæ Virginis, in qua sex, quas dicimus* Ariette, *profanæ ad sacrum argumentum transferendæ erant, manente Musica, & inter se connectendæ.*



MONITUM.

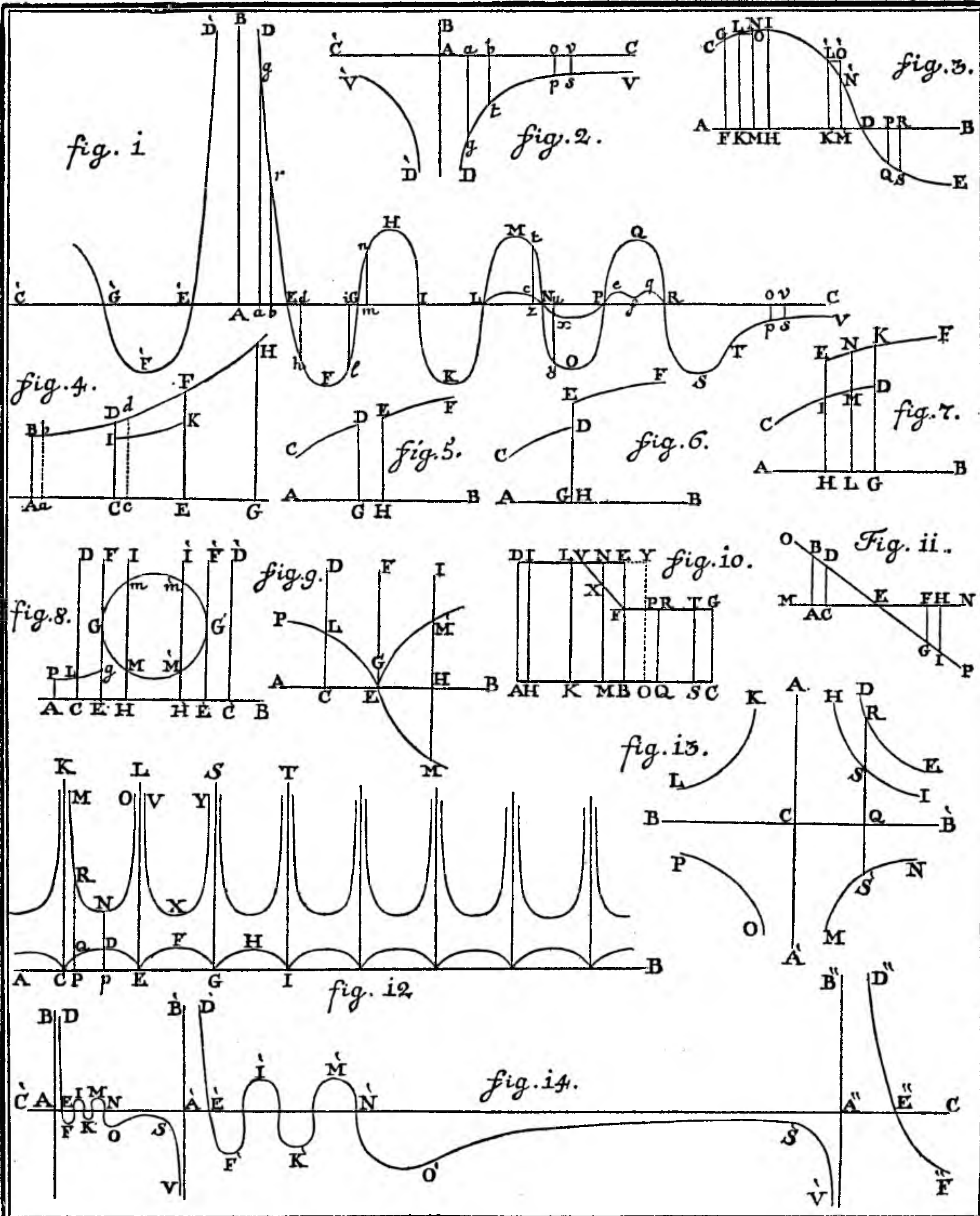
In numeris quibus initia paragraphorum indicantur irrepſerunt errores aliquot, quod cum ad reviſionem afferrentur paginæ ſine ullo ordine; iis, quos Protos vocant, injunctum fuerat, ut ad eorum numerorum ordinem, & correctionem animum adverterent, quod in ſe receperant. Sunt autem hujuſmodi:

Pag.	*lin.*	*Errata*	*Corrige*
63	39	143.	142.
108	47	236.	235.
131	24	278.	277.
138	34	295.	294.
305	3	deeſt	119.
309	8	133.	135.

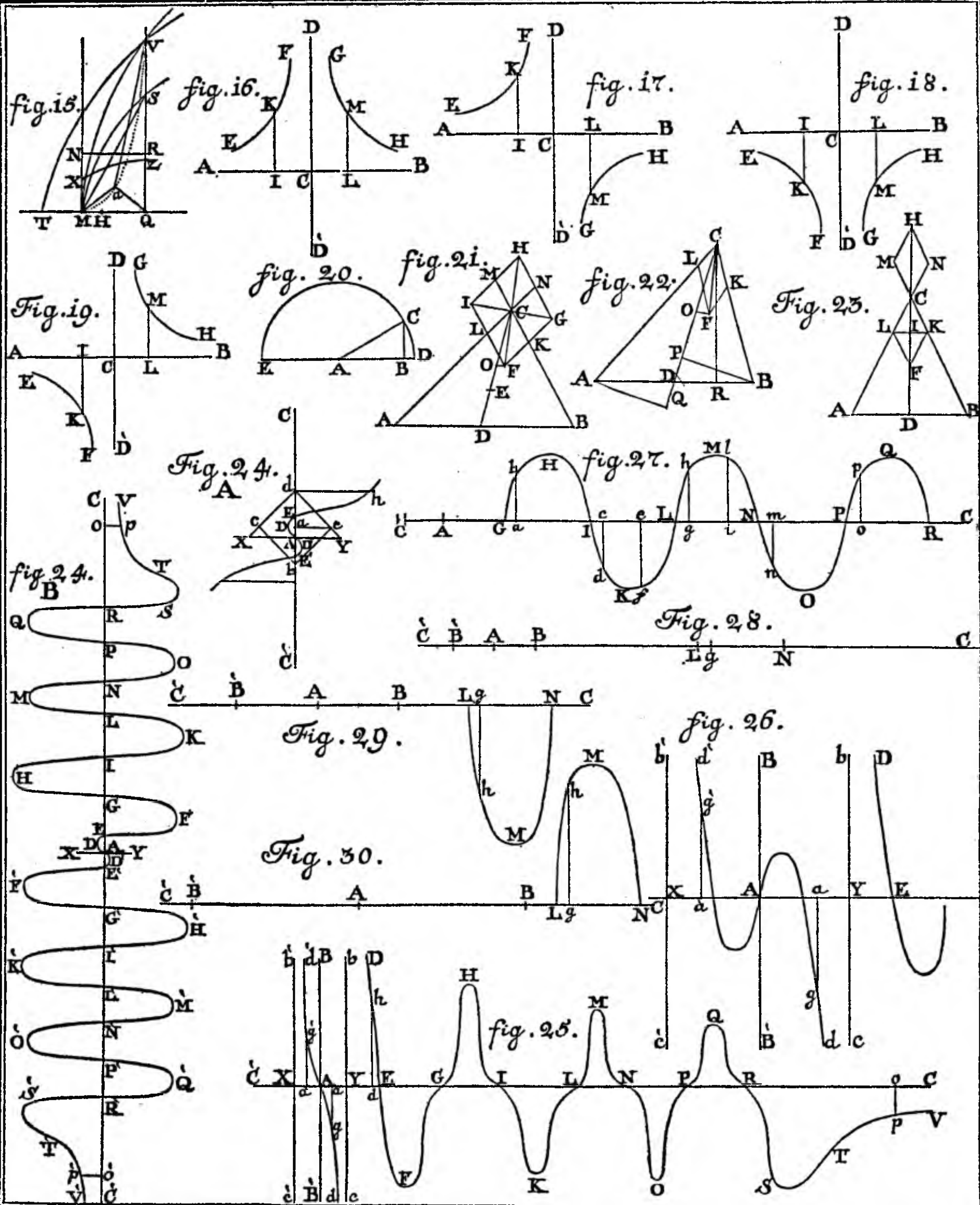
Præterea in pluribus exemplaribus deeſt notula marginalis numeri 332, quæ in aliis plurimis habetur, & eſt hujuſmodi: *Et caſus jacentium extra*.

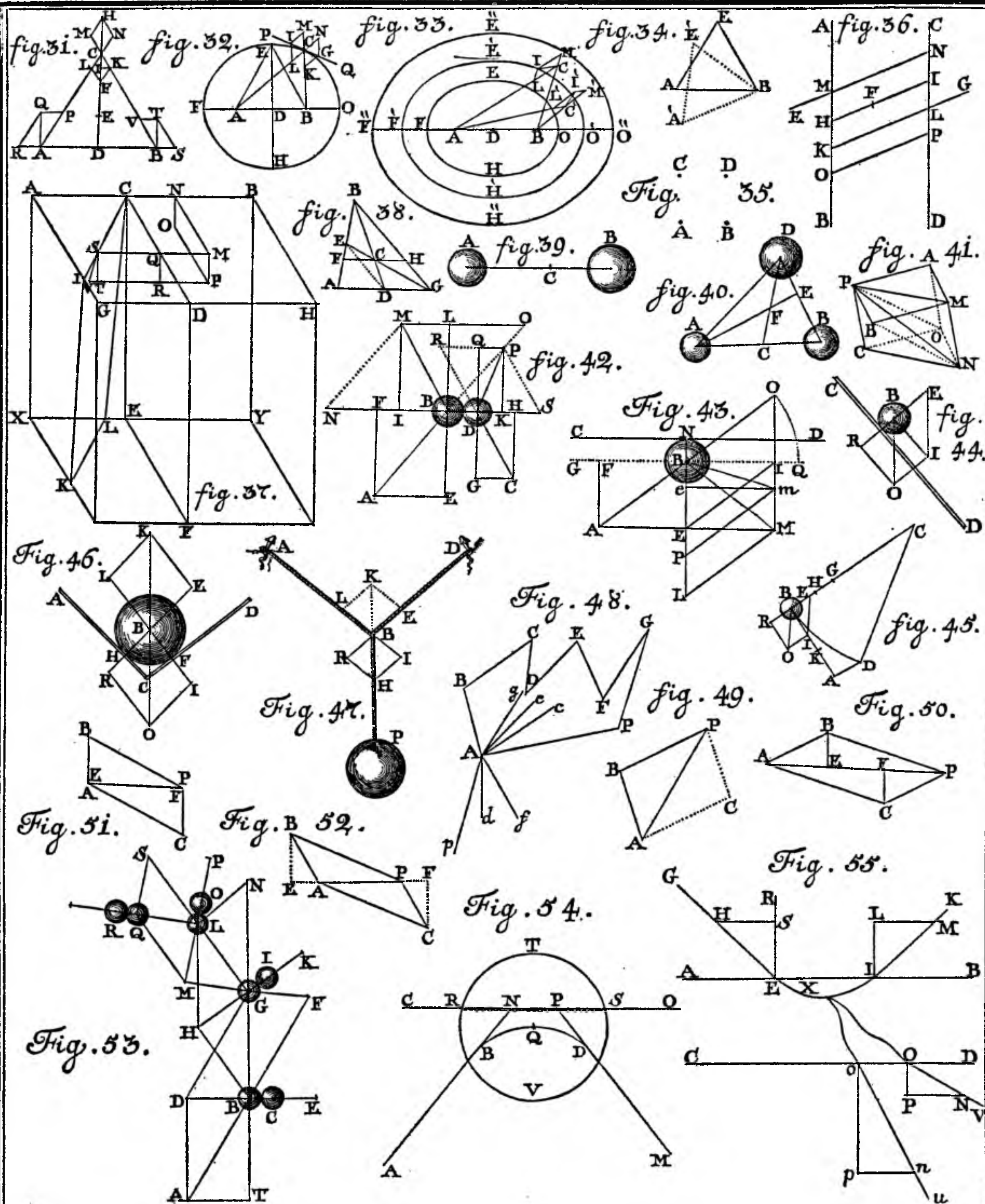


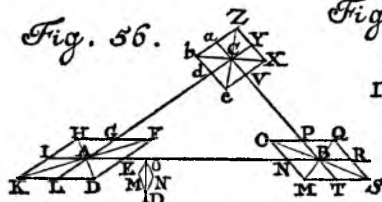
Tab. I.



PH: Gilbl Sculp:


fig. 15.
fig. 16.
fig. 17.
fig. 18.
Fig. 19.
fig. 20.
fig. 21.
fig. 22.
Fig. 23.
Fig. 24.
fig. 24.
fig. 27.
Fig. 28.
Fig. 29.
fig. 26.
Fig. 30.
fig. 25.


fig. 31.
fig. 32.
fig. 33.
fig. 34.
Fig. 35.
fig. 36.
fig. 37.
fig. 38.
fig. 39.
fig. 40.
fig. 41.
fig. 42.
Fig. 43.
fig. 44.
fig. 45.
Fig. 46.
Fig. 47.
Fig. 48.
fig. 49.
Fig. 50.
Fig. 51.
Fig. 52.
Fig. 53.
Fig. 54.
Fig. 55.


Fig. 56.

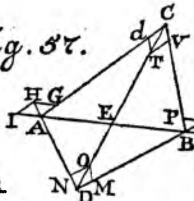
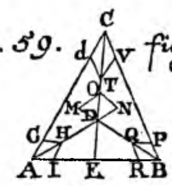
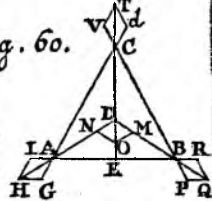
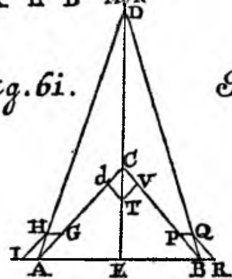
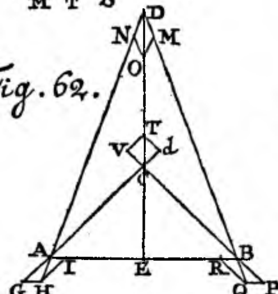

Fig. 57.

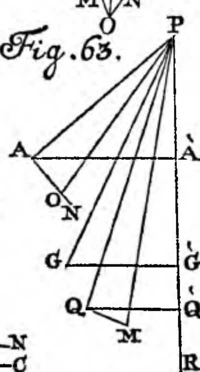

fig. 58.

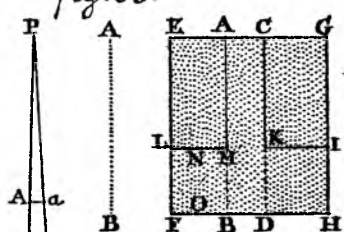

fig. 59.

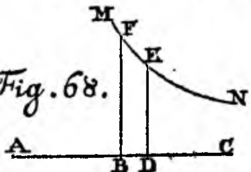

fig. 60.

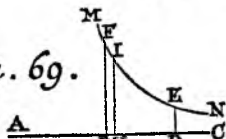

fig. 61.

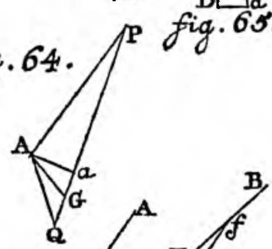

Fig. 62.

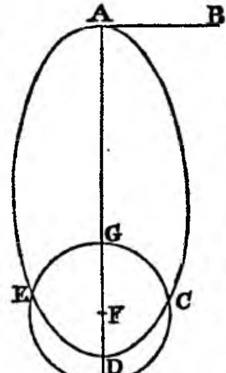

Fig. 63.

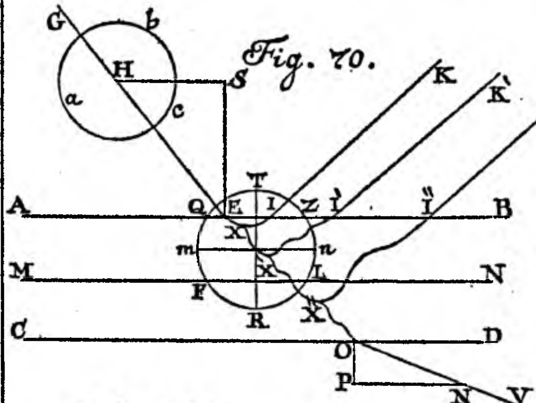

fig. 66.
fig. 65.
Fig. 67.

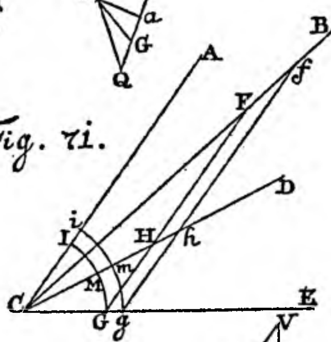

Fig. 68.

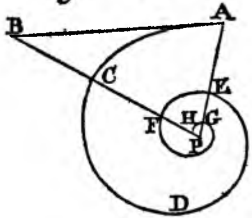

Fig. 69.

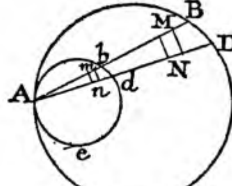

Fig. 64.

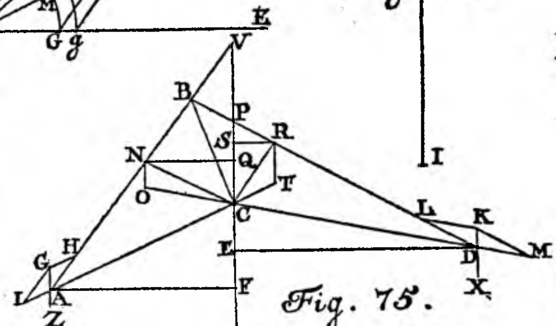

Fig. 72.


Fig. 70.


Fig. 71.


Fig. 73.


Fig. 74.


Fig. 75.